المحاضرة (6):

الدفعات المالية

الدفعات المالية

يمارس الأعوان الاقتصاديون يوميا عدة نشاطات ينتج عنها تعاملات دورية بمبالغ و قيم تتدفق من جانب إلى آخر، و مثال ذلك تسديد فواتير الكهرباء و الماء و أقساط الإيجار و الحصول على الأجور الشهرية و دفع الاشتراكات الاجتماعية و التأمينات و الضرائب...إلخ، كما هناك عدد من الأفراد و المؤسسات من يقوم باستثمار أمواله بشكل دوريا سواء سنويا أو سداسيا أو أقل من ذلك أو أكثر.

تخضع هذه المعاملات الدورية التي يطلق عليها دفعات إلى تقنيات مالية و تجارية و هي تختلف من ناحية الدورات أو الفترة الفاصلة بين عملية و أخرى و من ناحية الفوائد إن وجدت.

نتطرق فيما يلي إلى نوع من الدفعات ألا و هي الدفعات المتساوية.

1- مفهوم الدفعات المتساوية:

هي تسديدات مالية دورية متساوية المبلغ يلتزم بمقتضاها عون اقتصادي بتسديد مبلغ ثابت في كل مرة على وحدات زمنية متساوية قد تكون سنة أو سداسي أو ثلاثي أو شهر...إلخ[1].

تتميز الدفعات المتساوية بعدد من الخصائص:

- قيمة الدفعات المقدمة دوريا متساوية؛
- الفترة الفاصلة بين دفعة و أخرى متساوية؛
- معدل الفائدة متساوي.

2- أنواع الدفعات المتساوية:[2]

- دفعات عادية أو دفعات السداد: يتم بواسطتها تسديد دين أو تغطية التزام سابق، و هي تسدد في نهاية كل وحدة زمنية.
- دفعات غير عادية أو دفعات الاستثمار: تهدف إلى تكوين رأس المال و هي تسدد في بداية كل وحدة زمنية.

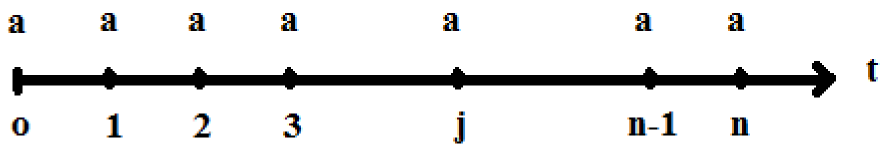
---

1 عمر عبد الجواد عبد العزيز، مرجع سابق، ص.277

2 م بن كرادحية، مرجع سابق، ص.102

3- الدفعات المتساوية لنهاية الفترة (المدة):

أ- **القيمة المحصلة و القيمة الحالية لدفعات نهاية الفترة:** بافتراض وجود عدة دفعات، قيمة الدفعة الواحدة a، و لدينا مدة تتضمن n فترة، و معدل فائدة i، فإن القيمة المحصلة لدفعات نهاية الفترة تكون كالآتي:[3]



القيمة المحصلة للدفعات السابقة الموضحة في الشكل هي عبارة عن القيمة المحصلة لكل دفعة:

- القيمة المحصلة للدفعة الأولى: $a\,(1+i)^{n-1}$
- القيمة المحصلة للدفعة الثانية: $a\,(1+i)^{n-2}$
- القيمة المحصلة للدفعة الثالثة: $a\,(1+i)^{n-3}$
- القيمة المحصلة للدفعة j: $a\,(1+i)^{n-j}$
- القيمة المحصلة للدفعة n-1: $a\,(1+i)$
- القيمة المحصلة للدفعة n: a

مما سبق تكون القيمة المحصلة Vn على النحو التالي:

$$Vn = a + a(1+i) + a(1+i)^2 + a(1+i)^3 + \dots + a(1+i)^{n-2} + a(1+i)^{n-1}$$

نلاحظ من المجموع السابق بأنه عبارة عن متتالية هندسية متناقصة حدها الأول a و أساسها (1+i)

$$\delta = \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

تقدم دفعات نهاية المدة في نهاية كل فترة، و عادة ما تستعمل لتسديد الديون أو لتغطية التزام سابق.

