المحاضرة العاشرة: الدراسة الطوبولوجية لشبكة النقل

1- تعريف علم الطوبولوجيا topologie:

هو فرع من فروع الرياضيات أوجد لدراسة الخصائص الهندسية مع المحافظة على الأشكال وتعميمها.

والطوبولوجيا هي طريقة من تقنيات التحليل والتي تعتمد على مجموع دراسات ونتائج رياضية.

والتحليل الطوبولوجي للشبكة هو عامل تبسيط للواقع، وهو يختص بتحويل الشبكة الأولية إلى شكل هندسي معقد أو بسيط، هذا الشكل الذي يأخذ شكل رسم بياني «G» يعمل انطلاقا من عدّة خطوط تربط العديد من المناطق، وانطلاقا من هذه العناصر فإنّ كل الشبكات تكون قابلة للمقارنة، لأنّ كل شبكة تتوافق مع شكل وعدد معين من الأماكن، وعدد معين من الخطوط والتي تعطي للشبكة خصائص مميزة.

إنّ التمثيل الطوبولوجي لشبكة الطرق يتوافق مع صورة مبسطة لهاته الأخيرة، أين تكون النقاط (أماكن جغرافية) هي عبارة عن عقد، وكل الطرق تعتبر أضلع، إنّ هذه الطريقة تعطي بعض القياسات للشبكة بطريقة تسمح لنا بمقارنة الشبكات مع بعضها البعض.

وتتعرض هذه الطريقة إلى مجموعة تقنيات للتحليل وأهمها نظريات الرسم البياني théories des graphes وقد تطوّرت هده النظريات في الخمسينيات من القرن الماضي وأصّبحت تشمل مجالات مختلفة كالتسيير والتخطيط و النقل حديثا.

1-1 الرسم البياني Graphe «G»:

وهو الصورة المبسطة لشبكة الطرق يتكوّن من قسمين، الأول وهي العقد «V» والتي تكون مترابطة فيما بينها بأضلع «E» أي G= (V-E)، فمجموعة العقد تمثّل: مدن، مؤسسات، مدارس،...ترتبط مع بعضها البعض بعلاقات معرّفة: طرق، علاقة مقيّمة، وتكون العلاقة ثنائية (0.1) فإذا كانت العلاقة موجودة فهي تمثّل 1 وإذا كانت منعدمة نضع 0، ويمكن للعلاقة أن تكون متناظرة أو موجّهة، ويمكن أن تكون علاقة مقيّمة (أي لها قيمة) مثل كلفة النقل بين نقطتين، والوقت والمسافة كذلك.

ويمكننا إدخال بعض المفاهيم الخاصة بالدراسة الطوبولوجية:

1-1-1 العقدة Nœud:

ونشير لها بالحرف «V» وهي نقطة تقاطع على الأقل ضلعين (خطين) ويمكنها كذلك أن تكون نهاية ضلع وفي هذه الحالة تسمى رأس، ويرتبط عدد العقد بطول الشبكة داخل المجال، كلّما زاد طول الشبكة زاد عدد العقد.

1-1-2 الضلع Arêtes:

نشير إليه بالحرف «E» وهو خط متكامل بين عقدتين، وهو يعبر عن علاقة ما بين تلك العقدتين، ويمكن أن تكون قيمة متناظرة أو موجّهة، حسب نوع العلاقة، وبالنسبة لموضوع النقل فإنّ الضلع هو الخط الرابط بين نقطتين (مدينتين، تجمعين...).

وهو الطريق أو خط السكة الحديدية، خط جوي، خط بحري، ...

وكلّما زاد عدد العقد زاد عدد الأضلع الرابطة بينها.

1-2 أنواع الرسم البياني:

إنّ الرسم البياني يتغيّر من حالة لأخرى حسب نوع العلاقة بين العقد ومن أنواع الحالات التي يظهر عليها الرسم البياني ما يلي:

- رسم بياني متناظر Symétrique
- رسم بياني مقيّم Value
- رسم بياني مترابط Connecté
- رسم بياني جدّ مترابط Fortement Connecté
- رسم بياني سطحي Planaire
- رسم بياني غير سطحي Non Planaire
- رسم بياني موجّه Orienté
- رسم بياني غير مترابط Déconnecté

- شبه رسم بياني Subgraphe

- حالة التشجر أو متشجّر

- الطوق Circuit

2- بنية الشبكة:

إنّ عناصر الرسم البياني «G»، «E»، «V» والرسم البياني الذي يتكوّن من عدد شبه رسومات بيانية، ففي حالة الرسم البياني المترابط فإنّ G= 1. وانطلاقا من هذه العناصر نستطيع استخراج بعض المؤشرات التي تبين العلاقة بين العناصر بعضها البعض.

