



مقياس الرياضيات 1 (السلسلة الثانية) المتتاليات العددية

التمرين الأول: ادرس رتبة ثم تقارب المتتاليات التالية

$$u_n = n^2 + 3, \quad u_n = -4(5)^n, \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

التمرين الثاني: (I) في متتالية حسابية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حدها الأول u_0 و أساسها r

(1) احسب r علما ان $u_0 = 3$ و $u_{20} - u_{10} = 25$.

(2) احسب r, S_8 علما ان $u_3 = 13$ و $u_7 = 37$.

(II) في متتالية حسابية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حدها الأول $u_0 = 2$ و أساسها $r = 5$ عين قيمة n حتى يكون

$$\sum_{p=3}^{p=n} u_p = 6456$$

التمرين الثالث: وضع تلميذ مبلغا مقداره 6000 د.ج في البنك بفوائد بسيطة لعدة سنوات، أي أنه عند نهاية كل

سنة يمنح البنك فائدة قدرها 8% ليزيد إيداعه كل سنة بمبلغ ثابت يساوي 8% من المبلغ الابتدائي.

يريد التلميذ معرفة المبلغ كل سنة

(1) احسب : u_0, u_1, u_2 .

(2) عبّر عن u_n بدلالة n .

(3) ما هو عدد السنوات التي يجب انتظارها ليتضاعف المبلغ الابتدائي إلى 3 مرات؟

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفة بعلاقة الحد العام : من اجل كل $n \in \mathbb{N}$ ، $u_n = 2^n$.

(1) احسب : u_0, u_1, u_2 .

(2) برهن ان (u_n) هي متتالية هندسية و حدد أساسها و حدها الأول.

(3) احسب المجموع : $u_0 + u_1 + \dots + u_n$.

(4) ادرس تقارب $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

التمرين الخامس:

لتكن المتتاليتان التراجعتان $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حيث

$$\begin{cases} v_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3} \end{cases}, \quad v_0 = 2, \quad u_0 = 1$$

و لتكن المتتالية $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حيث $w_n = v_n - u_n$

- (1) بين ان $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هي متتالية هندسية.
 (2) بين ان $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربتان نحو نفس النهاية.

التمرين السادس :

أودع شخص مبلغا قدره 11000 د.ج بإحدى البنوك عام 2000 بحيث حصل له فائدة سنوية مركبة قدرها 6%.

إذا اعتبرنا أن المبلغ المودع هو u_0 ونعتبر العدد u_n الرصيد الجديد بعد n سنوات

(1) أحسب المبلغ المحصل عليه عام 2001 ، 2002 ، 2003 .

(2) أوجد علاقة بين u_n و u_{n+1} .

(3) استنتج طبيعة المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

التمرين السابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ معرفة ب

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3} + 2, \forall n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

(1) احسب : u_0, u_1, u_2 .

(2) برهن بالتراجع ان : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq 3$

(3) أثبت أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متزايدة .

(4) استنتج مع التبرير أن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة.

تمارين مقترحة

التمرين الاول

في سنة 2000 كان سعر الغرام الواحد من الذهب الخالص يقدر بقيمة 1000 د.ج، علما أن سعر هذا الأخير يزداد كل سنة بمقدار 20% من المبلغ الذي كان عليه في السنة الفارطة

(1) اشترت تلميذة خاتما وزنه 4 غرامات في يوم 2000/01/01 كم سيبلغ ثمن هذا الخاتم يوم 01/01/2007 ؟

(2) أرادت هذه التلميذة أن تبيع خاتمها في عام 2007 لصانع ما هو ثمن بيع هذا الخاتم علما أن الصانع يأخذ نسبة في الربح مقدرة بـ 20% من المبلغ الإجمالي للخاتم ؟

التمرين الثاني

مؤسسة إنتاج حليب تنتج يوميا نفس كمية الحليب. بعد يومين كانت كمية الحليب المنتجة هي $1500 L$ وفي نهاية اليوم الرابع كان الإنتاج $3000 L$

إذا كان إنتاج الحليب يشكل متتالية حسابية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

(1) عين أساسها و حدها الأول

(2) ما هو إنتاج الحليب بعد 25 يوما