انطلاقا من قانون المتتالية الهندسية المتناقصة يمكن كتابة القيمة المحصلة Vn على النحو التالي:

$$Vn = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$Vn = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

القيمة الحالية لسلسلة دفعات هي ذلك المبلغ الذي يجب أن ندفعه اليوم دفعة واحدة بذلا عن سلسلة من الدفعات المستقبلية، أي أنه يجب حساب إجمالي القيم الحالية لكل دفعة منها:

$$Vn = a(1+i)^n + a(1+i)^{n-1} + \dots + a(1+i)^{-2} + a(1+i)^{-1}$$

نلاحظ من المجموع السابق بأنه عبارة عن متتالية هندسية حدها الأول و أساسها و هي بالشكل التالي:

---

[3] نفس المرجع، ص.ص.107.106

$$\delta = \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

$$Vn = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1}$$

$$Vn = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

مثال 01:

أحسب القيمة المحصلة Vn لخمسة عشر دفعة متساوية تستلم في نهاية الفترة إذا كانت قيمة كل واحدة منها مساوية لـ 70000 دج و إذا كان معدل الفائدة هو 8%؟

الحل:

$$Vn = a\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad \rightarrow \quad Vn = a\,\frac{(1+0,08)^{15} - 1}{0,08} \quad \rightarrow \quad Vn = 190064,8$$

مثال 02:

تعاقد شخص مع بنكه على تسديد قرض بـ 6 دفعات متساوية كل نهاية سنة، مبلغ الدفعة 50000 دج، لكن هذا الشخص غير رأيه و اقترح تسديد دينه بدفعتين متساويتين في آخر كل سنة بمعدل 6%.

- أحسب قيمة الدفعة الجديدة؟

الحل:

حتى تكون طريقة التسديد الأولى مساوية (مكافئة) لطريقة التسديد الثانية لابد أن تتساوى قيمتهما الحالية.

$$V_{0(2)} = V_{0(1)}$$

$$50000\,\frac{(1+0,06)^{-6} - 1}{0,06} = a\,\frac{(1+0,06)^{-2} - 1}{0,06}$$

نلاحظ بأن قيمة الدفعة a هي المجهول، و بالتالي و بعد إجراء العمليات الحسابية نجد قيمة الدفعة الجديدة.

$$a = 134104,5$$

مثال03:

تقوم مؤسسة في نهاية كل سداسي بإيداع مبلغ 40000 دج في بنك لمدة 7 سنوات.

- أحسب جملة ما ترسمل لذا هذه المؤسسة نهاية السبع سنوات إذا كان المعدل السداسي المطبق هو 8% ؟

الحل:

يجب أن يكون هناك توافق بين المدة و المعدل و بالتالي فإن عدد الفترات و الدفعات تكون كما يلي: n= 12

= 2 X 6

$$Vn = 40000 \frac{(1+0{,}08)^{12}-1}{0{,}08}$$

$$Vn = 759085{,}05$$

ب- **حساب قيمة الدفعة:** نكون هنا أمام حالتين:[4]

الحالة 1: الحالة التي تكون فيها القيمة الحالية معروفة

$$Vo = a \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

$$a = Vo \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

ملاحظة: المقدار $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ موجود في الجدول المالي رقم 5.

الحالة 2: الحالة التي تكون فيها القيمة المحصلة معروفة

$$Vn = a \frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$a = Vn \frac{i}{(1+i)^{n}-1}$$

ملاحظة: الجداول المالية لا تعطينا المقدار $\frac{i}{(1+i)^{n}-1}$ إلا أننا نجد في الجدول المالي رقم 5 المقدار: $\frac{i}{1-(1+)^{-n}}$ و هو الذي نطرح منه i و نحصل على قيمة $\frac{i}{(1+i)^{n}-1}$

مثال 01:

إذا كانت لدينا قيمة محصلة قيمتها 100000 دج تم تكوينها من خلال 9 دفعات و معدل فائدة 8%؟

- أحسب مقدار الدفعة الواحدة؟

الحل:

$$a = Vn \frac{i}{(1+i)^{n}-1} \rightarrow a = 100000 \frac{0{,}08}{(1+0{,}08)^{9}-1} \rightarrow a = 8007{,}97$$

مثال02:

[4] ناصر دادي عدون، مرجع سابق، ص82.

إذا كانت لدينا قيمة حالية بـ 95000 دج و إذا علمت أن عدد الدفعات التي أعطتنا المبلغ السابق هو 6 و أن معدل الخصم هو 5%.

- أحسب مقدار الدفعة الواحدة ؟

الحل:

$$a = Vo\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} \longrightarrow \quad a = Vo\,\frac{0{,}05}{1-(1+0{,}05)^{-6}} \quad \longrightarrow \quad a = 18716{,}65$$

ج- حساب عدد الدفعات: نستطيع استنتاج عدد الدفعات بالرجوع إلى قانون القيمة المحصلة أو إلى قانون القيمة الحالية و هذا حسب المعطيات المتوفرة لدينا.

