

سلسلة تمارين حول الانحدار البسيط

التمرين رقم 01: لدينا البيانات التالية:

$$\sum_1^8 Y_i = 112 \quad \sum_1^8 X_i = 72 \quad \sum_1^8 X_i^2 = 816 \quad \sum_1^8 Y_i^2 = 1936$$
$$\sum_1^8 X_i Y_i = 1256$$

1- اوجد:

- معامل الانحدار \hat{B} ، ثابت الانحدار \hat{A} ، تنبأ بقيمة \hat{Y} عندما $X=20$
- الخطأ المعياري للتقدير S . -معامل الارتباط ومعامل التحديد

الجواب : $\hat{A} = 0.716$ ، $\hat{B} = 1.476$ ، $S = 0.570$ ، $R = 0.997$

التمرين رقم 02 : لدينا البيانات الآتية عن عدد المكالمات الهاتفية X وقيمة المكالمات الواحدة Y

X_i	0	1	2	3	4	5
Y_i	10	20	30	40	50	60

1- ماهي قيمة المكالمات الواحدة

2- استنتج معادلة التقدير بين عدد المكالمات وقيمة المكالمات. وفسر معالمها .

3- إذا تم إلغاء الاشتراك وتغيرت قيمة المكالمات الواحدة وأصبحت 30 دج. استنتج معادلة التقدير

الجواب : $\hat{A} = 10$ ، $\hat{B} = 10$

التمرين رقم 03 : لدينا البيانات الآتية عن متغيرين X و Y

X_i	3	5	6	7	8	10	11	13	14
Y_i	8	10	13	14	15	18	20	23	25

1- ارسم شكل الانتشار . ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟

2- اوجد معادلة التقدير Y/X بطريقة المربعات الصغرى

3- اوجد قيمة \hat{Y} عندما تكون $X=15$

الجواب : $\hat{A} = 3.05$ ، $\hat{B} = 1.54$

التمرين رقم 04 : لدينا البيانات التالية عن المتغيرين X و Y

X_i	2-	0	3	4	5
Y_i	0	2	3	3	4

1- ارسم شكل الانتشار . ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟

2- اوجد معادلة الانحدار Y/X . وارسم بيانها 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير S 4- احسب الأخطاء

المعيارية للمعالم التقديرية A ، B

5- اختر معنوية المعالم التقديرية

6- ماهو مجال التنبؤ للمعالم الحقيقية A ، B

7- أوجد معامل الارتباط والتحديد وفسرهما.

8- اختبر معنوية معامل الارتباط بين X ، Y عند مستوى معنوية 5 %

9- أوجد مجال التنبؤ لـ Y عندما X=3

الجواب : $R = 0.961$ ، $S = 0.483$ ، $\hat{B} = 0.5$ ، $\hat{A} = 1.4$

التمرين رقم 05: لدينا البيانات الآتية عن الدخل الشهري X والإنفاق الشهري (الف دج) X لـ 5 عائلات

X_i	10	8	13	20	9
Y_i	8	6	9	11	6

1- ارسم شكل الانتشار . ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟

2- اوجد معادلة الانحدار Y/X. وفسر معالمها 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير 4- احسب الأخطاء

المعيارية للمعالم التقديرية A , B

5- أوجد معامل الارتباط والتحديد وفسرهما.

6- تنبأ بإنفاق العائلة ذات دخل 30 ألف دج .

7- احسب قيمة الخطأ العشوائي عند الدخل 10 ألف دج

الجواب : $R = 0.94$ ، $S = 0.77$ ، $\hat{B} = 0.41$ ، $\hat{A} = 3.08$

التمرين رقم 06: لدينا البيانات الآتية عن الكمية المطلوبة Y (كغ) من سلعة ما وسعرها (ألف دج)

كما يلي:

X_i	1	2	3	4	5	6	7
Y_i	18	14	9	7	4	3	1

1- ارسم شكل الانتشار . ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟

2- اوجد معادلة الانحدار Y/X بطريقة المختصرة. وفسر معالمها 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير

5- أوجد معامل الارتباط والتحديد وفسرهما.

