

Exercice 01

Déterminer si les applications suivantes sont linéaires :

- 1- $f_1 : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^2$
 $(x,y) \mapsto (x+y ; x-y)$
- 2- $f_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$
 $(x,y,z) \rightarrow (x, y, x+y-z)$
- 3- $f_4 : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$
 $(x,y,z) \rightarrow (xy, \wedge x, y)$

Exercice 02

Soit f l'application de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^3 définie par : $f(x,y) = (x ; 2x+y ; y)$

- 1- Montrer que f est linéaires
- 2- Déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$
- 3- f est-elle injective ? surjective ?

Exercice 03

Soit f l'application de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R}^3 définie par : $f(x,y,z) = (x+y-z, x+5y+2z)$

- 1- Montrer que f est linéaires
- 2- Déterminer $\text{Ker } f$ et $\text{Im } f$
- 3- f est-elle injective ? surjective ?

Exercice 04

Soit f l'endomorphisme de $E = \mathbb{R}^3$ définie par les données de :

$$f(e_1) = (1, -2, 0) \quad f(e_2) = (-1, 0, 0) \quad f(e_3) = (0, 0, 2)$$

(e_1, e_2, e_3) la base canonique de \mathbb{R}^3

- 1- Calculer $f(u)$ pour $U = (x, y, z)$ dans E
- 2- Déterminer $\text{Im } (f)$ et on déduire sa base
- 3- Déterminer $\text{Ker}(f)$ et on déduire sa base
- 4- Est ce que $\text{ker } f \oplus \text{Im } f$ somme direct ?
- 5- déterminer $\text{Ker } (f - I_E)$