

1. Définition de la résistance des matériaux

La résistance des matériaux (RDM) est une branche de la mécanique aussi appelée mécanique des corps solides déformables, elle fait appel, entre autre, aux notions d'équilibre de la mécanique statique et aux propriétés des matériaux, auxquelles on a recours pour la conception et le dimensionnement de pièces structurales ou d'éléments de machines. C'est l'étude de la résistance et de la déformation des éléments de construction soit en génie mécanique ou en génie civil. Elle constitue l'outil indispensable à l'ingénieur pour réaliser des constructions économiques qui ne risquent ni de se rompre ni de se déformer excessivement sous les actions qui leur sont appliquées.

2. Objet de la résistance des matériaux

La RDM est une discipline qui réunit plusieurs méthodes qui servent à la détermination des dimensions requises des différentes pièces des constructions. Elle traite les méthodes d'ingénieur employées pour le calcul de *résistance*, de *rigidité* et de *stabilité* des éléments de machines et des constructions.

On entend par :

Résistance : la capacité d'une pièce de supporter et transmettre les charges externes qui lui sont imposées ;

Rigidité : la pièce ne doit pas subir de déformation excessive lorsqu'elle est sollicitée ;

Stabilité : la pièce doit conserver son intégrité géométrique afin que soient évitées des conditions d'instabilité (flambement, déversement).

Un calcul de projet sur la base de la RDM consiste à :

- Choisir le matériau constituant la pièce.
- Déterminer les dimensions fonctionnelles de la pièce.
- Vérifier la résistance à la rupture de la pièce.
- Optimiser le coût de la pièce par changement des formes, des dimensions, des matériaux, ...

3. Concepts généraux

La conception de différents types de machines et de diverses constructions industrielles (ponts, lignes de transmission, hangars, navires, avions, moteurs, turbines, centrales électriques et nucléaires, machines, machines-outils, etc.) ne peut en aucun s'en passer d'une connaissance de base de la RDM. Cependant, malgré la diversité de ces structures, du point de vu structurel, elles peuvent être réduites à

relativement peu de formes majeures telles que des *poutres*, des *plaques* (Figure 2) et des *corps massifs*.

3.1 Principales hypothèses de la RDM

Dans son utilisation courante, la RDM fait appel aux hypothèses suivantes :

- **Continuité de la matière** : métal à structure fibreuse, ou quelque fois granulaire ; les distances entre ces fibres ou ces grains sont très petites par rapport aux dimensions des plus petites pièces ;
- **élastique** : le matériau reprend sa forme initiale après un cycle chargement / déchargement ;
- **linéaire** : les déformations sont proportionnelles aux contraintes ;
- **homogène** : le matériau est de même nature dans toute sa masse ;
- **isotrope** : les propriétés du matériau sont identiques dans toutes les directions.

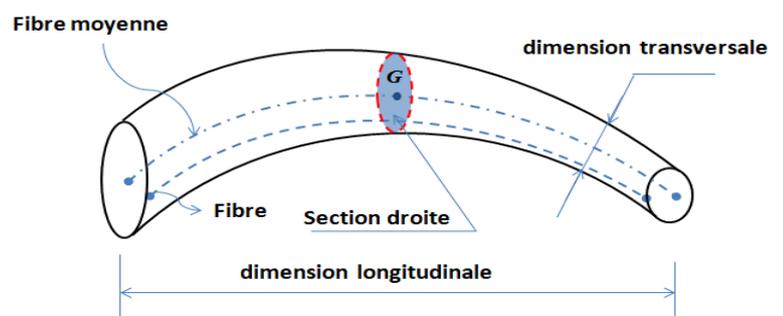


Figure 1

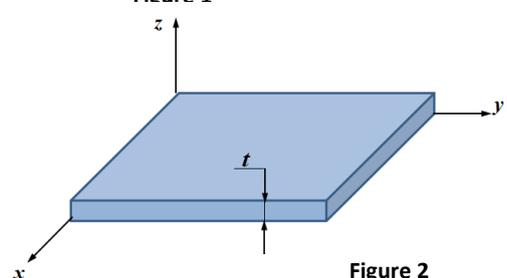


Figure 2

Le problème est :