6- تنبأ بالكمية المطلوبة عند السعر 10 ألف دج

7- احسب قيمة الخطأ العشوائي عند الدخل 04 ألف دج

الجواب : $R = 0.97$ ، $S = 1.46$ ، $\hat{B} = -2.785$ ، $\hat{A} = 19.14$

التمرين رقم 07: لدينا الجدول التالي عن كمية السماد المستخدمة في إنتاج السلع الزراعية وكمية

المحصول.

X_i كمية السماد (كغ)	100	200	400	500
Y_i كمية المحصول (طن)	70	70	80	100

1- ارسم شكل الانتشار بين Y . X ماذا تستنتج منه ؟

2- قدر معادلة الانحدار Y/X. وارسم بيانها

3- اشرح معنى القيم التقديرية A , B 4- احسب الخطأ المعياري للتقدير.

5- احسب الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية

6- اختبر القيم التقديرية إذا كانت القيم الحقيقية تعادل $B = -2$, $B = 3$, $A = 7.2$, $A = 2$ عند مستوى

معنوية 5%.

7- ماهو مجال الثقة أو التقدير للمعالم A , B عند مستوى المعنوية 5%

8- احسب معامل التحديد وفسر معناه 9- تنبأ بكمية المحصول إذا كانت كمية السماد 150 كغ ، 200

كغ ، 300 كغ.

10- كون مجال التنبؤ (الثقة) لكمية المحصول Y الفعلية عند مستوى المعنوية 5 % ، 10 % عند

استخدام كمية الأسمدة مقدارها 150 كغ.

الجواب: $R = 0.904$ ، $S = 7.416$ ، $\hat{B} = 0.07$ ، $\hat{A} = 59$

التمرين رقم 08: لدينا البيانات التالية عن متغيرين X , Y

X_i	0	3	6	9	12
Y_i	3	7	16	21	25

- 1- ارسم شكل الانتشار. ماذا تستنتج من هذا الشكل؟ 2- أوجد معادلة الانحدار Y/X , X/Y
 - 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير Y/X 4- احسب الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية 5-
 - اختبر معنوية المعلمة B عند مستوى معنوية 5% 6- ماهو مجال الثقة (مجال التنبؤ) باحتمال 95%
 - 7- احسب معامل الارتباط ومعامل التحديد وفسر معناه
 - 8- احسب التباين المفسر والتباين غير المفسر.
 - 9- ماهي القيمة التنبؤية لـ Y عند $X = 7$ وماهو مجال التنبؤ(الثقة) باحتمال 95%
- الجواب: $\hat{A} = 2.8$ ، $\hat{B} = 1.93$ ، $S = 1.50$ ، $R = 0.990$

التمرين رقم 09: لدينا البيانات التالية لمؤسسة ما عن حجم الأرباح (آلف دج) التي حققتها خلال عشر سنوات وحجم الأنفاق الاستثماري في كل سنة:

السنة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
حجم الأرباح X_i	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
الأنفاق الاستثماري Y_i	40	45	50	65	70	70	80	85	85	95

- 1- ارسم شكل الانتشار بين Y و X . هل توجد علاقة بين أرباح واستثمارات المؤسسة؟
- 2- أوجد معادلة الانحدار Y/X . وفسر معالمها .
- 3- تنبأ بقيمة الاستثمارات إذا كان حجم أرباح المؤسسة 550 ألف دج. و 120 ألف دج على التوالي.
- 4- احسب الخطأ المعياري لمعادلة التقدير
- 5- أوجد معامل الارتباط ومعامل التحديد وفسر معناهما.
- 6- اختبر معنوية العلاقة بين حجم الاستثمارات وحجم الأرباح في المؤسسة عند مستوى المعنوية 5% ، و 1%.

