حل السلسلة رقم 01 لمقياس الاقتصاد الجزئي2

التمرين الاول:

a التقدم التقني L,K عوامل الانتاج α,β اوسطة موجبة و هي ايضا مرونات عوامل الانتاج

حساب الانتاجيات المتوسطة

$AP_K=(Q/K=(aK^{\alpha-1}L^{\beta})$

$AP_L=(Q/L)=(aK^{\alpha}L^{\beta-1})$

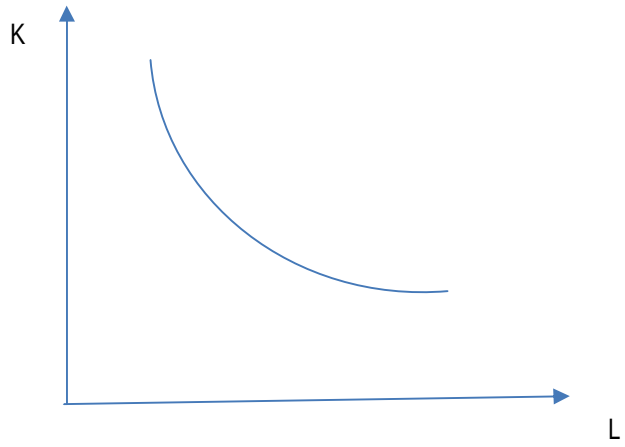
حساب الانتاجيات الحدية

$MP_K=(dQ/dK=(a\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta})=\alpha\ AP_K$

$MP_L=(dQ/dL)=(a\beta K^{\alpha}L^{\beta-1})=\beta AP_L$

الرسم $1=L^{1/2}\ K^{1/2}$

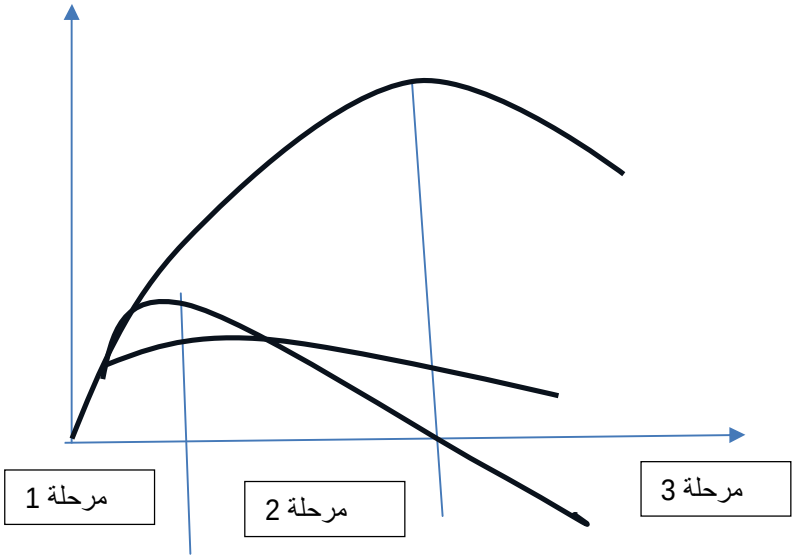
$(L,K)=(1,1),(2,1/2),(1/2,2)$



التمرين الثاني:

87	92	93	88	80	69	55	30	10	0	Q
9	8	7	6	5	4	3	2	1	0	L
9,6	11,5	13,28	14,66	16	17,25	18,33	15	10	-	APL
-5	-1	5	8	11	14	25	20	10	-	MPL

التمثيل البياني:



ان زيادة العنصر المتغير لها اثار مختلفة على كل من الانتاج الكلي و الانتاج المتوسط و الانتاج الحدي و نميز ثلاث مراحل للانتاج و هي:

المرحلة الاولى:

وتبدأ المرحلة الأولى من بداية الإنتاج وتنتهي عندما يصل منحنى الإنتاج الحدي الى اعلى قيمة له في هذه المرحلة يكون منحنى الانتاج الحدي اعلى من منحنى الانتاج المتوسط، و تكون فعالية استعمال العنصر المتغير في تزايد و من مصلحة المؤسسة زيادة عدد العمال.