- **en petites déformations** ;
- statique (pas d'effets dynamique) ;
- isotherme (pas de changement de température)

D'autre part, dans tout le contenu du cours, en retiendra les hypothèses suivantes :

Hypothèse de Navier – Bernoulli : les sections planes perpendiculaires à l'axe de la barre, restent planes et perpendiculaires au cours du processus de déformation (voir figure 1).

Hypothèse de Saint – Venant : les résultats de la RDM ne s'applique valablement qu'à une distance suffisamment éloignée de la région d'application des forces concentrées. En effet, nous ne pouvons pas, avec les équations de la RDM, calculer les déformations locales autour d'un point d'application d'une force.

L'hypothèse de linéarité énoncée plus haut, permet d'utiliser le **principe de superposition** : Il consiste à décomposer toute sollicitation complexe en une somme de sollicitations élémentaires dont les effets sont ensuite actionnés.

3.2 Types de sollicitations

3.2.1 Notions de forces extérieures et forces intérieures

On appelle forces ou charges extérieures les forces d'interaction entre un élément considéré et les corps qui sont en contact avec lui, elles sont exercées par des objets extérieurs au système. Les forces intérieures sont celles qui sont exercées par des objets intérieurs au système, elles interviennent sous l'action des forces extérieures.

L'étude des effets internes des forces agissant sur un corps constitue l'une des préoccupations de la RDM. On verra par la suite, et selon le type de sollicitation, l'analyse et la détermination de ces actions mécaniques.

3.2.2 Types d'actions mécaniques appliquées aux systèmes considérés

Une charge répartie sur la surface qu'on peut ramener au plan principal, c'est-à-dire une charge répartie sur une ligne porte le nom de charge par unité de longueur, mesurée le plus souvent en N/m (q sur la figure 3 a et b).

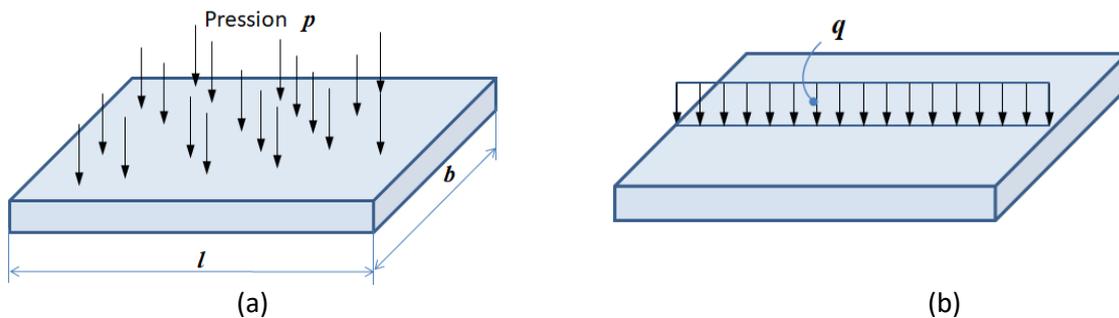


Figure 3

Dans le cas d'une charge uniformément répartie, le diagramme de q est rectangulaire. Si elle est uniformément variable le diagramme de q est triangulaire.