الجواب: $\hat{A} = 35.33$ ، $\hat{B} = 0.06$ ، $R = 0.983$ ، $S = 3.57$

التمرين رقم 10: إذا كان لدينا البيانات التالية عن مستوى الادخار ومستوى الدخل لخمسة عائلات كمايلي:

الدخل X_i (دج)	8000	11000	9000	6000	6000
الادخار Y_i (دج)	600	1200	1000	700	300

- 1- أوجد نوع العلاقة بين الدخل والادخار 2- هل يمكن تمثيل هذه العلاقة بخط مستقيم
 - 3- قدر معالم هذه المعادلة وفسر معناهما. 4- احسب الخطأ المعياري للتقدير 5- احسب الأخطاء المعيارية لمعالم النموذج
 - 6- اختبر القيم التقديرية عند القيم الحقيقية الآتية: $B=1$, $B=0.7$, $A=1000$, $A=500$ عند مستوى معنوية 5%.
 - 7- أنشئ مجال الثقة (التنبؤ) لكل من القيم الحقيقية B , A عند مستوى المعنوية 5%
 - 8- احسب معامل الارتباط والتحديد وشرح معناهما. اختبر مستوى معنوية العلاقة بين X , Y
 - 9- تنبأ بقيمة الادخار عندما يكون الدخل 10000 دج 10- انشئ مجال التنبؤ بقيمة الادخار عند الدخل السابق ومستوى معنوية 5% ، 1% .
- الجواب: $\hat{A} = -395.65$ ، $\hat{B} = 0.144$ ، $S = 197.01$ ، $R = 0.874$

التمرين رقم 11:

ليكن لدينا النموذج الخطي التالي :

$$\hat{Y}_i = 20.5 + 0.95X_i$$

المطلوب:

- 1- حدد مجال التنبؤ(الثقة) لـ Y عند القيمة $X=12$. علما أن

2- اختبر معنوية القيمة التنبؤية \hat{Y} عند $X=12$ (معنوية الفرق). إذا كانت القيمة الأصلية لـ $Y=30$ عند مستوى المعنوية السابق

3- حدد مجال التنبؤ (الثقة) لـ Y حالة النموذج التالي : $\hat{Y}_i = 42 - 0.75X_i$: $\bar{X}=12$, $S_x=250$, $ESS=6.25$, $n=20$ مستوى المعنوية 5%

4- حدد مجال التنبؤ (الثقة) لـ Y في حالة النموذج التالي: $\hat{Y}_i = 30 + 0.95X_i$: $\bar{X}=29$, $S_x=128$, $ESS=26.3$, $n=26$ مستوى المعنوية 5%

التمرين رقم 12: في دراسة قامت بها إحدى الشركات عن العلاقة بين عمر آلة بالسنوات وتكلفة صيانتها بألف دج، فحصلت الشركة على البيانات التالية عن مجموعة 10 آلات

X_i العمر	2	4	5	7	8	4	9	10	5	7
Y_i التكلفة	50	125	150	230	265	105	290	400	100	215

1- ارسم شكل الانتشار. ماذا تستنتج؟ 2- قدر معادلة الانحدار بين عمر الآلة وتكلفة الصيانة وفسر معالمها.

3- احسب الخطأ المعياري للتقدير . 4- ماهي الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية

5- اختبر معنوية المعالم التقديرية عند مستوى معنوية 5% ، 1% ،
6- احسب معامل الارتباط ومعامل التحديد وفسرهما.

7- اختبر معامل الارتباط عند مستوى معنوية 5% . في الحالات التالية:

$$R=0.3 \quad R<0.2 \quad R>0.4$$

8- تنبأ بمتوسط تكلفة الصيانة للآلة عمرها 12 سنة 9- وما هو مجال التنبؤ لمتوسط تكلفة صيانة هذه الآلة عند مستوى المعنوية 5% ، 1%

الجواب: $\hat{A} = -58.07$ ، $\hat{B} = 41.16$ ، $S = 27.86$ ، $R = 0.969$

التمرين رقم 13: تنتج إحدى المؤسسات قطع غيار وإنتاجها الشهري يتناسب مع حاجة السوق والجدول التالي: يوضح عدد الوحدات المنتجة وعدد العمال خلال 10 اشهر

الأشهر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
عدد الوحدات المنتجة Y_i	30	20	60	80	40	50	60	30	70	60
عدد العمال X_i	73	50	128	170	87	108	135	69	148	132

1- حساب معادلة التقدير وفسر معالمها باعتبارها خطية 2- ماهو الخطأ المعياري لمعادلة التقدير.

