المحور الثاني: نظرية المنفعة المتوقعة

أولا: تمهيد عام

في بيئة استثمارية يسودها عدم اليقين، يصبح من غير الكافي اتخاذ القرارات المالية بناءً على العائد المتوقع فقط، لأن سلوك الأفراد يختلف في مواجهة المخاطرة. لذلك طُورت **نظرية المنفعة المتوقعة** لتقديم نموذج رياضي يأخذ بعين الاعتبار **تفضيلات المستثمرين تجاه المخاطر** وليس فقط النتائج. ويعود أصل هذه النظرية إلى الاقتصادي السويسري **دانيال برنولي** (Bernoulli)سنة 1738، وتُعد اليوم من الأعمدة الأساسية في المالية والسلوك الاقتصادي.

ثانيا: مفاهيم أساسية حول المنفعة

1. المنفعة(Utility)

المنفعة هي مقياس يُستخدم لتقدير مستوى الرضا أو الإشباع الذي يشعر به المستثمر نتيجة امتلاكه لثروة أو عائد معين.

2. المنفعة المتوقعة(Expected Utility)

المنفعة المتوقعة هي متوسط منافع نتائج استثمار ممكنة، محسوبة على أساس احتمالات تحقق كل نتيجة.

الصيغة العامة:

$$EU = \sum_{i=1}^{n} {}_iP \cdot U(W_i)$$

شرح الرموز:

- EU: المنفعة المتوقعة.
- ${}_iP$: احتمال تحقق النتيجة رقم i.
- $U(W_i)$: المنفعة الناتجة عن الثروة ${}_iW$.

3. المنفعة الحدية(Marginal Utility)

هي مقدار التغير في المنفعة نتيجة وحدة واحدة في الثروة.

الصيغة العامة:

$$\frac{dU(W)}{dW} = MU(W)$$

شرح الرموز:

- $MU(W)$: المنفعة الحدية.
- $U(W)$: دالة المنفعة.
- W: الثروة.
- dU/dW: معدل تغير المنفعة بالنسبة للثروة.

ثالثا: أساسيات حول دالة المنفعة

1. **تعريف دالة المنفعة (Utility Function)** هي تمثيل رياضي لسلوك المستثمر.

الصيغة العامة **لدالة المنفعة** هي:

$$f(W) = U$$

شرح الرموز:

- U: تمثل **المنفعة** الكلية التي يحصل عليها المستثمر.
- f: تمثل **الدالة** التي تحدد العلاقة بين الثروة والمنفعة.
- W: تمثل **الثروة** أو العائد المالي.

ملاحظة:

تعبر الصيغة العامة عن دالة مجهولة الشكل وتعتمد على الثروة W، وعند إعطاء الدالة شكل معين فإنها تصبح معرفة وتشتق من الصيغة العامة فتصبح .... = U(W)

2. خصائص دالة المنفعة

- **الزيادة** :كلما زادت الثروة، زادت المنفعة.
- **المنفعة الحدية المتناقصة** :كل وحدة إضافية من الثروة تعطي منفعة أقل من سابقتها.

- **التقعر** :يعكس كره المخاطرة في الرسم البياني.

3. أهم النظريات المؤسسة لنظرية المنفعة

- **Bernoulli (1738)**: أول من ربط القرارات بالمنافع وليس فقط العوائد.
- **Von Neumann & Morgenstern (1944)**:أسسا النموذج الرياضي النظرية المنفعة.
- **Kahneman & Tversky (1979)**: قدّما نظرية التوقعات (Prospect Theory) كتعديل سلوكي على النظرية الكلاسيكية.

رابعا: مفاهيم أساسية ذات صلة بالمنفعة المتوقعة

تعريف المكافئ الأكيد (Certain Equivalent) (CE):

وهو المبلغ المضمون الذي يعطي نفس المنفعة المتوقعة من استثمار آخر غير مضمون بالنسبة للمستثمر.

الشرط: $EU = U(CE)$

شرح الرموز:

U(CE) : المنفعة الناتجة عن المكافئ الأكيد

EU : المنفعة المتوقعة من الاستثمار غير المؤكد

وهو يعني أن المستثمر سيشعر بنفس الرضا (المنفعة) سواءا على مبلغ مضمون أو مؤكد قدره CE، أو خاض استثمارا غير مؤكد ويعطي متوسط منفعة قدره EU.

تعريف المخاطر (Risk)

هي احتمال اختلاف النتائج الفعلية عن النتائج المتوقعة في الاستثمار.

تعريف علاوة المخاطرة (Risk Premium) (RP)

هي الفرق بين العائد المتوقع والمكافئ الأكيد.

الصيغة: $CE - E(R) = RP$

شرح الرموز:

- RP : علاوة المخاطرة.
- E(R) : العائد المتوقع.
- CE : المكافئ الأكيد.