المرحلة الثانية:

في هذه المرحلة نجد ان منحنى الانتاج الحدي متناقص و لكن موجب و عندما تصبح الانتاجية الحدية معدومة يكون الانتاج الكلي في اعلى قيمة له. في هذه المرحلة تكون فعالية استخدام العنصر المتغير في تناقص. و يقطع منحنى الانتاج الحدي منحنى الانتاج المتوسط في اعلى قيمة له.

المرحلة الثالثة:

يكون الإنتاج الحدي فيها سالبا وهي مرحلة غير اقتصادية ، و فيها تكون فعالية كل عناصر الانتاج المتغيرة و الثابتة متناقصة. فلو اضفنا عنصر العمل فانه يتسبب في تخفيض الإنتاج الكلي.

المنطقة المثلى للإنتاج هي المنطقة الثاني أين يحدث فيها تعظيم الإنتاج

التمرين الثالث:

1.تحديد حجم اليد العاملة التي تضمن أقصى إنتاج إجمالي:

$K=100 \rightarrow Q=3000L-(100/3)L^2-7500$

MAX Q → الشرط الاول $dQ/dL=0 \rightarrow L=45$

الشرط الثاني $d^2Q/dL^2<0 \rightarrow -200/3<0$ محققة

2.تحديد حجم الانتاج الذي تتساوى عنده PML مع PmL:

$PML= PmL \rightarrow L=\pm 15 \rightarrow L=15$

3.عدد العمال المسرحين عند تخفيض الانتاج الى 60.000:

Q=60000$\rightarrow Q=3000L-(100/3)L^2-7500=60000 \rightarrow L=45$

(بعد حساب المميز Δ نجد قيمته مساوية الى الصفر وبالتالي المعادلة تقبل حل مضاعف)

وعليه عدد اليد العاملة التي تسرح هو 50(العدد الفعلي)-45(العدد المرغوب والذي يحقق حجم الانتاج 60000)=5 عمال

التمرين الثالث:

$K=2 \Rightarrow Q=-L^3+4L^2 \Rightarrow MP_L=-3L^2+8L$

هل هي متصاعدة ام متنازلة: $d^2Q/dL^2=-6L+8$

$L\ [0,4/3] \Rightarrow Q_{LL}<0$ مردودية العمل متصاعدة

$L=4/5 \Rightarrow Q_{LL}=0$ ثابتة

$L>4/3$ متناقصة

التمرين الرابع:

1. دراسة تجانس الدوال

$Q_{1(tL,tK)}= t^1 Q_1$ متجانسة من الدرجة الاولى

$Q_{2(tL,tK)}= t^2 Q_2$ متجانسة من الدرجة الثانية

$Q_{3(tL,tK)}= t^{1/2}K^{1/2} +tL$ غير متجانسة

$Q_{4(tL,tK)}$ غير متجانسة

تحقق متطابقة ايلر

بالنسبة للدالتين الاولى والثانية فهي تحقق متطابقة ايلر على عكس الثالثة والرابعة باعتبارها دوال غير متجانسة

هل يحقق المنتج ربح ام خسارة

اذا كانت درجة التجانس اكبر تماما من الواحد فالمنتج يحقق خسارة

اذا كانت درجة التجانس تساوي الواحد فالمنتج لا يحقق خسارة ولا يحقق ربحا

اذا كانت درجة التجانس اقل من الواحد فالمنتج يحقق ربحا

التمرين الخامس:

.التفسير الاقتصادي لدالة الانتاج:

متاح على مستوى المحاضرة في الموقع

2.اثبات ان α و β هما مرونة الانتاج بالنسبة لعوامل الانتاج:

$e_K=(dQ/dK).(K/Q)=(A\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta})(K/AK^{\alpha}L^{\beta})\rightarrow e_K=\alpha$

$e_L=(dQ/dL).(L/Q)=(A\beta K^{\alpha}L^{\beta-1})(L/AK^{\alpha}L^{\beta})\rightarrow e_L=\beta$

3.درجة تجانس الدالة ومدى تحقيقها لمتطابقة ايلر:

درجة التجانس

$Q_{tL,tK}=A(tK)^{\alpha}(tL)^{\beta}=t^{(\alpha+\beta)}Q$

متطابقة ايلر

$LQ'_L+KQ'_K=nQ$

$LQ'_L+KQ'_K=(\alpha+\beta)Q$

4.طبيعة غلة الحجم ومردودية عوامل الانتاج حسب قيم α و β

طبيعة غلة الحجم:

اعتمادا على درجة التجانس يمكن تحديد طبيعة الغلة فإذا كانت $(\alpha+\beta)=1$ فان غ الحجم ثابتة أما إذا كانت $(\alpha+\beta)>1$ فالغلة متزايدة والعكس اذا كانت $(\alpha+\beta)<1$

5.مقدار تضاعف الانتاج اذا كانت t=2 و دالة الانتاج متجانسة من الدرجة الثالثة:

يتضاعف في هذه الحالة الانتاج بمقدار 2^3 أي بـ 8 مرات.

التمرين السادس:

دوال الطلب

$$L=3K^{1/3}L^{1/3}+\lambda(C_0-wL-rK)$$

$$\begin{cases} L'_L=K^{1/3}L^{-2/3}-\lambda w=0\ldots\ldots\ldots(1) \\ L'_y=K^{-2/3}L^{1/3}-\lambda r=0\ldots\ldots\ldots(2) \\ L'_\lambda=C_0-wL-rK=0\ldots\ldots(3) \end{cases}$$

بقسمة *(1)* على *(2)* نجد : $k=\frac{wL}{r}\ldots\ldots(4)$

بتعويض 4 في 3 نجد: $L^*=\frac{C_0}{2w}\ldots\ldots(5)$ **دالة الطلب على العمل**

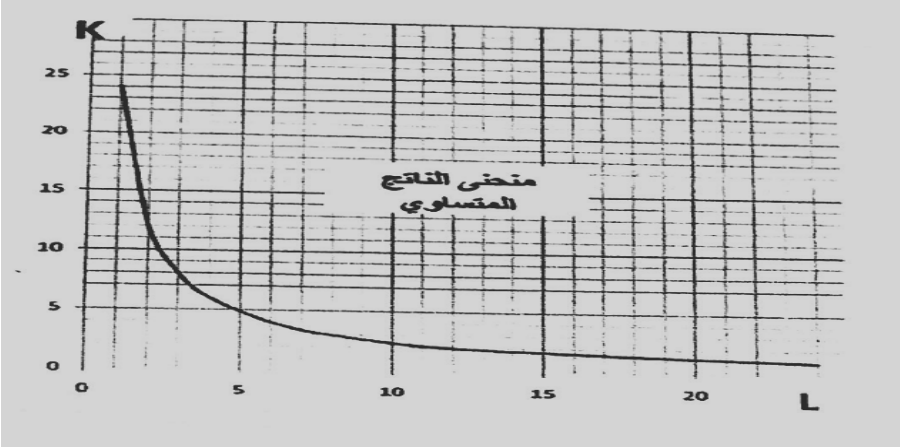
بتعويض 5 في 4 نجد: $K^*=\frac{C_0}{2r}$ **دالة الطلب على رأس المال**

التمرين السابع:

1.رسم منحنى الناتج المتساوي: $Q= KL/(K+L)$

$Q=10 \rightarrow KL/(K+L)=10 \rightarrow K=10L/(L+10)$

لرسم منحنى الناتج المتساوي نعطي قيما لعنصر العمل L ونحصل على قيم عنصر K المقابلة لها .