3- احسب الخطأ المعياري للمعالم التقديرية 4- اختبر معنوية تأثير X على Y عند مستوى معنوية 5% ، 1%

5- احسب معامل التحديد ومعامل الارتباط وفسرهما . 6- تقدير عدد الوحدات المنتجة عندما يكون عدد العمال 80 عامل 7- إيجاد مجال التنبؤ (مجال الثقة) لعدد الوحدات المنتجة عند عدد العمال السابق باحتمال 95% و 99%

8- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ عن طريق معامل ثيل .

الجواب: $\hat{A} = -4.75$ ، $\hat{B} = 0.498$ ، $S = 1.36$ ، $R = 0.998$

التمرين رقم 14: لدينا كمية المحصول من القمح (Y طن) الناتجة عن استخدام كميات مختلفة من الأسمدة (X كغ)

المحصول	40	44	46	48	52	58	60	68	74	80
الأسمدة	6	10	12	14	16	18	22	24	26	32

1- مانوع العلاقة بين الأسمدة والمحصول من القمح 2- تقدير العلاقة بين الأسمدة والمحصول.

- 2- فسر المعالم التقديرية لهذه العلاقة 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير وفسر معناه 4- ارسم معادلة التقدير وبين الأخطاء العشوائية بيانياً
- 5- احسب الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية A ، B
- 6- هل للمعالم التقديرية معنى إحصائي عند مستوى المعنوية 5% ، 1%
- 7- احسب معامل الارتباط والتحديد وفسر معناه 8- هل لمعامل الارتباط معنى إحصائي عند مستوى معنوية 5% 9- احسب التباين الكلي والتباين المفسر والتباين غير مفسر 10- تنبأ بكمية المحصول عندما تستخدم كمية من الأسمدة مقدارها 21 كغ 11 - ماهو مجال التنبؤ (الثقة) بكمية المحصول عند استخدام كمية الأسمدة 21 كغ عند مستوى معنوية 5% ، 1%
- 12 - اختبر مقدرة هذا النموذج على التنبؤ.
- الجواب : ، $R=0.985$ ، $S=2.43$ ، $\hat{B}=1.66$ ، $\hat{A}=27.12$

التمرين رقم 15:

ليكن لدينا المعلومات التالية عن سعر الفائدة وودائع التوفير (م.دج) خلال خمس سنوات كعينة في إحدى البنوك :

السنة	2004	2005	2006	2007	2008
سعر الفائدة%	10	10.2	10.4	10.5	10.6
ودائع التوفير	88.3	89.12	100.11	108.11	109.13

المطلوب:

- 1- ارسم شكل الانتشار، ماذا تستنتج من شكل الانتشار؟
- 2- أوجد معادلة الانحدار وفسر معالمها التقديرية 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير
- 4- أوجد الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية 5- أوجد معامل الارتباط والتحديد.
- 6- اختبر معنوية العلاقة بين X ، Y عند مستوى معنوية 5%
- 7- ماهو مجال التنبؤ للمعالم A . B
- 8- تنبأ بحجم وودائع التوفير إذا كان سعر الفائدة 11%.
- 9- كون مجال التنبؤ بحجم الودائع عند سعر الفائدة 11% ومستوى معنوية 10%
- 10- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ عن طريق معامل ثيل
- الجواب : ، $R=0.954$ ، $S=3.45$ ، $\hat{B}=39.56$ ، $\hat{A}=-310.15$

التمرين رقم 16:

بين الجدول التالي تطور العلاقة بين استهلاك الكهرباء X و مردودية العامل Y في عينة من 10 مصانع :

رقم المصنع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y_i	2	3	6	4	2	3	4	5	6	8
X_i	6	6.1	6.8	7.2	7.4	7.9	8.2	8.5	8.9	9.1

المطلوب:

- 1- مانوع العلاقة بين مردودية العامل واستهلاك الكهرباء ؟ قدر معالم العلاقة بين مردودية العامل واستهلاك الكهرباء.
- 2- فسر معالم هذه العلاقة. ثم احسب الخطأ المعياري للتقدير
- 3- احسب الخطأ المعياري للتقدير
- 4- ماهي الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية
- 5- احسب معامل الارتباط والتحديد وفسر معناه 6- اختبر معنوية المعالم التقديرية عند مستوى المعنوية 5%.
- 7- ماهو مجال التنبؤ للمعالم A . B

- 8- احسب التباين الكلي والتباين المفسر والتباين غير مفسر.
 9- ماهي قيمة مردودية العامل عند مستوى $X=12$. وما هو مجال التنبؤ بمردودية العامل عند مستوى معنوية السابق.
 10- اختبر قدرة هذا النموذج على التنبؤ.

