المحور الثالث مقاييس النزعة المركزية

المحاضرة السابعة

2- مشتقات المتوسط الحسابي

بالإضافة إلى المتوسط الحسابي الذي يحسب بطريقة معينة هناك متوسطات أخرى من نفس درجة الدقة للمتوسط الحسابي، إلا أنها تحسب بطرق متميزة لأن سلسلة البيانات ليس لها نفس الطبيعة في حالة المتوسط الحسابي

2-1- المتوسط الهندسي:

يعرف المتوسط الحسابي مجموعة من القيم عددها n بأنه الجذر النوني لحاصل ضرب هذه القيم، ويرمز له بالر مز $\overline{X_G}$

تعتبر بمجالات تطبيق المتوسط الهندسي قليلة مقارنة بالوسط الحسابي، ومن أهم المجالات اليي يستخدم فيها المتوسط الهندسي في المجال الاقتصادي هي في حساب الأرقام القياسية، كما يستخدم في ايجاد متوسط نسب التغير لبعض الظواهر مثل معدل النمو ومعدلات الفائدة...

2-1-1- في حالة البيانات الاولية (غير مبوبة)

إن المتوسط الهندسي هو الجذر النوني لجداء القيم، فإذا كان لدينا n من القيم

X_1 X_2.....X_n فان وسطها الهندسي يعرف حسب المعادلة التالية :

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots \times x_n}$$

ومن أجل تسهيل العمليات الحسابية نستعمل اللوغاريتم لإيجاد الوسط الهندسي ودلك حسب العلاقة التالية

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{n}\sum log\, x_i}$$

مثال رقم 5 لتكن السلسلة الاحصائية التالية

08-05-06-10-03-04-02-03

المطلوب احسب المتوسط الهندسي للسلسلة الاحصائية السابقة

حل المثال رقم 5

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_n}$$

$$= \sqrt[8]{08 \times 05 \times 06 \times 10 \times 03 \times 04 \times 02 \times 03}$$

$$\overline{X_G} = 4.51$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{n}\sum log\, x_i}$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{8}\sum} \log 8 + \log 5 + \log 6 + \log 10 + \log 3 + \log 4 + \log 2 + \log 3$$

$$\overline{X_G} = 4.5$$

2-1-2- في حالة البيانات المبوبة (الجدول التكراري)

يعرف المتوسط الهندسي في حالة توزيع تكراري بالعلاقة التالية

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \ldots \times x_n^{n_i}}$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{n}\sum n_i log\, x_i}$$

حيث

X_1 X_2.....X_n هي قيم المتغير الاحصائي

n_1 n_2.....n_n هي التكرار المطلق للمتغير

n عدد قيم المتغير الاحصائي

مثال رقم 6

باستخدام معطيات مثال توزيع الاسر حسب عدد الاطفال احسب المتوسط الهندسي للتوزيع

حل المثال رقم 6

الجدول رقم 4 توزيع 20 اسرة حسب عدد الاطفال

ni log xi	Log xi	xi^{ni}	ni	Xi
2.1	0.3	128	07	02
1.9	0.47	81	04	03
3.61	0.6	4096	06	04
2.09	0.69	125	03	05
9.7	/	/	20	المجموع

$$\overline{X_G} = \sqrt[n]{x_1^{n_1} \times x_2^{n_2} \times \dots \times x_n^{n_i}}$$

$$\overline{X_G} = \sqrt[20]{128 \times 81 \times 4096 \times 125}$$

$$\overline{X_G} = 3.06$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{n}\sum n_i \log x_i}$$

$$\overline{X_G} = 10^{\frac{1}{20}\sum 9.7}$$

$$\overline{X_G} = 3.05$$

2-2- المتوسط التربيعي

المتوسط التربيعي لاي مجموعة من القيم هو الجذر التربيعي للمتوسط الحسابي لمربعات تلك القيم و يرمز له بالرمز $\overline{X_Q}$

2-2-1- في حالة بيانات اولية (بيانات مبوبة)

اذا كان لدينا قيم n من القيم $x_1\ x_2 \dots\dots\dots\dots x_n$

فان وسطها التربيعي يعرف حسب المعادلة التالية

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_i^2}{n}}$$

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}}$$

مثال رقم 7

لتكن لدينا السلسلة الاحصائية التالية

01-05-06-02-03-04

المطلوب حساب المتوسط التربيعي للسلسلة الاحصائية

حل المثال رقم 7

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{n}}$$

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{1^2 + 5^2 + 6^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2}{06}}$$

$$\overline{X_Q} = 9.53$$

2-2-2 في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة)

يعرف الوسط التربيعي في حالة توزيع تكراري بالعلاقة التالية

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_i^2}{n_1 + n_2 + \cdots + n_i}}$$

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 n_i}{\sum n_i}}$$

حيث

X_1 X_2.....X_n هي قيم المتغير الاحصائي

n_1 n_2.....n_n هي التكرار المطلق للمتغير

n عدد قيم المتغير الاحصائي

مثال رقم 8

باستخدام معطيات المثال رقم 02-01 احسب المتوسط التربيعي للتوزيع

حل المثال رقم 8

جدول رقم 5 توزيع 20 اسرة حسب عدد الاطفال

xi^2ni	xi^2	ni	xi
28	04	07	02
36	09	04	03
96	16	06	04
75	25	03	05
235	/	20	المجموع

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2 n_i}{\sum n_i}}$$

$$\overline{X_Q} = \sqrt{\frac{235}{20}}$$

$$\overline{X_G} = 3.42$$

2-3- المتوسط التوافقي

المتوسط التوافقي لمجموعة من القيم هو عبارة عن مقلوب المتوسط الحسابي لمقلوب تلك القيم ويستعمل الوسط التوافقي فقط في حالة وجود علاقة عكسية بين ظاهرتين و يرمز له بالرمز $\overline{X_H}$

2-3-1- في حالة بيانات اولية (بيانات غير مبوبة)

اذا كان لدينا قيم n من القيم $x_1 x_2 \ldots\ldots\ldots\ldots x_n$

فان وسطها التوافقي يعرف حسب المعادلة التالية

$$\overline{X_H} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \cdots + \frac{1}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

مثال رقم 09

لتكن لدينا السلسلة الاحصائية التالية

01-05-06-02-03-04

المطلوب حساب المتوسط التوافقي

حل المثال رقم 09

$$\overline{X_H} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{06}{\frac{1}{1} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}}$$

2-3-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة)

يعرف الوسط التوافقي في حالة توزيع تكراري بالعلاقة التالية

$$\overline{X_H} = \frac{n_1 + n_2 + \cdots + n_i}{\frac{n_1}{x_1} + \frac{n_2}{x_2} + \cdots + \frac{n_i}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$$

حيث

X_1 X_2.....X_n هي قيم المتغير الاحصائي

n_1 n_2.....n_n هي التكرار المطلق للمتغير

n عدد قيم المتغير الاحصائي

مثال رقم 10

باستخدام مثال توزيع الاسر احسب المتوسط التوافقي للتوزيع

حل المثال رقم 10

جدول رقم 06 توزيع 20 اسرة حسب عدد الاطفال

xi	ni	ni/xi
02	07	3.5
03	04	1.3
04	06	1.5
05	03	0.6
المجموع	20	6.9

$$\overline{X_H} = \frac{\sum n_i}{\sum \frac{n_i}{x_i}}$$

$$\overline{X_H} = \frac{20}{9.6}$$

$$\overline{X_H} = 2.08$$