د. لمياء مكرسي
المستوى: السنة الثانية ليسانس علوم تجارية

تحليل الحساسية

تكمن أهمية تحليل الحساسية في أنه يعطي دراسته كاملة للمتغيرات الداخلة في النموذج الرياضي بحيث يبقى لنا أكبر عائد أو أقل تكلفة وما هو مدى التغيرات في هذه المتغيرات، فمثلا إذا حدثت التغيرات في ظروف المشروع كزيادة في الموارد المتاحة كأن تكون زيادة في الوقت المتاح أو في عدد العمال أو إنتاج منتوج جديد أو غير ذلك، مما يتطلب إعادة حل النموذج للمشكلة بعد إضافة المتغيرات الجديدة.

إن مسألة إعادة حل النموذج يكون مرهقا وقد يحتاج إلى وقت طويل، ولكن تطبيق طريقة تحليل الحساسية (يسمى أيضا بتحليل ما بعد الأمثلية) يجنبنا إعادة الحل بأكمله. ويعرف تحليل الحساسية بأنه دراسة تأثير التغيرات في مكونات المشكلة على نموذج البرمجة الخطية.

ونميز الحالات التالية لأهم التغيرات التي يمكن أن تحدث على نموذج البرمجة الخطية الأولي:

-حالة تغيير معاملات دالة الهدف (C_j)؛

-حالة تغير الطرف الأيمن من القيود (b_i)؛

-حالة تغيير المعاملات الفنية (a_{ij})؛

-إضافة متغير أو متغيرات جديدة؛

-إضافة قيد أو قيود جديدة.

ينشأ عن هذه المتغيرات إحدى الحالات التالية:

- عدم تغير الحل الأمثل (عدم تأثر الحل الأمثل بالتغيرات الجديدة).
- عدم تغير المتغيرات الأساسية مع تغير قيمها نتيجة للتغيرات الإضافية الجديدة.
- تغير الحل الأساسي بأكمله.

ملاحظة: إن تحليل الحساسية لا يتطلب حل المشكلة من البداية بل من خلال دراسة الجدول الأخير (الحل الأمثل) فقط.

سيتم التركيز في هذه المحاضرة على دراسة التغيرات في معاملات دالة الهدف والتغيرات في الطرف الأيمن للقيود.

مثال: اليك البرنامج الخطي التالي:

$$\text{Max : } Z=2X_1+X_2$$
$$3X_1+ X_2\leq 15$$
$$X_1+2X_2\leq 12$$
$$X_1\geq 0,\ X_2\geq 0$$

إذا علمت أن الحل الأمثل لهذا النموذج والذي تم التوصل إليه في جدول السمبلكس الأخير هو:

C_b →		2	1	0	0	B_i	B_i/a_{ij}
		X_1	X_2	S_1	S_2		
2 ↓	X_1	1	0	6/15	-1/5	18/5	
1	X_2	0	1	-1/5	3/5	21/5	
$Z=\sum_{j=1}^{n} C_jX_j$		**2**	**1**	**9/15**	**1/5**	**Z=(2*18/5)+(1*21/5)=32**	
C_j-Z_j		**0**	**0**	**-9/15**	**-1/5**		

1.تحليل الحساسية عند معاملات دالة الهدف:

من أهم الأمور التي تشغل بال المقررين هي حساسية البرمجة الخطية للتغيرات التي قد تصيب الأسعار. إن حدوث تغير في معاملات دالة الهدف سيؤثر على أمثلية الحل الذي تم التوصل إليه، وفي هذا السياق فإنه وعند إجراء تحليل الحساسية يجب تحديد ما إذا التغير في معاملات دالة الهدف الأساسية فقط، أو المتغيرات غير الأساسية أو كليهما.

لنفترض أن المعامل C_j يتغير ضمن المجال من 2 إلى **2+Δ**، وبإجراء عملية تعويض للمقدار 2 بالمقدار **2+Δ** في جدول السمبلكس الأخير فإننا نتحصل على الجدول التالي:

C_b ⟶		2+Δ	1	0	0	B_i	B_i/a_{ij}
		X_1	X_2	S_1	S_2		
2+Δ	X_1	1	0	6/15	-1/5	18/5	
1	X_2	0	1	-1/5	3/5	21/5	
$Z=\sum_{j=1}^{n} C_j X_j$		2+Δ	1	$\frac{9+6\Delta}{15}$	$\frac{1-\Delta}{5}$	$z=\frac{57+18\Delta}{5}$	
C_j-Z_j		0	0	$\frac{-(9+6\Delta)}{15}$	$\frac{-(1-\Delta)}{5}$		

الحل المعطى بالجدول يبقى حلا أمثلا إذا:

$$\begin{cases} \frac{-(9+6\Delta)}{15} \leq 0 \\ \frac{-(1-\Delta)}{5} \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta \geq -3/2 \\ \Delta \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow -3/2 \leq \Delta \leq 1$$

هذا يعني أن الحل الأمثل سيأخذ القيمة (X_1, X_2)= (18/5 ،21/5) كلما كان:

$$(2-3/2) \leq C1 \leq (2+1) \longleftrightarrow 0.5 \leq C1 \leq 3$$

إذا كانت التغيرات التي قد تصيب المعلمة C1 داخل نطاق المجال (المدى) الذي تم تحديده [0.5, 3] باستخدام الحساسية، فلن يكون هناك أي أثر على الحل الأمثل أما إذا كانت التغيرات خارج المجال المحدد، فهناك حاجة إلى حل جديد ولا بد من إعادة البرمجة للمشكلة المطروحة.