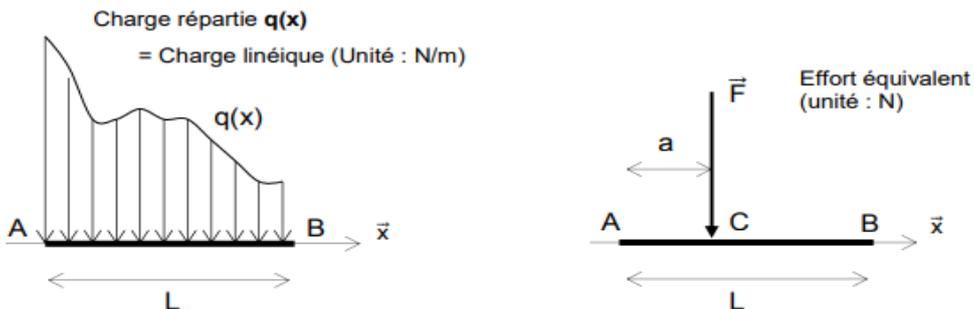


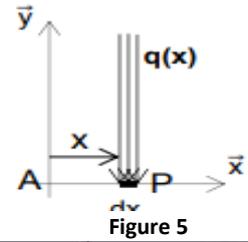
Figure 4

Le passage à une force équivalente à une charge répartie de direction unique est une méthode couramment admise.

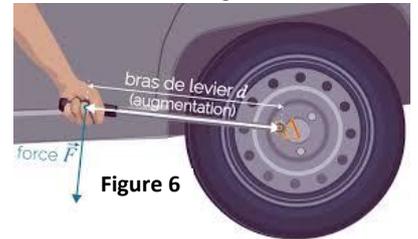
La charge ayant une direction fixe on peut écrire :

$$F = \int q(x)dx \tag{1}$$

La résultante d'une charge répartie est numériquement égale à l'aire de son diagramme et est appliquée au centre de gravité de ce dernier.



On rencontre aussi des charges qui peuvent être représentées sous forme de moment concentré (couple) ou réparti. Les moments sont mesurés en N.m, les figures ci-dessus représentent un exemple :



3.2.3 Sollicitations élémentaires

Le tableau 1 résume les sollicitations élémentaires considérées dans le cadre de la RDM.

Tableau 1 : Sollicitations élémentaires

Type de sollicitation	Description	Exemple pratique (Figure 7)
Traction	Allongement longitudinal, on tire de chaque coté	Barre de remorquage (a)
Compression	Raccourcissement, on appuie de chaque coté	Poteau supportant un plancher (b)
Cisaillement	Glissement relatif des sections	Goujon de fixation (c)
Torsion	Rotation par glissement relatif des sections droites	Arbre de transmission dans les véhicules (d)
Flexion	Fléchissement sans allongement de fibres contenues dans le plan moyen	Planche de plongeur (e)



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)

Figure 7

3.2.4 Conditions d'équilibre (Rappel)

On rappelle que toutes les quantités vectorielle, manipulées dans le cadre de la RDM sont souvent représentées par rapport à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ d'axes respectifs : $\vec{Ox}, \vec{Oy}, \vec{Oz}$.

La première condition d'équilibre pour l'équilibre statique d'un corps rigide exprime l'équilibre en translation, on écrit :

$$\sum \vec{F}_i = \vec{0} \tag{2}$$

Cette équation vectorielle est équivalente aux trois équations scalaires pour les composantes de forces:

$$\sum F_{ix} = 0 ; \sum F_{iy} = 0 ; \sum F_{iz} = 0 ; \tag{3}$$

Il convient de noter que dans (2) et (3) il s'agit bien de la somme de toutes les forces extérieures.

La deuxième condition d'équilibre pour l'équilibre statique d'un corps rigide exprime l'équilibre rotationnel :

$$\sum \mathbf{M}(\vec{F}_i) = \vec{0} \tag{4}$$

Encore une fois, l'équation (4) équivaut à trois équations scalaires pour les composantes vectorielles du couple :

$$\sum M_{ix} = 0 ; \sum M_{iy} = 0 ; \sum M_{iz} = 0 ; \tag{5}$$

4. Notion de Contraintes

Considérons le solide S soumis à un chargement quelconque comme montré sur la figure 7. Une coupure ou section selon le plan π , l'action mutuelle entre les partie 1 et 2 est représentée par la force élémentaire $\Delta \vec{f}_{i2/1}$. Le passage à la limite ($\Delta A \rightarrow 0$) fait intervenir **la contrainte** $\vec{\Sigma}(M, \vec{n})$.

