مقياس الرياضيات1 (السلسلة الثانية)
المتتاليات العددية

التمرين الاول: ادرس رتابة ثم تقارب المتتاليات التالية

$$u_n = n^2 + 3, \quad u_n = -4(5)^n, \quad \forall n \in IN.$$

التمرين الثاني: I) في متتالية حسابية $(u_n)_{n\in IN}$ حدها الاول u_0 و اساسها r

1) احسب r علما ان $u_0 = 3$ و $u_{20} - u_{10}$=25.
2) احسب r, S_8 علما ان $u_3 = 13$ و u_7=37.

II) في متتالية حسابية $(u_n)_{n\in IN}$ حدها الاول $u_0 = 2$ و اساسها r=5 عين قيمة n حتى يكون

$$\sum_{p=3}^{p=n} u_p = 6456$$

التمرين الثالث : وضع تلميذ مبلغا مقداره 6000 د.ج في البنك بفوائد بسيطة لعدة سنوات، أي أنه عند نهاية كل سنة يمنح البنك فائدة قدرها 8 % ليزيد إدخاره كل سنة بمبلغ ثابت يساوي 8 % من المبلغ الابتدائي.

يريد التلميذ معرفة المبلغ كل سنة

1) احسب : u_0 , u_1, u_2.
2) عبّر عن u_n بدلالة n.
3) ما هو عدد السنوات التي يجب انتظارها ليتضاعف المبلغ الابتدائي إلى 3 مرات ؟

التمرين الرابع :

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ معرفة بعبارة الحد العام : من اجل كل $n \in IN$, $u_n = 2^n$.

1) احسب : u_0 , u_1, u_2.
2) برهن ان (u_n) هي متتالية هندسية و حدد اساسها و حدها الاول.
3) احسب المجموع: $u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.
4) ادرس تقارب $(u_n)_{n\in IN}$.

التمرين الخامس :

لتكن المتتاليتان التراجعيتان $(u_n)_{n\in IN}$ و $(v_n)_{n\in IN}$ حيث

$$\begin{cases} v_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2u_n + v_n}{3} \end{cases}, \quad v_0 = 2, \ u_0 = 1$$

و لتكن المتتاليّة $(w_n)_{n\in IN}$ حيث $w_n = v_n - u_n$.

1) بين ان $(w_n)_{n\in IN}$ هي متتالية هندسية.
2) بين ان $(u_n)_{n\in IN}$ و $(v_n)_{n\in IN}$ متقاربتان نحو نفس النهاية.

التمرين السادس :

أودع شخص مبلغا قدره 11000د.ج بإحدى البنوك عام 2000 بحيث حصل له فائدة سنوية مركبة قدرها 6 %.

إذا إعتبرنا أن المبلغ المودع هو u_0 ونعتبر العدد u_n الرصيد الجديد بعد n سنوات

1) أحسب المبلغ المحصل عليه عام 2001 ، 2002 ، 2003 .

2) أوجد علاقة بين u_{n+1} و u_n.

3) استنتج طبيعة المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$.

التمرين السابع: لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in IN}$ معرفة ب

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3} + 2, \forall n \in IN. \end{cases}$$

1) احسب : u_0 , u_1, u_2.

2) برهن بالتراجع ان : $\forall n \in IN, u_n \leq 3$

3) أثبت أن $(u_n)_{n\in IN}$ متزايدة .

4) استنتج مع التبرير أن $(u_n)_{n\in IN}$ متقاربة.

تمارين مقترحة

التمرين الاول

في سنة 2000 كان سعر الغرام الواحد من الذهب الخالص يقدّر بقيمة 1000 د.ج، علما أن سعر هذا الأخير يزداد كل سنة بمقدار 20 %من المبلغ الذي كان عليه في السنة الفارطة

1) اشترت تلميذة خاتما وزنه 4غرامات في يوم 2000/01/01 كم سيبلغ ثمن هذا الخاتم يوم 01/01/2007 ؟

2) أرادت هذه التلميذة أن تبيع خاتمها في عام 2007 لصائغ ما هو ثمن بيع هذا الخاتم علما أن الصائغ يأخذ نسبة في الربح مقدرة بـ20 %من المبلغ الإجمالي للخاتم ؟

التمرين الثاني

مؤسسة إنتاج حليب تنتج يوميا نفس كمية الحليب. بعد يومين كانت كمية الحليب المنتجة هي $1500\ L$ وفي نهاية اليوم الرابع كان الإنتاج $3000\ L$

.إذا كان إنتاج الحليب يشكل متتالية حسابية $(u_n)_{n\in IN}$

1) عين أساسها و حدها الأول

2) ما هو إنتاج الحليب بعد 25 يوما