2-1 درجة العقدة:

وهي عدد الأضلع الواصلة إلى العقدة، يتّم حسابها من خلال حساب عدد الخطوط أو الأضلع، المتفرّعة من عقدة معيّنة (مركز مدينة أو تجمع).

2-2 عدد الدورات:

ويرمز له بالحرف «U» وهو يشير إلى أكبر عدد ممكن من الدورات الحرّة (دورة حرّة هي دورة يكون فيها على الأقل نصف عدد الأضلع غير مشترك مع دورة أخرى).

وكلّما كانت الدورات أكبر عددا، كلّما كانت تغطية المجال جيّدة.

ويحسب عدد الدورات كالتالي:

$$U= E-(V+P)$$

حيث:

U: عدد الدورات

E: عدد الاضلع

V: عدد العقد

P: هيكل الشبكة ويساوي 01.

2-3 مؤشر α درجة الدورات:

هو النسبة الموجودة بين عدد الدورات الحرة «U» وأكبر عدد ممكن من الدورات لعدد معروف من العقد ويشير إلى درجة تطويق الشبكة، فهو إذن أكبر عدد مناسب من الدورات ويعرف بـ:

$$3(V-2)-(V-1)= 2V-5$$

حيث:

V: عدد العقد

3(V-2): أقصى أو أكبر عدد ممكن من الأضلع

V-1: أصغر هيكل للشبكة، وهو الحد الأدنى الذي لا يمكن تجاوزه بدون أن تتقطع الشبكة.

ويتغيّر هذا المؤشّر من 0 إلى 1 أي $0 < \alpha > 1$ ويحسب بالنسبة المئوية ويعطى المؤشر بالصيغة التالية:

$$\alpha= (E-V)+P / 2V-5= U/2V-5$$

ويساوي هذا المؤشر الصفر إذا كانت الشبكة لا تحتوي على أي دورة، أي لا توجد ولا دورة حرة.

مؤشرB مؤشر الترابط Indice de connectivité:

هو النسبة الموجودة بين عدد الأضلع «E» وعدد العقد «V » وهو مؤشر يدل على مدى ترابط الشبكة ومدى تعقدها، وكلما كانت الشبكة معقدة ومترابطة كانت قيمة هذا المؤشر كبيرة و يتغير مقدار B بين 0 و3 تقريبا وتعطى B حسب العلاقة التالية:

$$B=E/V$$

في البلدان المتطوّرة يكون هذا المؤشر في أغلب الأحيان أكبر من 1.4 و في البلدان الأقل تطورا يكون اقل من الواحد.

4-2 مؤشر γ:

وهو النسبة بين العدد المرئي للأضلع والعدد المناسب للأضلع لعدد معين من العقد، وهو يدل على مدى تطويق وترابط الشبكة ويتغير بين 0 إلى 1 ويشار إليه بالنسبة المئوية، ففي الدول المتطوّرة Y> 40 % وأما في الدول المتخلفة يكون أقل من 40 % ويعطى هذا المؤشر بالصيغة التالية:

$$\gamma = E / E\,max = E / 3(V-2)$$

5-2 مؤشر η:

وهو النسبة الموجودة بين طول الشبكة ويعبر عليه بـ «L» أو مجموع الحركة «T» وعدد الأضلع «E» ويعطينا معدل الطول أو معدل الحركة بالنسبة لكل ضلع (الحركة تقاس بالطن).

ويحسب تبعا للصيغة التالية:

$$\eta = T / E \quad \text{أو} \quad \eta = L / E$$

6-2 مؤشر θ:

وهو النسبة الموجودة بين طول الشبكة أو الحركة وعدد العقد ويعطى بالصيغة التالية:

$$\theta = T / V \quad \text{أو} \quad \theta = L / V$$

نقطة التمفصل:

وهي عدد العقد التي بمجرد سحبها تتفكك الشبكة، ففي حالات كثيرة يمكن سحب عقدة أو إثنين لكي تكون الشبكة مفككة في البلدان المتخلفة أما في الدول المتقدمة يصبح هذا العدد 10.

ضلع التمفصل:

ويمثّل أصغر عدد ممكن يمكن سحبه من الأضلع لتصبح الشبكة مفككة.