خامسا: سلوك المستثمر تجاه المخاطرة

عند اتخاذ قرارات استثمارية، لا يتصرف جميع الأفراد بنفس الطريقة تجاه المخاطر. فحتى لو تم عرض نفس العوائد، فإن **استجابة المستثمرين تختلف بناءً على ميولهم النفسية وتفضيلاتهم الفردية** .لهذا السبب، تنقسم سلوكيات المستثمرين إلى ثلاث فئات رئيسية :**كاره للمخاطرة، محايد للمخاطرة، محب للمخاطرة.**

1. المستثمر الكاره للمخاطرة(Risk Averse)

هو الشخص الذي يُفضّل عائدًا مؤكدًا على استثمار آخر قد يعطي عائدًا أعلى لكن مع وجود مخاطرة. أي أنه لا يُقدّر التقلبات بل يتجنبها، فهو يفضّل وديعة بنكية مضمونة بنسبة فائدة 5% على استثمار في سوق الأسهم يعطي عائدًا متوقعًا 8% مع احتمال الخسارة.

2. المستثمر المحايد اتجاه المخاطرة(Risk Neutral)

هو الشخص الذي **لا يهتم بدرجة المخاطرة،** ويقيّم الفرص الاستثمارية فقط على أساس **العائد المتوقع،** فلا يهمه ما إذا كان العائد مضمونًا أم لا، طالما أن القيمة المتوقعة هي نفسها.

3. المستثمر المحب للمخاطرة(Risk Seeker)

هو الشخص الذي يفضل الاستثمارات **غير المؤكدة،** بل وقد يختار عائدًا متوقعًا أقل إذا كان فيه **احتمال لتحقيق مكاسب عالية،** فهو يُفضّل شراء ورقة يانصيب على الاحتفاظ بنفس المبلغ نقدًا، حتى مع احتمالات خسارة كبيرة.

سادسا: أنواع دالة المنفعة حسب سلوك المستثمر اتجاه المخاطر

1. دالة المستثمر الكاره للمخاطرة(Risk Averse)

دالة المنفعة الخاصة به **مقعّرة(Concave)** ، أي أن المنفعة الحدية تتناقص كلما زادت الثروة، وهو ما يعني أن المنفعة تزداد ببطء مع زيادة الثروة.

●الصيغة النموذجية لدالة المنفعة:

الصيغة الجذرية:

$$\sqrt{W} = U(W)$$

الصيغة اللوغاريتمية:

$$\ln(W) = U(W)$$

صيغة عامة للكره:

$$\frac{r^{-1}W}{r-1} = U(W), \quad \text{حيث } 0 < r$$

حيث أن r هو معامل كره المخاطر، فكلما زاد هذا المعامل زاد تجنب المستثمر للمخاطر

2. دالة المستثمر المحايد اتجاه المخاطرة(Risk Neutral)

دالة المنفعة الخاصة به خطية، أي أن كل وحدة إضافية من الثروة تضيف نفس القيمة من المنفعة.

●الصيغة النموذجية لدالة المنفعة:

● الصيغة:

$$0 < aW, \quad a = U(W)$$

غالبًا ما يُختصر إلى:

$$W = U(W)$$

حيث أن a هو معامل ثابت موجب (a > 0)، وهو يعبر عن مدى حساسية المستثمر للعائد ، كما أنه لا يؤثر على الشكل الخطي للدالة

3. دالة المستثمر المحب للمخاطرة(Risk Seeker)

دالة المنفعة الخاصة به تكون **محدبة(Convex)** ، أي أن المنفعة الحدية تزداد مع زيادة الثروة، وهو ما يعني أيضا أن المنفعة تزداد بسرعة، وكل زيادة في الثروة تعطي منفعة أكبر.

- **الصيغة النموذجية لدالة المنفعة:**

الصيغة التربيعية:

$$^2W = U(W)$$

صيغة عامة للحب:

$$\frac{^{r+1}W}{r+1} = U(W) \quad ,\text{حيث } 0 < r$$

حيث أن W^2 تعني أن المنفعة تتزايد بمعدل أكبر كلما زادت الثروة

سابعا: العلاقة بين المنفعة والمخاطر حسب سلوك المستثمر اتجاه المخاطر

المستثمر الكاره للمخاطرة(Risk Averse)

كلما زادت المخاطرة، انخفضت المنفعة المتوقعة، حيث أن هذا المستثمر **يخشى التقلبات**، حتى لو كان العائد المتوقع مرتفعًا، ويرى أن **العائد المؤكد** أفضل من **العائد المتقلب** حتى لو كان هذا الأخير أكبر في المتوسط.

المستثمر المحايد اتجاه المخاطرة(Risk Neutral)

المنفعة تتغير فقط بتغير العائد، وليس بتغير المخاطرة، حيث أن هذا المستثمر لا يرى في المخاطرة مشكلة، بل يُقيّم القرارات فقط على أساس **القيمة المتوقعة للعائد.**

المستثمر المحب للمخاطرة(Risk Seeker)

كلما زادت المخاطرة، زادت المنفعة المتوقعة، حيث يرى هذا المستثمر في التقلبات فرصة لمكاسب أعلى ويشعر بالإثارة تجاهها.