مقياس الرياضيات1 (تابع حل السلسلة الاولى)
التحليل التوفيقي

التمرين الرابع :

Démonstration :

$$C_{n-1}^{p-1}+C_{n-1}^{p}=\frac{(n-1)!}{(p-1)!\big((n-1)-(p-1)\big)!}+\frac{(n-1)!}{p!\big((n-1)-p\big)!}$$
$$=\frac{(n-1)!}{(p-1)!(n-p)!}+\frac{(n-1)!}{p!(n-1-p)!}$$
$$=\frac{p(n-1)!}{p(p-1)!(n-p)!}+\frac{(n-p)(n-1)!}{p!(n-p)(n-p-1)!}$$
$$=\frac{p(n-1)!}{p!(n-p)!}+\frac{(n-p)(n-1)!}{p!(n-p)!}$$
$$=\frac{(n-1)!\big(p+n-p\big)}{p!(n-p)!}$$
$$=\frac{n(n-1)!}{p!(n-p)!}$$
$$=\frac{n!}{p!(n-p)!}=C_n^p$$

ومنه : $C_5^2 = C_4^2 + C_4^1$ و $C_6^1 = C_5^1 + C_5^0$

$$C_n^p=\frac{n!}{p!(n-p)!}=\frac{n!}{(n-p)!\,p!}=C_n^{n-p}$$

التمرين الخامس :

$$(a+b)^6=a^6+6a^5b+15a^4b^2+20a^3b^3+15a^2b^4+6ab^5+b^6$$

$$(a+b)^7=a^7+7a^6b+21a^5b^2+35a^4b^3+35a^3b^4+21a^2b^5+7ab^6+b^7$$

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= \sum_{p=0}^{2} C_2^p\ a^{2-p}\ b^p\\ &= C_2^0\ a^2\ b^0 + C_2^1\ a^{2-1}\ b^1 + C_2^2\ a^{2-2}\ b^2\\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

$$(a+b)^3=\sum_{p=0}^{p=3}C_3^p(a)^{3-p}(b)^p$$
$$=C_3^0(a)^{3-0}(b)^0+C_3^1(a)^{3-1}(b)^1+C_3^2(a)^{3-2}(b)^2+C_3^3(a)^{3-3}(b)^3$$
$$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$$

التمرين السادس :

1) باستخدام دستور ثنائي الحد

$$2^n=(1+1)^n=\sum_{p=1}^{n} C_n^p\, 1^{n-p}2^p$$

$$=C_n^0+C_n^1+C_n^2+\cdots+C_n^n.$$

2) حل في IN المعادلات التالية

$$1)\ 10C_n^5=C_n^3\ (est\ définie\ pour\ : n\geq 5)\ \leftrightarrow\ 10\frac{\mathrm{n!}}{5!\,(\mathrm{n}-5)!}=\frac{\mathrm{n!}}{3!\,(\mathrm{n}-3)!}$$

$$\leftrightarrow\ \frac{\mathrm{n}(\mathrm{n}-1)(\mathrm{n}-2)(\mathrm{n}-3)(\mathrm{n}-4)}{2.3!}=\frac{\mathrm{n}(\mathrm{n}-1)(\mathrm{n}-2)}{3!}$$

$$\leftrightarrow\ (\mathrm{n}-3)(\mathrm{n}-4)=\ 2\leftrightarrow\ n^2-7n+10=0$$

Donc s={5},

$$2)\ \frac{(\mathrm{n}+1)!}{\mathrm{n!}}=20\ \ \leftrightarrow n+1=20\ \leftrightarrow n=19, Donc\ s=\{19\},$$

$$3)\ A_n^2=1\leftrightarrow\frac{\mathrm{n!}}{(\mathrm{n}-2)!}=1\ \ \leftrightarrow n(n-1)=1\leftrightarrow\ n^2-n-1=0$$

و منه المعادلة لا تقبل حل في IN