2.ايجاد الانتاجيات الحدية:

$PmK=-L^2/(K+L)^2$ $PmL=K^2/(K+L)^2$

3.حساب المعدل الحدي للاحلال عند L=3/2 و K=3 مع شرح النتيجة.

$TMST=- K^2/L^2 =-3^2/(3/2)^2=-4$

وهذه النتيجة تعني ان المنتج يقوم بتعويض أربع وحدات من K بوحدة واحدة من L للبقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي.

التمرين الثامن:

1.حساب المعدل الحدي للاحلال:

يتم حساب المعدل وفق الصيغة الاتية بين كل نقطتين من الجدول:

$$TMST=-\Delta K/\Delta L \ldots\ldots\ldots\ldots [-(k_2-k_1)/(L_2-L_1)]$$

2.حساب مرونة الاحلال بين النقطتين السادسة والسابعة من مستوى الانتاج الثالث:

$$Ø=[\Delta(K/L)/\Delta TMST].[TMST/(K/L)]$$
$$=[(K/L)_7-(K/L)_6]/[TMST_7-TMST_6].[TMST_6/(K/L)_6]$$
$$=[(56/90)-(60/80)]/[0.4-1].[1/(60/80)]$$
$$=0.29$$

التمرين التاسع:

دوال الطلب

$$L = 3K^{1/4}L^{1/4} + \lambda(C_0 - wL - rK)$$

بقسمة (1) على (2) نجد : $k = \frac{wL}{r} \dots\dots(4)$

بتعويض 4 في 3 نجد: $L^* = \frac{C_0}{2w} \dots\dots(5)$ دالة الطلب على العمل

بتعويض 5 في 4 نجد: $K^* = \frac{C_0}{2r}$ دالة الطلب على رأس المال

دوال الطلب على عوامل الانتاج بهدف تدنية التكاليف

$$L = wL + rK + \lambda(Q_0 - 3K^{1/4}L^{1/4})$$

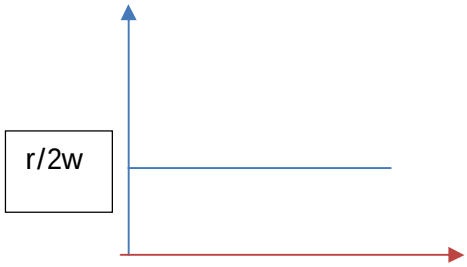
$$L^* = \frac{Q^2}{9}\left(\frac{r}{w}\right)^{1/2}$$

$$K^* = \frac{Q^2}{9}\left(\frac{w}{r}\right)^{1/2}$$

التمرين العاشر:

معادلة مجزى التوسع للمؤسسة

1. $Q'_L/Q'_K=w/r \Rightarrow K/L=w/r \Rightarrow K=(w/r)L$
2. $Q'_L/Q'_K=w/r \Rightarrow 1/2K=w/r \Rightarrow K=(r/2w)$



التمرين الحادي عشر:

-حساب مرونة الاحلال لدوال الانتاج:

$1/ø = [dTMST/d(K/L)].[(K/L)/TMST]$

-بالنسبة للدالة الاولى:

$TMST=3K^2/6KL = K/2L \rightarrow 1/ø=1/2.[(K/L)/(K/2L)] =1 \rightarrow ø=1$

-بالنسبة للدالة الثانية:

$TMST=b/a \rightarrow 1/ø=0 \rightarrow ø=\infty$

-بالنسبة للدالة الثالثة:

$TMST=b/a.(K/L)^{-1} \rightarrow 1/ø= b/a.(K/L)^{-2}.[(K/L)/(b/a.(K/L)^{-1})]=-1 \rightarrow ø=-1$