

(1)-(3 نقطة) أوجد نشرًا محدودًا من المرتبة 2 بجوار 0 للتابع: $f(x) = \frac{e^x \ln(1+x)}{1+x}$

(2)-(2 نقاط) أحسب، باستعمال النشر المحدود للتابع f ، النهاية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{e^x \ln(1+x)}{1+x} - x \right)$$

(يعطى: $e^x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$, $\ln(1+x) = x - \frac{1}{2}x^2 + o(x^2)$)

(3)-ليكن التابع: $g(x) = \frac{x^3}{1+x} e^x \ln\left(\frac{1+x}{x}\right)$

(أ)- (1 نقطة) أثبت أن: $g\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{1}{t^2} f(t)$

(ب)- (1 نقطة) استنتج نشرًا محدودًا بجوار ∞ للتابع g .

(ج)- (1 نقطة) بين أن المنحنى البياني للتابع g يقبل مستقيمًا مقاربًا في جوار ∞ يطلب تعيين معادلة له.

التمرين الثاني: (5, 6 نقاط)

(1)-(2 نقطة) باستعمال المكاملة بالتجزئة، أحسب التكامل: $I = \int_1^e x^2 \ln x dx$

(2)- ليكن التابع: $h(x) = \frac{-x^3 + 4x^2 - 5x + 4}{(x-1)^2(x^2+1)}$

(أ)- (3 نقطة) عين الأعداد a, b, c حيث: $h(x) = \frac{a}{(x-1)^2} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x^2+1}$

(ب)- (1, 5 نقطة) أحسب التكامل: $J = \int h(x) dx$

التمرين الثالث: (5, 5 نقاط)

لتكن المعادلة التفاضلية التالية: $y' - xy = -x^3$ (E)

(1)-(2 نقطة) أوجد الحل العام y_h للمعادلة: $y' - xy = 0$ (E')

(2)-(1, 5, 2 نقطة) عين العددين α, β حيث يكون: $y_p = \alpha x^2 + \beta$ حلًا خاصًا للمعادلة (E), ثم استنتج الحل العام y_G للمعادلة (E).

ملاحظة: العلامة المتحصل عليها في التمرين الأول تحتسب في نقطة الأعمال الموجهة.

بالتوفيق.