Définition : on appelle contrainte $\vec{\Sigma}$ en M , dans la direction \vec{n} , la limite lorsque ΔA tend vers zéro, du rapport entre l'effort $\Delta \vec{f}_{i2/1}$ et l'aire ΔA entourant le point M .

$$\vec{\Sigma}(M, \vec{n}) = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{f}_{i2/1}}{\Delta A} \tag{6}$$

Remarque : les projections de $\vec{\Sigma}$, sur les directions \vec{n} et \vec{t} donnent respectivement les contraintes normale σ et tangentielle τ .

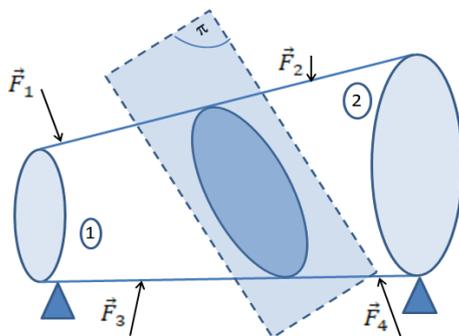


Figure 8

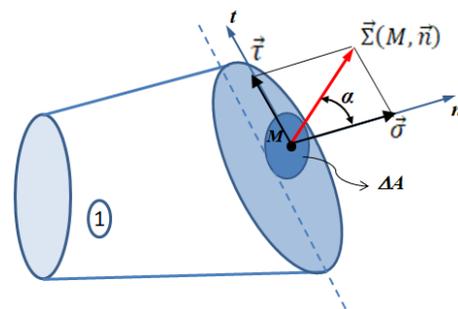


Figure 9

Une contrainte est un effort par unité de surface qui s'exerce dans le matériau. Elle s'exprime en MPa (Méga-Pascal, $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N/mm}^2$).

5. Essai de traction

On distingue essentiellement deux types d’essais mécaniques :

Les essais destructifs sur éprouvette : la pièce est détruite pendant l’essai ;

Les essais non-destructifs : la pièce n’est pas détruite.

Nous verrons dans ce qui suit particulièrement l’essai de traction (Chapitre 2) qui est le plus couramment rencontré.

L’essai de traction permet à lui seul de définir les caractéristiques mécaniques courantes utilisées en RDM. La seule connaissance des paramètres de l’essai de traction permet de prévoir le comportement d’une pièce sollicitée en cisaillement, traction, compression et flexion. Un détail intéressant est donné dans la vidéo du lien suivant :

<https://youtu.be/FyhIezLB0wQ>.

6. Système d’unité International et conversions aux systèmes anglais et américain.

Quantity	Symbol	SI Units	English Units	To Convert from English to SI Units Multiply by
Length	<i>L</i>	m	ft	0.3048
Mass	<i>m</i>	kg	lbm	0.4536
Time	<i>t</i>	s	sec	1
Area	<i>A</i>	m ²	ft ²	0.09290
Volume	<i>V</i>	m ³	ft ³	0.02832
Velocity	<i>V</i>	m/s	ft/sec	0.3048
Acceleration	<i>a</i>	m/s ²	ft/sec ²	0.3048
Angular velocity	<i>ω</i>	rad/s	rad/sec	1
		rad/s	rpm	9.55
Force, Weight	<i>F, W</i>	N	lbf	4.448
Density	<i>ρ</i>	kg/m ³	lbm/ft ³	16.02
Specific weight	<i>γ</i>	N/m ³	lbf/ft ³	157.1
Pressure, stress	<i>ρ, σ, τ</i>	kPa	psi	6.895
Work, Energy	<i>W, E, U</i>	J	ft-lbf	1.356
Power	<i>W</i>	W	ft-lbf/sec	1.356
		W	hp	746