حلول تمارين المحور الأول: التوزيعات والمعاينة
بطريقة الحل في المحاضرات

التمرين الأول: $\sigma_{x_i} = 3kg$. $\mu_{x_i} = 68kg$. $N = 3000$. عدد العينات الممكنة 80

$n = 25$

1) حتمية الوسط الحسابي وكذا المعالم لتوزيع المعاينة:

* $\mu_{\bar{x}} = \mu_{x_i} = 68kg$.

* $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{x_i}}{\sqrt{n}}$ أو $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{x_i}}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ (في حالة السحب بدون إرجاع أو المجتمع محدود)

ومنه: يجب التحقق من الشرط: $n \geq 0.05N$

$\Leftrightarrow 25 \geq 0.05(3000) \Leftrightarrow 25 \geq 150$ (الشرط غير محقق)

بما أن الشرط غير محقق فإننا لا نستخدم معامل التصحيح والمجتمع هنا غير محدود وبالتالي:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{x_i}}{\sqrt{n}} = \frac{3}{\sqrt{25}} = 0.6\ kg.$$

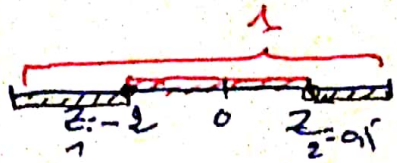
2) حتمية عدد العينات التي يكون فيها الوسط الحسابي محصور بين القيمتين: $66.8kg$ و $68.3kg$ σ_{x_i} مجهول نستعمل Z لحسابها لأن الحجم كبير

حساب الاحتمال: $P(66.8 < \bar{x} < 68.3)$

$$\Leftrightarrow P(66.8 < \bar{x} < 68.3) = P\left(\frac{66.8-68}{0.6} < Z < \frac{68.3-68}{0.6}\right)$$

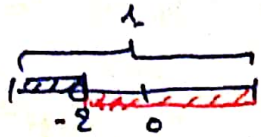
$$= P(-2 < Z < 0.5)$$

Scanné avec CamScanner

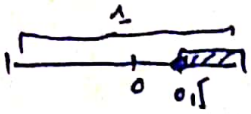


$$P(-2<Z<0,1) = 1 - [P(Z\leq -2) + P(Z\geq 0,1)]$$

$$= 1 - [(1-P(Z>-2)) + (1-P(Z<0,1))]$$

* $P(Z\leq -2)$:  : $1-P(Z>-2) = 1-P(Z<2) = 1-0,9772 = 0,0228$

من الجدول Z

* $P(Z\geq 0,1)$:  : $1-P(Z<0,1) = 1-0,5398 = 0,4602$

من الجدول Z

$$P(-2<Z<0,1) = 1 - [(0,0228) + (0,4602)] = 1 - 0,3313$$

من الجدول الناتج عن الحساب — من الجدول الناتج عن الحساب

$$= +0,6687$$

$$\boxed{P(-2<Z<0,1) = +0,6687}$$

ومنه فإن عدد العينات المطلوب هو:

$$\boxed{(80)\times(0,6687) \approx 53 \text{ عينة}}$$

التمرين الثاني:

$\mu_{x_i} = 5\,cm$ ، $\delta_{x_i} = 0,001\,cm$ ، $n=9$

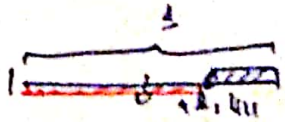
1/ تحديد توزيع المعاينة لـ $\bar{x}$: نفترض أن المجتمع ($N\geq 100$) عينة مستقلة وبالتالي نستعمل مبرهنة النهاية المركزية

* $\delta_{\bar{x}} = \frac{\delta_{x_i}}{\sqrt{n}} = \frac{0,001}{\sqrt{9}} = 0,000166.$

