المحور الرابع: مشتقات الوسيط

الوسيط هو القيمة التي تقسم المعطيات الإحصائية إلى قسمين متساويين، يمكننا تقسيم هذه البيانات إلى عدة أقسام أخرى باستخدام مشتقات الوسيط وهي:

1. **الربيعيات:** هي القيمة التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى أربعة أقسام متساوية، كل قسم يضم 25% من البيانات ويرمز لها ب Qi

➢ الربيعيات في حالة بيانات غير مبوبة: في هذه الحالة نقوم أولا بترتيب السلسلة الإحصائية ترتيبا تصاعديا، ثم نحدد قيمة الربيع بالعلاقة: $Qi=X_{\frac{i(n+1)}{4}}$

إذا كانت $\frac{i(n+1)}{4}$ دون فواصل، نأخذ القيمة التي تقابل هذه الرتبة مباشرة؛

وإذا كانت $\frac{i(n+1)}{4}$ بالفاصلة، نأخذ متوسط القيمتين أي القيمة المقابلة للرتبة التي بها فاصلة والقيمة التي تليها.

مثال: اوجد الربيع الأول والثالث في السلسلة الإحصائية التالية: 10. 06. 03. 11. 05. 12. 09

الحل:أولا نرتب السلسلة ترتيبا تصاعديا: 03. 05. 06. 09. 10. 11. 12، لدينا n= 7

الربيع الأول: نحدد رتبته بالعلاقة: $\frac{i(n+1)}{4} = \frac{7+1}{4} = 2$ ومنه $Q_1= X_2= 05$.

تفسير الربيع الأول: 25% من البيانات أقل من 05

75% من البيانات أكثر من 05

الربيع الثالث: نحدد رتبة الربيع الثالث: $\frac{i(n+1)}{4} = \frac{3(7+1)}{4} = \frac{24}{4} = 06$ ومنه $Q_3= X_6=11$

تفسير الربيع الثالث: 75% من البيانات اقل من 11

25 %من البيانات أكثر من 11

➢ الربيعيات في حالة بيانات مبوبة:

في حالة متغير كمي منفصل: في هذه الحالة نتبع الخطوات التالية لتحديد قيمة الربيع:

- نقوم بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الربيع $\frac{in}{4}$؛
- نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية ل $\frac{in}{4}$ او الاعلى منها مباشرة اي: $Ni \uparrow \geq \frac{in}{4}$؛
- القيمة Xi المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد المحددة سابقا هي قيمة الربيع.

مثال: لدينا جدول التوزيع التكراري التالي، و المطلوب إيجاد قيمة الربيع الأول والثالث.

الجدول (Y) :

Ni↑	Fi	Xi
07	07	02
11	04	03
17	06	04
20	03	05
/	**20**	**المجموع**

رتبة الربيع الأول: $\frac{in}{4} = \frac{20}{4} = 05$

الربيع الأول: $Q_1 = 02$

رتبة الربيع الثالث: $\frac{3(20)}{4} = \frac{60}{4} = 15$

الربيع الثالث: $Q_3 = 04$

في حالة متغير كمي متصل: في هذه الحالة نتبع المراحل التالية:

- حساب **Ni↑**؛
- تحديد رتبة الربيع $\frac{in}{4}$ ؛
- نحدد الفئة الربيعية التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية ل $\frac{in}{4}$ او يساويها أي $\geq \frac{in}{4}$ **Ni↑**
- نحسب قيمة الربيع بالعلاقة :

$$\mathbf{Qi = A_{Qi} + [\frac{\frac{in}{4} - N\uparrow_{Qi-1}}{F_{Qi}}\ ]\ L_{Qi}}$$

حيث:

$\mathbf{A_{Qi}}$: الحد الأدنى للفئة الربيعية

n: عدد القيم = $\sum Fi$

$N\uparrow_{Qi-1}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الربيعية

F_{Qi} : التكرار المطلق للفئة الربيعية

L_{Qi} : طول الفئة الربيعية

مثال: لدينا جدول التوزيع التكراري التالي، والمطلوب حساب الربيع الأول و الثالث.

