**Exercice 01**

Soit un perceptron (un seul neurone) qui possède deux entrées (e1, e2) schématisé dans la figure ci-dessous :

 e1

W1

Fct

∑

W2

 b

 e2

 1

La fonction d’activation de ce perceptron est définie comme suit :

$$Fct \left(x\right)=signe \left(x\right)= \left\{\begin{array}{c}1 Si x>0\\-1 Sinon \end{array}\right.$$

1. Trouver les valeurs des poids w1, w2 et le biais (ou le seuil)  b qui satisfait le jeu données suivant :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| e1 | e2 | **d** |
| 1 | 1 | **1** |
| -1 | 1 | **-1** |
| -1 | -1 | **-1** |
| 1 | -1 | **-1** |

Sachant que les valeurs initiales des poids sont comme suit : w1= -0.2, w2= +0.1, b= -0.2 et le pas d’apprentissage η = +0.1

1. Déterminez l’équation mathématique de l’hyperplan séparateur permettant de distinguer les deux classes ?
2. Peut-on réaliser la fonction XOR avec un seul perceptron ? Justifiez votre réponse en expliquant la limite du perceptron simple pour ce type de problème.
3. Proposer un modèle multi-perceptron avec deux couches qui permet de réaliser le XOR, en décrivant le rôle de chaque perceptron ?
4. Montrez comment les perceptrons sont connectés entre eux à travers un schéma ?

**Solution :**

1. **Le calcul des valeurs des poids et du seuil**
2. **La 1ere ligne**

### a= w1 \* e1+w2\*e2 + b

### a=-0.2+0.1-0.2 = -0.3 ; x=-1 différent de d=1

### Modification des poids :

### w1= w1+ η (d-x) e1

### w1= -0.2+ 0.1(1-(-1)) 1= 0

### w2=0.1+0.1(1-(-1))1 =0.3

### s=s+ η(d-x)= -0.2+0.1(1-(-1))= 0

### La deuxième ligne

### a= 0.3=1 différent de d=-1

### w1= 0+0.1((-1)-1) (-1)= 0.2

### w2= 0.3+0.1(-1-1) 1 = 0.1

### s= 0+0.1(-1-1) = -0.2

### La troisième ligne

### a= -0.2 -0.1 -0.2 =-0.5 =d=-1 (vérifié)

### La quatrième ligne

### a=0.2-0.1-0.2= -0.1=d=-1 (vérifié)

### La première ligne : a= 0.2+0.1-0.2=0.1 =d=1 (vérifié)

### La deuxième ligne : a=-0.2+0.1-0.2=-0.3=d=-1 (vérifié)

### La solution finale est w1=0.2, w2=0.1 , s= -0.2

### 2. L’équation mathématique de l’hyperplan séparateur :

w1⋅e1+w2⋅e2+b=0

Avec w1=0.2, w2=0.1 et b=−0.2:

0.2 e1+0.1 e2 − 0.2=0

### 3. On ne peut pas réaliser le XOR avec un seul perceptron parce que XOR n’est pas linéairement séparable

Explication : XOR n’a pas une ligne unique qui sépare les classes +1 et -1. Il faut un réseau multi-perceptron pour créer une séparation non linéaire.

 4- (𝐀 𝐗𝐎𝐑 𝐁) = ((𝐀 ∧ ¬𝐁) ∨ (¬𝐀 ∧ 𝐁))

* Définir les perceptrons 𝐏𝟏 pour (𝐀 ∧ ¬𝐁) et 𝐏𝟐 pour (¬𝐀 ∧ 𝐁)
* Combiner les sorties de 𝐏𝟏 et 𝐏𝟐 dans 𝐏𝟑 qui implémente P1 v P2

Pour réaliser le XOR nous avons besoin de deux couches : une couche cachée qui contient P1 et P2 et une couche de sortie qui contient P3, voir le schéma suivant :

112

A

P1

A XOR B

112

112

B

P3

P2