* $\mu_{x_i} = \mu_{\bar{x}} = 5\,cm.$

2/ احتمال: $P(\bar{x}\geq 5,004)$: δ_{x_i} مجهولة نستعمل δ محسوبة من عينة

$$P(\bar{x}\geq 5,004) = P\left(Z\geq \frac{5,004-5}{0,000166}\right)$$



$$= P(Z\geq +24,09) = 1 - P(Z<24,09)$$

$$= 1 - 0,9927 \approx 0,008.$$

من الجدول Z

Scanné avec CamScanner

3/ حساب حجم العينة إذا كان : $S_{\bar{x}} = 0,001$

$$S_{\bar{x}} = \frac{S_{xi}}{\sqrt{n}} = 0,001 \iff \frac{0,001}{\sqrt{n}} = 0,001$$

$$\Rightarrow \sqrt{n} = \frac{0,001}{0,001} = 1$$

$$\Rightarrow n = 121$$

4/ يفضل الفاحص أو المفتش أن يكون الخطأ المعياري للوسط الحسابي يساوي 0,001 على أن يكون هذا الخطأ 0,00166 وهذا لأن الخطأ المعياري 0,001 هو أصغر من الخطأ المعياري 0,00166 وعليه لو اعتمدنا حساب الاحتمال في السؤال الثاني بهذا الخطأ فإن هذا الأخير سوف يكون أدق من الاحتمال في حالة الأول حيث نجد أن الاحتمال المحدد يساوي :

$$P(\bar{x} \geq 1,0011) = 0,0001.$$

التمرين الثالث : $n = 48$ ، $S_{xi} = 11g$ ، $\mu_{xi} = 131g$

لدينا : وزن الصندوق 6.211 كغ = 6210 غ.

بمعنى :

$$P\left(\sum_{i=1}^{48} x_i < 6210\right)$$

ومنه نقسم على 48 لإيجاد الاحتمال الخاص بـ $\bar{x}$:

$$P\left(\sum_{i=1}^{48} x_i < 6210\right) = P\left(\frac{\sum_{i=1}^{48} x_i}{48} < \frac{6210}{48}\right) = P(\bar{x} < 130)$$

ومنه نحسب الاحتمال : $P(\bar{x} < 130) = P\left(z < \frac{130 - 131}{11/\sqrt{48}}\right)$

-3- S_{xi} متغيرة تتناسب عكسيا كلما كان حجم العينة

Scanné avec CamScanner

$= p(Z < -2,117) = 1 - p(Z \geq -2,117)$

ولدينا : $p(Z \geq -2,117) = p(Z \leq +2,117) \Rightarrow$ المساحة مغلقة ($\leq$ أو $\geq$)

$p(Z < -2,117) = 1 - \underbrace{0,9932}_{\text{من الجدول } Z} = 0,0068 \simeq 0,007$: ومنه

أي أن الجملة الوسيطة عن مراقبة الحيوانات سوف تتوقف تقريباً 7 بالآلاف من الساعات تقريباً.

التمرين الخامس : بما أن تباين المجتمع مجهول ($\sigma_{x_i}^2$) وحجم العينة صغير ($n < 30$) فإن توزيع المعاينة للوسط الحسابي $\bar{x}$ يخضع لتوزيع ستودنت T بدرجة حرية : $(\upsilon = df = n - 1 = 21 - 1 = 20)$

ومنه :

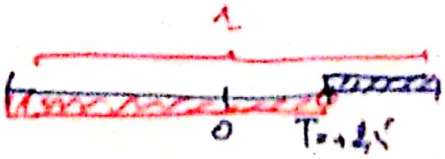
$$p(\bar{x} > 60) = p\left(\frac{\bar{x} - \mu_{x_i}}{S/\sqrt{n}} > \frac{60 - 55}{10/\sqrt{21}}\right) = p(T > +2,19)$$

$$= 1 - p(T \leq +2,19)$$

معطى

$= 1 - 0,99$ (من الجدول T عند درجة حرية 20)

$$\boxed{p(\bar{x} > 60) = 0,01}$$



$1 - p(T \leq +2,19)$:

التمرين السادس و السابع : بتوزيع ستودنت بنفس الطريقة - بالتوفيق -

د. صيلاني نعيم

Scanné avec CamScanner