جامعة العربي بن مهيدي – أم البواقي–
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم الجذع المشترك

السنة الجامعية: 2022 – 2023
المستوى: سنة اولى جذع المشترك
يوم: 18-01-2023

الحل النموذجي امتحان الدورة العادية في مقياس الرياضيات 1

التمرين الأول (05 نقاط) :

1) $\frac{3n!}{(3n-2)!} = \frac{3n(3n-1)(3n-2)!}{(3n-2)!} = 3n(3n-1).$ (0.5 ن +0.5 ن)

2) حل في IN المعادلات التالية

$C_n^3 = 2C_n^1$ $(est\ définie\ pour : n \geq 3) \leftrightarrow \frac{n!}{3!(n-3)!} = 2\frac{n!}{1!(n-1)!}$ (0.5 ن +0.5 ن)

$\leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 2n \leftrightarrow (n-1)(n-2) = 12$ (0.5 ن)

$\leftrightarrow n^2 - 3n - 10 = 0 \leftrightarrow n = -2$ او $n = 5$ (0.5 ن)

Donc s={5}, (0.5 ن)

3) باستخدام دستور ثنائي الحد

$$(2a+3)^3 = \sum_{p=0}^{3} C_n^p\,(2a)^{3-p}3^p \quad (0.5 \text{ ن})$$

$$= C_3^0(2a)^3 + C_3^1(2a)^2 3^1 + C_3^2(2a)^1 3^2 + C_3^3 3^3 \quad (0.5 \text{ ن})$$

$$= 8a^3 + 36a^2 + 54a + 27. \quad (0.5 \text{ ن})$$

التمرين الثاني (03 نقاط) :

1) بما ان الزيادة ثابتة فان

$$U_1 = U_0 + 5000 * 9\% = 5450 \quad (0.5 \text{ ن})$$

$$U_2 = U_1 + 5000 * 9\% = 5900 \quad (0.5 \text{ ن})$$

2) نلاحظ ان

$$U_{n+1} - U_n = 450, \quad \forall n \in IN \quad (0.5 \text{ ن})$$

و منه فان قيمة المبلغ كل عام هو حدود متتالية حسابية حيث عبارة الحد العام هي

$$U_n = U_0 + nr = 5000 + 450n, \qquad \forall n \in IN \quad (0.5 \text{ ن})$$

3) المبلغ بعد 10 سنوات

$$U_{10} = U_0 + 10r = 5000 + 4500 = 9500\text{دج} \quad (01 \text{ ن})$$

التمرين الثالث: (06 نقاط)

1) احسب النهاية التالية : $\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}\right)=\infty-\infty$.

بالضرب في المرافق نجد

$.\lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)}$ (0.5 ن)

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{x-1}\right)}=0.$ (0.5 ن)

(2

- اذا كان $x=0$: $\lim_{x\to0^-}f(x)=-1=f(0)\neq\lim_{x\to0^+}f(x)=0$ (0.25 ن)

ومنه فان f غير مستمرة عند 0. (0.25 ن)

- لدينا $\mathrm{D}f=IR$.
- f مستمرة من اجل $x>0$ لانها دالة جذرية و f مستمرة من اجل $x\leq0$ لانها كثير حدود. (0.25 ن)
- مما سبق نستنتج ان f مستمرة على $IR-\{0\}$. (0.25 ن)

3) : حساب المشتقات

ا) (0.5 ن) $\mathrm{g}'(\mathrm{x})=(\ln(x^2+1))'=\frac{(x^2+1)'}{x^2+1}=\frac{2x}{x^2+1}$

(0.5 ن) $\mathrm{g}''(\mathrm{x})=(\ln(x^2+1))''=\frac{2(x^2+1)-4x^2}{(x^2+1)^2}=\frac{1-2x^2}{x^2+1}$

ب) (0.5 ن) $\mathrm{h}'(\mathrm{x})=((x+3)e^x)'=(x+3)e^x+e^x=(x+4)e^x$

(0.5 ن) $\mathrm{h}''(\mathrm{x})=((x+3)e^x)''=(x+4)e^x+e^x=(x+5)e^x$

4) حل في IR المعادلة التالية :

ا) $e^{2x}=e\leftrightarrow2x=1\leftrightarrow x=\frac{1}{2}.\quad s=\{\frac{1}{2}\}$ (0.5ن)

ب) $(\ln(x))^2+\ln(x)-2=0$ $est\ définie\ pour: x>0$

نضع $t=\ln(x)$ المعادلة تصبح (0.5 ن)

(0.5 ن) $(t)^2+\mathrm{t}-2=0\leftrightarrow\Delta=9\leftrightarrow t=-2\quad ou\quad t=1$

و منه $t=-2\leftrightarrow lnx=-2\leftrightarrow x=e^{-2}\ \ ou\ t=1\leftrightarrow lnx=1\leftrightarrow x=e^1$

(0.5 ن) $s=\{e^{-2},e\}$

التمرين الرابع: (06 نقاط)

1) الدالة الاصلية $F(x)$: $F(x)=\frac{1}{4}x^4+e^x+2x+c$ (01 ن)

$F(0)=2\to 1+c=2\to c=1\quad donc\ :\quad F(x)=\frac{1}{4}x^4+e^x+2x+1.$ (0.5 ن)

2) نضع

$$\begin{cases} u'(x)=x^2\to u(x)=\frac{1}{3}x^3 \\ v(x)=ln(x)\to v'(x)=\frac{1}{x}\end{cases}$$ (0.5 ن)

باستخدام طريقة التكامل بالتجزئة:

$I=\int x^2 ln(x)dx=\frac{1}{3}x^3\ln(x)-\int\frac{1}{3}x^2dx=\frac{1}{3}x^3\ln(x)-\frac{1}{9}x^3+c$ (0.5 ن +0.5 ن)

3) ا) قيمة العددين الحقيقين : $A,\ B$

$\frac{1}{(x+2)(x-3)}=\frac{A}{x+2}+\frac{B}{x-3}=\frac{Ax-3A+Bx+2B}{(x+2)(x-3)}$ (0.5 ن)

بالمطابقة نجد

$$\begin{cases} A+B=0\to A=-B \\ -3A+2B=1\to B=\frac{1}{5}\end{cases}$$ (0.5 ن +0.5 ن)

ب) احسب التكامل التالي : $\int_5^6\frac{1}{(x+2)(x-3)}dx=\ \frac{1}{5}\int_5^6\left(\frac{-1}{x+2}+\frac{1}{x-3}\right)dx$

$=\frac{1}{5}\left(\int_5^6\frac{1}{x-3}dx-\int_5^6\frac{1}{x+2}dx\right)=\frac{1}{5}([\ln(x-3)]_5^6-[\ln(x+2)]_5^6)$ (0.5 ن +0.5 ن)

$=\frac{1}{5}(\ln(3)-\ln(2)-\ln(8)+\ln(7))$ (0.5 ن)

$=\frac{1}{5}\left(\ln\left(\frac{3}{2}\right)+\ln\left(\frac{7}{8}\right)\right).$