



امتحان الدورة العادية في مقياس الرياضيات 1 (الحل النموذجي)

التمرين الأول: (04 نقاط)

$$(1) \quad \frac{9!}{7!} = 9 \cdot 8 = 72, \quad C_5^2 + A_3^1 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} + \frac{3!}{(3-1)!} = 10 + 3 = 13 \quad (0.5+0.5) \dots$$

(2) ليكن n عدد طبيعي.

$$(1) \dots \frac{(n+1)!}{(n-1)!} = \frac{(n+1)n(n-1)!}{(n-1)!} = (n+1)n = 6 \Leftrightarrow n^2 + n - 6 = 0$$

$$(0.5) \dots \Delta = 25 \rightarrow n = 2 \text{ (مقبول) } \text{ او } n = -3 \text{ (مرفوض)}$$

$$(0.5) \dots (2x + 2y)^3 = C_3^0 8x^3 + C_3^1 8x^2 y + C_3^2 8xy^2 + C_3^3 8y^3 \quad (2)$$

$$(1) \dots = 8x^3 + 24x^2 y + 24xy^2 + 8y^3$$

التمرين الثاني: (05 نقاط)

$$(I) \text{ لدينا : } \frac{v_{n+1}}{v_n} = 7, \forall n \in \mathbb{N}, \text{ فان } (v_n) \text{ هي متتالية هندسية اساسها } q = 7 \quad (0.5) \dots$$

$$(0.5) \dots \text{ لدينا } q = 7 > 1 \text{ فان } (v_n) \text{ هي متتالية متباعدة (يمكن ايضا حساب النهاية) } \quad (0.5)$$

(II)

(1) أحسب:

$$(1+0.13) \dots u_2 = X + 2 \cdot (13\%X) = 1.26X, \quad u_1 = X + 13\%X = 1.13X$$

(2) أوجد علاقة بين الحدود $u_{n+1} = u_n + 0.13X$ ، ثم ان $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ هي متتالية حسابية و عبارة حدها العام :

$$(1) \dots u_n = X + n(0.13X), \forall n.$$

(3) المبلغ المحصل عليه بعد 10 سنوات هو 707000 د.ج :

$$(1) \dots 50000 = u_5 = X + 5(0.13X) \rightarrow X = 30303, 03.$$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

(I)

$$(1) \text{ مجال تعريفها } D_f = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 0 \text{ و } 1 - x \neq 0\} = [0, 1[\cup]1, +\infty[\quad (0.75) \dots$$

$$(2) \text{ احسب النهاية التالية : } \lim_{x \rightarrow 1} (f(x)) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1-\sqrt{x}}{1-x} \right) \left(\frac{1+\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} \right) = \frac{1}{2}$$

(0.75).

ملاحظة يمكن استخدام طريقة اوبيطال

(II) احسب المشتقة الاولى و المشتقة الثانية لكل دالة من الدوال الاتية :

$$(1) \dots \dots \dots (1) \quad g' = \frac{6x}{3x^2 + 1}, \quad g'' = \frac{-18x^2 + 6}{(3x^2 + 1)^2},$$

$$(2) \dots \dots \dots (1) \quad h' = \left(3\sqrt{x} + 3 + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right) e^{3x+2}, \quad h'' = \left(9\sqrt{x} + 9 + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{1}{4x\sqrt{x}}\right) e^{3x+2}.$$

(4) حل في IR المعادلات التالية :

$$(1) \ln(4x - 2) = \ln(x - 1) \rightarrow x = \frac{1}{3} \quad D =]1, +\infty[, S = \emptyset$$

$$(2) e^x = t \quad \text{نضع} \rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \rightarrow t_1 = -4 \text{ او } t_2 = 3 \rightarrow x = \ln(3).$$

سؤال المحاضرة: (02 نقاط)

احسب المشتقة من الرتبة n للدالة $f(x) = \ln(x)$

$$(1) \dots \dots \dots (0.25 + 0.25 + 0.25 + 0.25 + 1)$$

$$f' = \frac{1}{x}, \quad f'' = \frac{-1}{x^2}, \quad f''' = \frac{2}{x^3}, \quad f'''' = \frac{-2.3}{x^4} \dots \dots, \quad f^{(n)} = \frac{(-1)^{n+1}(n-1)!}{x^n}$$

التمرين الرابع: (04 نقاط)

$$(II) \quad \text{عين الدالة الاصلية : } F(x) = x^3 + 3x^2 + 4x + c \quad (1)$$

$$\text{تحقق الشرط } F(1) = 2 \rightarrow 8 + c = 2 \rightarrow c = -6 \rightarrow F(x) = x^3 + 3x^2 + 4x - 6$$

(III)

$$I = \int (x+1) \ln(x) dx \quad \text{نضع}$$

$$(1) \dots \dots \dots \begin{cases} u'(x) = x+1 \rightarrow u(x) = \frac{x^2}{2} + x \\ v(x) = \ln(x) \rightarrow v'(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

ومنه

$$\begin{aligned} I &= \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \ln(x) - \int \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \frac{1}{x} dx = \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \ln(x) - \int \left(\frac{x}{2} + 1\right) dx \\ &= \left(\frac{x^2}{2} + x\right) \ln(x) - \frac{x^2}{4} - x + c. \end{aligned}$$