



مقياس الرياضيات 1 (حل السلسلة الرابعة)
الاشتقاقية

التمرين 01 :

$$f'(x) = 20x^3 - 45x^2 \quad (1)$$

$$g'(x) = \frac{(2x-5)(x-3)-(x^2-5x)}{(x-3)^2} \quad (2)$$

$$h'(x) = \frac{-x\sin x - \cos x}{x^2} \quad (3)$$

التمرين 02 :

$$1) f'(x) = 7(3x^2 - 10x)(x^3 - 5x^2 - 4)^6$$

$$2) g'(x) = \frac{-3(2x-2)(x^2-2x-3)^2}{(x^2-2x-3)^6}$$

$$3) h'(x) = \frac{2x}{2\sqrt{x^2-4}}$$

-التمرين 03 :

(1)

$$f'(x) = e^x(x^5 - x^3 + 4) + e^x(5x^4 - 3x^2)$$

$$f''(x) = e^x(x^5 + 5x^4 - x^3 - 3x^2 + 4) + e^x(5x^4 + 20x^3 - 3x^2 - 6x)$$

(2)

$$h'(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$$

$$h''(x) = \frac{2(x^2-x+1) - (2x-1)(2x-1)}{x^2-x+1}$$

1. Si $x \neq 0$,

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ax + b = b = f(0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1+x} = 1$$

$$i \ b = 1.$$

2. Si $x \neq 0$

Si $x < 0$ alors $f'(x) = a$, si $x > 0$ alors $f'(x) = \frac{-1}{(1+x)^2}$ et

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{(1+x)^2} = -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) \Leftrightarrow -1 = a$$

Si $b = 1$ et si $a = -1$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x)$$

التمرين 05

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$$

, avec $x \neq 0$.

$$\frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \frac{|x| \sin(x)}{x} = \frac{|x|}{x} \sin(x)$$

Pour $x \neq 0$, $\frac{|x|}{x} = \pm 1$,

$\sin(x) \rightarrow 0$ lorsque $x \rightarrow 0$ donc

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = 0$$

$$\frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \frac{\ln(1 + |x|)}{x}$$

Admet une limite finie en 0, avec $x \neq 0$.

Pour $x < 0$,

$$\frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \frac{\ln(1 - x)}{x}$$

$$\lim_{\substack{t \rightarrow 0 \\ t \neq 0}} \frac{\ln(1 + t)}{t} = 1$$

Avec $t = -x$ pour trouver que

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x < 0}} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - x)}{x} = -1$$

Pour $x > 0$,

$$\frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \frac{\ln(1+x)}{x}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

Ces deux limites sont distinctes donc g n'est pas dérivable.