الجواب : ، $R=0.659$ ، $S=1.55$ ، $\hat{B} = 1.16$ ، $\hat{A} = -4.587$

التمرين رقم 17:

يبين الجدول التالي العلاقة بين حجم الاستثمار والناتج الداخلي الخام بين سنة 2001 و2012 في بلد ما باعتبار أن الناتج المحلي متغير مستقل، وحدة القياس مليار دج

السنة	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12
حجم الاستثمار	0	1	2	3	4	5.5	7	8	9.5	10.5	11.5	14
الناتج المحلي	1	2	5	10	20	25	35	40	45	55	65	75

المطلوب:

- 1- قدر معالم هذه العلاقة باعتبارها خطية، وفسر معناها.
- 2- احسب الخطأ المعياري للتقدير
- 3- ماهي الأخطاء المعيارية للمعالم التقديرية
- 4- احسب التباين الكلي والتباين المفسر والتباين غير مفسر. واستنتج معامل الارتباط والتحديد. وفسرهما.
- 5- هل لمعامل الارتباط دلالة إحصائية عند مستوى معنوية 5%؟
- 6- اختبر معنوية المعالم التقديرية لهذا النموذج عند مستوى معنوية 1%؟
- 7- ماهو مجال التنبؤ للمعالم التقديرية عند مستوى معنوية 10% ، 5% .
- 8- ماهي حجم الاستثمارات المتوقعة عند مستوى الناتج المحلي 70 م. د. وذلك عند مستوى معنوية 5%؟
- 9- اختبر قدرة هذا النموذج على التنبؤ وفق معامل ثيل.

الجواب : ، $R=0.994$ ، $S=0.514$ ، $\hat{B} = 0.177$ ، $\hat{A} = 0.763$

التمرين رقم 18: فيما يلي بيانات عن إجمالي الإنفاق وإجمالي الألف عن اللحوم لـ 10 أسر خلال احد الأشهر (الإنفاق بالألف دج)

X_i	2	4	6	8	9	10	12
Y_i	5	10	12	14	16	20	22

إذا اعتبرنا الألف على اللحوم دالة غير خطية من الشكل التالي:

$$Y = A + \frac{B}{X} + U$$

- 1- تقدير معالم هذا النموذج 2- تنبأ بقيمة \hat{Y} عندما $X=20$. 3- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ.

الجواب : $\hat{B} = 48.212$ ، $\hat{A} = 4.94$

التمرين رقم 19:

لنفترض أن هناك صناعة يدوية تعتمد أساسا على عنصر العمل ويفرض أنه تم اختيار خمسة مصانع كعينة عشوائية:

عدد وحدات عنصر العمل	5	7	9	10	11
عدد الوحدات منتجة	8	12	17	20	23

باعتبار العلاقة بين عنصر العمل وعدد الوحدات المنتجة من الشكل $Y_i = AX^B + u$

- 1-قدر معالم نموذج دالة الإنتاج .هل يتوافق هذا النموذج مع النظرية الاقتصادية للإنتاج ؟
 - 2-تنبأ بحجم الإنتاج .إذا علمت أن عدد العمال يساوي 15 .
 - 3-ماهو مجال التنبؤ بحجم الإنتاج عند عدد العمال السابق ،ومستوى معنوية 5%
 - 4-اوجد معامل الارتباط والتحديد وفسر معناهما .
 - 5-اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ .
- الجواب : $\hat{A} = 0.908$ ، $\hat{B} = 1.34$

التمرين رقم 20: لدينا الجدول التالي حول متغيرين X , Y

X_i	1	3	4	6	7	8	9
Y_i	2	4	6	10	12	16	20

باعتبار العلاقة بين المتغيرين X , Y من الشكل $Y_i = AB^X + u$

- 1-تقدير معالم النموذج 2- تنبأ بقيمة \hat{Y} عندما $X=5$ 3- اختبر مقدرة النموذج على التنبؤ عن طريق معامل ثيل.