مقياس الرياضيات1 (حل السلسلة الثانية)
المتتاليات العددية

التمرين الاول: ادرس رتابة ثم تقارب المتتاليات التالية

$$u_{n+1} - u_n = (n+1)^2 + 3 - n^2 - 3$$
$$= 2n + 1 > 0\,, \quad \forall n \in IN.$$
$$lim\ u_n = +\infty$$

المتتالية متزايدة تماما ومتباعدة.

$$u_{n+1} - u_n = -4(5)^{n+1} + 4(5)^n = -16(5)^n < 0$$
$$lim\ u_n = +\infty$$

المتتالية متناقصة تماما ومتباعدة .

التمرين الثاني: I)

1) $u_0 + 20r - u_0 - 10r = 25 \to r = \frac{5}{2}$.

2) $u_3 = u_0 + 3r = 13$ و $u_7 = u_0 + 7r = 37$.

$$\to u_0 = -5, r = 6, S_8 = (u_0 + u_8)\frac{9}{2} = (2u_0 + 8r)\frac{9}{2}$$

II) في متتالية حسابية $(u_n)_{n\in IN}$ حدها الاول $u_0 = 2$ و اساسها $r=5$ عين قيمة n حتى يكون

$$(u_3 + u_n)\frac{n-2}{2} = 6456 \to (2u_0 + 3r + nr)\frac{n-2}{2} = 6456$$

$$\to (19 + 5n)\frac{n-2}{2} = 6456 \to 5n^2 + 10n - 38 = 2 * 6456$$

التمرين الثالث :

$$U_1 = U_0 + 6000 * 8\% = 6480$$

و منه بما ان الزيادة ثابتة فان

$$\boxed{U_2 = 6960}$$
$$U_3 = 6960 + 6000 \times \frac{8}{100}$$
$$= 6960 + 480$$
$$\boxed{U_3 = 7440}$$

2- التحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا :

$U_{n+1} = U_n + 480$

لدينا

$U_1 = U_0 + 480$

$U_2 = U_1 + 480$

يمكن ان نبرهن بالتراجع ان

$$U_{n+1} - U_n = 480$$

و منه فان قيمة المبلغ كل عام هو حدود متتالية حسابية حيث عبارة الحد العام هي

$$U_n = U_0 + nr = 6000 + 480n$$

3) عدد السنوات التي يجب انتظارها ليتضاعف المبلغ الابتدائي إلى 3 مرات

$$U_n = 3 * 6000 = 18000$$

$$18000 = 6000 + 480n \rightarrow n = 25$$

<u>التمرين الرابع</u> :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ معرفة بعبارة الحد العام : من اجل كل $n \in IN$, $u_n = 2^n$.

1) $u_0 = 1$, $u_1 = 2$, $u_2 = 4$.

2) $u_{n+1} = 2\, u_n, \ \forall n \in IN$ ومنه (u_n) هي متتالية هندسية اساسها 2.

3) $u_0 + u_1 + \cdots + u_n = u_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.

4) بما ان $q = 2 > 1$, $(u_n)_{n\in IN}$ هي متباعدة.

جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم الجذع المشترك

السنة الجامعية: 2022 – 2023
المستوى: سنة اولى
التخصص: الجذع المشترك

مقياس الرياضيات1 تابع حل السلسلة الثانية)
المتتاليات العددية

التمرين الخامس :

1) $w_{n+1} = v_{n+1} - u_{n+1} = \frac{u_n+2v_n}{3} - \frac{2u_n+v_n}{3} = -\frac{1}{3}w_n$ معناه هي متتالية هندسية.

2) نبين ان المتتاليتان متجاورتان.

التمرين السادس : بما ان الفائدة مركبة فان $u_{n+1} = u_n + 0.06\,u_n$ ومنه

1) أحسب المبلغ المحصل عليه عام 2001 : $u_1 = u_0 + 0.06\,u_0 = 11000 * 1.06$

2002 : $u_2 = u_1 + 0.06\,u_1 = u_1 * 1.06$

2003 : $u_3 = u_2 + 0.06\,u_2 = u_2 * 1.06$.

2) $u_{n+1} = u_n + 0.06\,u_n$

3) المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ متتالية هندسية.

التمرين السابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ معرفة ب

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{3} + 2, \forall n \in IN. \end{cases}$$

1) $u_0 = 2$, $u_1 = \frac{8}{3}$, $u_2 = \frac{26}{9}$.

2) برهن بالتراجع ان : $u_0 = 2$ و $\forall n \in IN, u_n \le 3 \leftarrow u_{n+1} \le 3$

3) الدالة المرفقة ل $(u_n)_{n\in IN}$ هي $f(x) = \frac{x}{3} + 2$; وهي دالة متزايدة فان

$(u_n)_{n\in IN}$ هي متتالية رتيبة و لدينا $u_1 \ge u_0 = 2$, فهي متزايدة

4) $(u_n)_{n\in IN}$ متزايدة و محدودة من الاعلي فهي متقاربة.