الجدول (Z):

Ni↑	Fi	فئات Xi
03	03	] 4-0]
18	15	] 8-4]
38	20	]12-8]

]16-12]	10	48
]20-16]	02	50
المجموع	**50**	/

الربيع الأول:

$\frac{50}{4} = 12.5$ أي $N \uparrow_{Q1} \geq 12.5$ إذا الفئة الربيعية هي]4-8[، نقوم بحساب العلاقة :

$$Q_1 = 4 + (\frac{12.5-3}{15}) 4 = 6.53$$

$$Q_1 = 6.53$$

الربيع الثالث:

$\frac{3(50)}{4} = 37.5$ أي $N \uparrow_{Q3} \geq 37.5$

$$Q_3 = 8 + (\frac{37.5-18}{20}) 4 = 11.9$$

$$Q_3 = 11.9$$

2. **العشيريات**: هي تلك القيمة التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى 10 أقسام متساوية، وبالتالي كل قسم يمثل 10% من البيانات ويرمز لها بالرمز Di.

- في حالة بيانات غير مبوبة: في هذه الحالة نقوم بترتيب معطيات السلسلة ترتيبا تصاعديا ثم نحدد قيمة العشير بالعلاقة التالية: $Di = X_{\frac{i(n+1)}{10}}$

إذا كانت الرتبة $\frac{i(n+1)}{10}$ دون فواصل، نأخذ قيمة X المقابلة لهذه الرتبة مباشرة؛

إذا كانت الرتبة $\frac{i(n+1)}{10}$ بها فاصلة، نأخذ متوسط القيمتين (المقابلة للرتبة والتي تليها).

مثال: اوجد العشير السادس في السلسلة الإحصائية التالية 10-06-03-11-05-12-09

الحل: نقوم أولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا: 03-05-06-09-10-11-12

نحدد رتبة العشير السادس: $\frac{i(n+1)}{10} = \frac{6(7+1)}{10} = 4.8$

نحسب قيمة العشير:

$$D_6 = \frac{X_4+X_5}{2} = \frac{09+}{2} = 9.5$$

بالتالي: 60 % من البيانات أقل من 9.5

40 % من البيانات أكثر من 9.5

- في حالة بيانات مبوبة:

متغير كمي منفصل: لتحديد قيمة العشير في هذه الحالة نتبع المراحل التالية:

- نقوم بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة العشير $\frac{in}{10}$؛
- نبحث في العمود Ni↑ عن القيمة المساوية للرتبة $\frac{in}{10}$ أو الأعلى منها مباشر $Ni \uparrow \geq \frac{in}{10}$؛
- القيمة Xi المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد هي قيمة العشير؛

مثال: بالاعتماد على معطيات الجدول (Y) في مثال سابق، اوجد قيمة العشير السادس.

Xi	Fi	Ni↑
02	07	07
03	04	11
04	06	17
05	03	20
المجموع	**20**	/

تحديد رتبة العشير السادس:

$$\frac{in}{10} = \frac{6(20)}{10} = 12$$

بالتالي: D_6=04

متغير كمي متصل: لإيجاد العشير في حالة متغير كمي متصل نتبع الخطوات التالية:

- حساب Ni↑؛
- تحديد رتبة العشير $\frac{in}{10}$ ؛
- نحدد الفئة العشيرية وهي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة $\frac{in}{10}$ أو يساويها أي

$$Ni \uparrow \geq \frac{in}{10} \text{ ؛}$$

- نحسب العشير بالعلاقة:

$$\mathbf{Di = A_{Di} + [\frac{\frac{in}{10} - N\uparrow_{Di-1}}{F_{Di}}]L_{Di}}$$

حيث: $\mathbf{A_{Di}}$: الحد الأدنى للفئة العشيرية

$\sum Fi$ = عدد القيم : **n**

$N \uparrow_{Di-1}$:التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل العشيرية

F_{Di} : التكرار المطلق للفئة العشيرية

L_{Di}:طول الفئة العشيرية

مثال: بالاعتماد على معطيات الجدول (Z) احسب العشير السابع.

