الحل النموذجي امتحان الدورة العادية في مقياس الرياضيات 1 (المدة ساعة و نصف)

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) ليكن n عدد طبيعي.

ا) $\frac{n!}{(n-2)!} = 2 \leftrightarrow n.(n-1) = 2 \leftrightarrow n^2 - n - 2 = 0 \leftrightarrow S = \{n = 2\}$ ..... (1.5ن)

ب $C_n^1 + C_n^2 = 3 \leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} = 3 \rightarrow n + \frac{n(n-1)}{2} = 3$

$\leftrightarrow n^2 + n - 6 = 0 \leftrightarrow n = 2$(مقبول) او $n = -3$(مرفوض) .....(1.5ن)

2) $(x^2+2)^3 = C_3^0 x^6 + C_3^1 2x^4 + C_3^2 4x^2 + C_3^3 8 = x^6 + 6x^4 + 12x^2 + 8.$ ..... (2ن)

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) الرتابة

(v_n) متزايدة. $\leftrightarrow \forall n \in IN, v_{n+1} - v_n = \frac{1}{(n+2)(n+1)} > 0$ (1ن)

التقارب

(v_n) متقاربة $\rightarrow \lim_{n\to+\infty} v_n = 1$ (1ن)

او بطريقة اخرى المتتالية متزايدة و محدودة من الاعلى فهي متقاربة.

2) احسب

$u_1 = u_0 + 5\% u_0 = 26250$ (1ن)

$u_2 = u_1 + 5\% u_1 = 27562.5$، (1ن).

2) أولا لدينا $u_{n+1} = u_n + 5\%u_n = 1.05u_n$ ، ثم ان $(u_n)_{n\in IN}$ هي متتالية هندسية و عبارة حدها العام :

$u_n = u_0(1.05)^n, \forall n.$ (0.5ن).

3) المبلغ المحصل عليه بعد 15 سنوات هو :

$u_{10} = u_0(1.05)^{15}.$ (0.5ن).

التمرين الثالث: (06 نقاط)

1) الدالة f

ا) $D_f = \{x \in IR \setminus 1 + x \geq 0 \cap 1 - x \geq 0 \cap x \neq 0\} = [-1, 0[\cup]0, 1].$ (1ن)

ب) النهاية بالضرب في المرافق

$\lim_{x\to0} \left(\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{x}\right) = \lim_{x\to0} \left(\frac{2}{\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}}\right) = 1$. (1ن)

2) $h(x) = (x+1)e^x$

ا) $h'(x) = (x+2)e^x$ ، $h''(x) = (x+3)e^x$ ، $h'''(x) = (x+4)e^x$. (1.5ن)

ب) $\frac{-h''(x)}{h'(x)} = \frac{-(x+3)}{(x+2)}$ (0.5ن)

ج) $e^{\frac{-h''(x)}{h'(x)}} = e^2 \leftrightarrow \frac{-(x+3)}{(x+2)} = 2 \leftrightarrow S = \{x = \frac{-7}{3}\}$ (0.5ن)

4) حل في IR المعادلات التالية :

ا) $D =]0, +\infty[$, لدينا

نضع $t = \ln(x)$ (0.5ن)

$2t^2 + 2t - 4 = 0 \rightarrow t = -4$ او $t = 1 \rightarrow x_1 = e^{-4}, x_2 = e^1$. (1ن)

التمرين الرابع: (04 نقاط)

1) عين الدالة الاصلي

$F(x) = \frac{5}{4}x^4 + x^2 + x + c$, (1ن)

$H(x) = 2sin(x) + c$, (1ن)

$G(x) = e^x + ln(x) + c$ (1ن)

2) التكامل

$\int x^2 e^x dx = x^2e^x - 2\int xe^x dx = x^2e^x - 2xe^x + 2\int e^x dx$ (1ن).

$= x^2e^x - 2xe^x + 2e^x + c = (x^2 - 2x + 2)e^x + c$