المحور الثالث مقاييس النزعة المركزية

المحاضرة السادسة

نلاحظ من خلال البيانات الخاصة بأي ظاهرة سواء في صورتها الأولية أو بعد تلخيصها وتبويبها في جداول التوزيع التكراري أنها تميل إلى التمركز حول قيمة معينة، وكلما ابتعدنا عن هذه القيمة فإن عدد المعلومات يبدأ في التناقص نسمي هذه الظاهرة بالنزعة المركزية .

أما القيم التي تتمركز حولها البيانات فتسمى بمقاييس النزعة المركزية وهي ميل معظم المفردات المختلفة للتجمع حول نقطة أو قيمة واحدة تسمى القيمة المتوسطة .

وميزة هذه القيم المتوسطة كقيم عددية وحيدة توفر لنا فكرة عامة عن البيانات وتصف الظاهرة المدروسة مثل الجداول الإحصائية ألا أنها أكثر اختصارا وأكثر فائدة، حيث تمكننا من المقارنة بين مجموعة من القيم ومجموعة أخرى، أو بين ظاهرة وأخرى .

هناك عدة مقاييس للتعبير عن هذه الظاهرة تختلف من خلال الدقة والمدلول الإحصائي ونذكر منها:

- المتوسط الحسابي ومشتقاته؛

-المنوال

-الوسيط ومشتقاته

1- المتوسط الحسابي :

يعتبر من أهم وأشهر مقاييس النزعة المركزية وأكثرها شيوعا وإستخداما، المتوسط الحسابي لمجموعة من قيم البيانات هو عبارة عن حاصل قسمة مجموع هذه القيم على عددها ويرمز له بالرمز $\overline{X}$

1-1- المتوسط الحسابي من البيانات الأولية (بيانات عير مبوية):

المقصود بالبيانات الأولية أو البيانات غير مبوبة هي عندما تكون في شكل سلسلة إحصائية، فإذا كانت $x_1 \quad x_2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad x_k$

تمثل قيم الظاهرة المدروسة، فإن المتوسط الحسابي لهذة السلسلة هو مجوع هذه القيم على عددها أي أن المتوسط الحسابي يحسب حسب العلاقة التالية:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_k}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

مثال 1

لتكن لدينا علامات عينة مكونة من 15 طالب في مقياس ما و هي كالتالي

16-09-10-07-05-15-08-11-13-15-06-11-14-12-13

المطلوب حساب المتوسط الحسابي للسلسلة

حل المثال رقم 1

حساب المتوسط الحسابي

$$\bar{X} = \frac{13+12+14+11+6+15+13+11+8+11+5+7+10+9+16}{15}$$

= 11

وبالتالي متوسط علامات الطلبة في المقياس يقدر ب 11

2-1- المتوسط الحسابي من التوزيع التكراري (بيانات مبوبة)

اذا كانت البيانات مبوبة في جدول توزيع تكراري فان

1-2-1- في حالة متغير كمي منفصل

اذا كانت لدينا بيانات مبوبة او مكررة اي تكون مرتبة في شكل جدول توزيع تكراري وكان المتغير الاحصائي المدروس متغير كمي منفصل فان المتوسط الحسابي يكون حسب العلاقة التالية

$$\bar{X} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \cdots + n_k x_k}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum n_i}$$

و يمكن ان يحسب المتوسط الحسابي باستخدام- التكرار النسبي و ذلك حسب العلاقة

$$\overline{X} = \sum f_i x_i$$

مثال رقم 2

باستخدام معطيات المثال توزيع الاسر حسب عدد الاطفال نقوم بحساب المتوسط الحسابي للتوزيع المعطى مستعينا بالتكرار المطلق ثم بالتكرار النسبي

حل المثال رقم 2

الجدول رقم 2 توزيع 20 اسرة حسب عدد الاطفال

Fi xi	fi	Ni xi	ni	xi
0.7	0.35	14	07	02
0.6	0.20	12	04	03
1.2	0.30	24	06	04
0.75	0.15	15	03	05
3.25	01	20	20	المجموع

حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i x_i}{\sum n_i} = \frac{65}{20} = 3.25$$

حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي

$$\overline{X} = \sum f_i x_i = 3.25$$

يقدر متوسط عدد الاطفال في الاسرة بالعينة المدروسة ب 03 اطفال

1-2-2- في حالة متغير كمي متصل

راينا سابقا انه اذا كان لدينا متغير كمي متصل فان قيم هذا المتغير تكون في جدول التوزيع التكراري في شكل فئات فاذا كانت $C_1\ C_2 \ldots\ldots\ldots\ldots C_K$

مراكز هذه الفئات فان المتوسط الحسابي يحسب بالعلاقة التالية

$$\bar{X} = \frac{n_1 c_1 + n_2 c_2 + \cdots + n_k c_k}{n}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i c_i}{\sum n_i}$$

اما اذا استخدمنا التكرار النسبي فيكون المتوسط الحسابي حسب العلاقة التالية

$$\bar{X} = \sum f_i x_i$$

مثال رقم 3

بالاعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 احسب المتوسط الحسابي

حل المثال رقم 3

- **حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار المطلق**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{k} n_i c_i}{\sum n_i} = \frac{472}{50} = 9.44$$

- **حساب المتوسط الحسابي باستخدام التكرار النسبي**

$$\bar{X} = \sum f_i c_i = 9.44$$

يقدر متوسط البطاطا المنتجة من 50 مزرعة ب 9.44 كغ

3-1- المتوسط الحسابي المرجح للاوساط الحسابية

يستخدم المتوسط الحسابي المرجح لايجاد المتوسط الحسابي لاكثر من مجموعة في حالة دمجهم مع بعض في مجموعة واحدة فاذا كانت لدينا مثلا مجموعة من n_1 من القيم وسطها الحسابي X_1 و مجموعة ثانية تتكون من n_2 من القيم وسطها الحسابي X_2 فان الوسط الحسابي للمجموعتين هو

$$\bar{X} = \frac{n_1 \bar{X}_1 + n_2 \bar{X}_2}{n_1 + n_2}$$

مثال رقم 4

يبين الجدول التالي عدد الطلبة و متوسط نقاطهم في مقياس الاحصاء ل 03 افواج في دفعة ما

الجدول رقم 3 متوسط نقاط 03 افواج من الطلبة في مقياس الاحصاء

الافواج	الفوج01	الفوج02	الفوج03
عدد الطلبة n_i	35	38	42
متوسط النقاط $\overline{X}$	11	10.4	10.8

المطلوب احسب المتوسط الحسابي لنقاط طلبة الدفعة

حل المثال رقم 4

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{n_1}\overline{\mathbf{X}}_1 + \boldsymbol{n_2}\overline{\mathbf{X}}_2 + \boldsymbol{n_3}\overline{\mathbf{X}}_3}{\mathbf{n_1} + \boldsymbol{n_2} + \boldsymbol{n_3}}$$

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{(35 \times 11) + (38 \times 10.4) + (42 \times 10.8)}{35 + 38 + 42}$$

$$\overline{\mathbf{X}} = \frac{358 + 395.2 + 453.6}{114}$$

$$\overline{\mathbf{X}} = \mathbf{10.58}$$

متوسط النقاط هو 10.58

4-1- خصائص المتوسط الحسابي

- اكثر مقاييس النزعة المركزية استخداما
- المتوسط الحسابي قابل للعمليات الجبرية و لا يمكن حسابه بيانيا
- يتاثر المتوسط الحسابي بالقيم المتطرفة او الشاذة و هي القيم الواقعة في طرفي مجال الدراسة
- يستعمل الوسط الحسابي في حالة المتغيرات الكمية اي القابلة للقياس
- اساس المتوسط الحسابي هو الحساب التجميعي
- يوجد وسط حسابي وحيد بالنسبة لتوزيع تكراري معين او سلسلة احصائية معينة
- يعتمد في حساب المتوسط الحسابي على كل القيم

- لايمكن استخدامه في حالة الظواهر الوصفية غير الرقمية
- لا يمكن استخدامه في حالة الفئات المفتوحة من البداية او النهاية حيث ان حسابه يتطلب معرفة مراكز الفئات