فئات Xi	Fi	Ni↑
] 4-0]	03	03
] 8-4]	15	18
]12-8]	20	38
]16-12]	10	48
]20-16]	02	50
المجموع	**50**	/

تحديد رتبة العشير السابع: $\frac{7(50)}{10}$=35 ، $N_7\uparrow \geq 35$

فئة العشير السابع هي]12-8]

D_7= 8+ $\frac{35-}{20}$ .4

D_7= 11.4

3. **المئويات**: هي القيمة التي تقسم المجتمع الإحصائي إلى 100 قسم متساوي وبالتالي كل قسم يمثل 1% من البيانات ويرمز لها ب Ci.

➢ في حالة بيانات غير مبوبة: في هذه الحالة نقوم بترتيب السلسلة الإحصائية ترتيبا تصاعديا، ثم نحدد قيمة المئوي بالعلاقة التالية: $Ci= X_{\frac{i(n+1)}{100}}$

إذا كانت الرتبة $\frac{i(n+1)}{100}$ دون فواصل، نأخذ قيمة X المقابلة لهذه الرتبة مباشرة؛

إذا كانت الرتبة $\frac{i(n+1)}{100}$ بها فاصلة، نأخذ متوسط القيمتين (المقابلة للرتبة والتي تليها).

مثال: اوجد المئوي الخامس والستون في السلسلة الإحصائية التالية 10-06-03-11-05-12-09

الحل: نقوم أولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا: 03-05-06-09-10-11-12

نحدد رتبة المئوي الخامس والستون: $\frac{i(n+1)}{100} = \frac{65(7+1)}{100} = 5.2$

نحسب قيمة المئوي:

$C_{65}=\frac{X_5+X_6}{2}$ $=\frac{10+1}{2}$= 10.5

بالتالي: 65 % من البيانات أقل من 10.5

35 % من البيانات أكثر من 10.5

➢ في حالة بيانات مبوبة:

متغير كمي منفصل: لتحديد قيمة المئوي في هذه الحالة نتبع المراحل التالية:

- نقوم بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛

- نحدد رتبة المئوي $\frac{in}{100}$؛
- نبحث في العمود Ni↑ عن القيمة المساوية للرتبة $\frac{in}{100}$ أو الأعلى منها مباشر $Ni\uparrow \geq \frac{in}{100}$ ؛
- القيمة Xi المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد هي قيمة المئوي؛

مثال: بالاعتماد على معطيات الجدول (Y) في مثال سابق، اوجد قيمة المئوي 73.

Ni↑	Fi	Xi
07	07	02
11	04	03
17	06	04
20	03	05
/	**20**	**المجموع**

تحديد رتبة المئوي 73:

$$\frac{in}{100} = \frac{73(20)}{100} = 14.6$$

من الجدول نجد أن قيمة المئوي 73 هي 04.

$$\mathbf{C_{73}=04}$$

متغير كمي متصل: لإيجاد المئوي في حالة متغير كمي متصل

نتبع الخطوات التالية.

- حساب Ni↑؛
- تحديد رتبة المئوي $\frac{in}{100}$ ؛
- نحدد الفئة المئوية وهي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة $\frac{in}{100}$ أو يساويها أي

$$Ni\uparrow \geq \frac{in}{100} \text{ ؛}$$

- نحسب المئوي بالعلاقة:

$$\mathbf{Ci= A_{ci} +[\frac{\frac{in}{100}- N\uparrow_{Ci-1}}{F_{Ci}}\ ].L_{Ci}}$$

حيث: $\mathbf{A_{Ci}}$: الحد الأدنى للفئة المئوية

$\mathbf{n}$: عدد القيم $= \sum Fi$

$N\uparrow_{Ci-1}$:التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل المئوية.

F_{Ci} : التكرار المطلق للفئة المئوية.

L_{Ci}:طول الفئة المئوية

مثال: بالاعتماد على معطيات الجدول (Z) احسب المئوي47.

فئات Xi	Fi	Ni↑
] 4-0]	03	03
] 8-4]	15	18
]12-8]	20	38
]16-12]	10	48
]20-16]	02	50
المجموع	**50**	/

تحديد رتبة المئوي 47: $\frac{47(50)}{100}$=23.5 ، $Nc_{47}\uparrow \geq 23.5$

فئة المئوي 47 هي]12-8[

حساب المئوي 47:

$$C_{47}= 8+ \frac{23.5-18}{20}.4$$

$$\mathbf{C_{47}= 9.1}$$