استنتاج عدد الدفعات من قانون القيمة المحصلة:

مثال:

كم عدد الدفعات السنوية التي قيمتها 2000 دج و التي تدفع سنويا للحصول على مبلغ 31874,85 دج علما أن المعدل هو 10% سنويا ؟

الحل:

$$51705{,}7 = 8000\,\frac{1-(1{,}05)^{-n}}{0{,}05}$$

$$0{,}67 = (1{,}05)^{-n}$$

$$\text{Log } 0{,}67 = -\log 1{,}05$$

N = 8 دفعات

4- الدفعات المتساوية لبداية الفترة (المدة):

هي مبالغ تودع دوريا في بداية كل سنة أو فترة و الغرض منها هو تجميع أو تكوين رأس مال في نهاية مدة الإيداع.

الفرق الأساسي بين دفعات نهاية المدة و دفعات بداية المدة هو أن أول دفعة في النوع الأول تقدم في آخر الفترة أو السنة الأولى و آخرها يدفع في نهاية آخر مدة أي في نهاية مدة الإيداع الكلية. أما فيما يخص النوع الأول فتكون أول دفعة في بداية السنة الأولى و آخر دفعة في نهاية السنة الأخيرة.

أ- القيمة الحالية لدفعات بداية الفترة (المدة):[5]

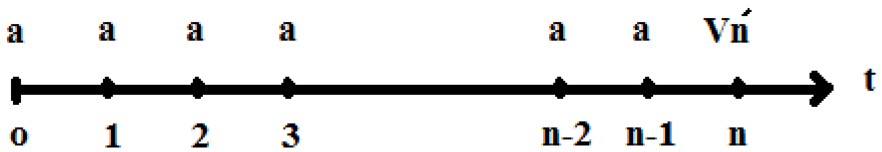
[5] رحيم حسين، مرجع سابق، ص.187.

قانون الجملة:

$$Vn' = \frac{(1+i)^n - 1}{i}(1+i)$$

مثال01:

بافتراض وجود عدة دفعات، قيمة الدفعة الواحدة a، و لدينا مدة تتضمن n فترة، و معدل فائدة i، فإن القيمة المحصلة لدفعات بداية الفترة تكون كالتالي:



و يكمن توضيح جملة الدفعات من خلال الجدول التالي:

الدفعات و الفترات	مدة الإيداع أو الرسملة	الجملة عند النقطة n
الأولى	N فترة	$a(1+i)^n$
الثانية	n-1 فترة	$a(1+i)^n$
الثالثة	n-2 فترة	$a(1+i)^n$
-	-	-
-	-	-
-	-	-
n-1	2 فترة	$a(1+i)^2$
n	1 فترة	$a(1+i)$

القيمة المحصلة لدفعات بداية المدة Vn´ هي مجموع دفعات الجدول، كما نلاحظ بأن الدفعات و انطلاقا من آخر جملة تشكل متتالية هندسية متصاعدة حدها الأول a (1+i) و أساسها (1+i) و عدد حدودها n.

بعد التبسيط و إجراء بعض العمليات الحسابية نصل إلى القانون التالي للقيمة المحصلة لدفعات بداية المدة:

$$Vn' = a(1+i)\frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

مثال02:

يودع شخص دفعات متساوية في بداية كل سنة قيمة كل منها 1100 دج بمعدل فائدة 10% سنويا و لمدة 8 سنوات.

أحسب ما تجمع لهذا الشخص في نهاية المدة ؟

الحل:

$$Vn' = a\,(1+i)\,\frac{(1+i)^n - 1}{i} \rightarrow Vn' = 11000\,(1,1)\,\frac{(1,1)^8 - 1}{0,1} \rightarrow Vn' = 138374,24$$

مثال 03:

اتفق شخص مع بنكه على إيداع دفعات سنوية ثابتة بقيمة 3500 دج في بداية كل سنة، تكون الدفعة الأولى في بداية عام 2008 و الأخيرة في بداية عام 2014 و ذلك بمعدل 10%.

- أحسب جملة هذا الشخص في بداية 2011 ؟
- أحسب جملة هذا الشخص في بداية 2015 ؟

الحل:

- جملة هذا الشخص في بداية 2011:

$$Vn' = 3500.\,(1,1)\,\frac{(1,1)^4 - 1}{0,1} \rightarrow Vn' = 17867,85$$

- جملة هذا الشخص في بداية 2015:

$$Vn' = 3500.\,(1,1)\,\frac{(1,1)^7 - 1}{0,1} \rightarrow Vn' = 36525,6$$

ب- القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:[6]

قانون القيمة الحالية:

$$Vo' = a\,\frac{1-(1+i)^n}{i}\,(1+i)$$

$$Vo' = a\left[1 + \frac{1-(1+i)^{n-1}}{i}\right]$$

مثال 01:

ما هي القيمة الحالية لـ 10 تدفقات امتدت على 10 سنوات كل منها يساوي 40000 دج علما أنها تخصم بمعدل فائدة 6% ؟

[6] أحمد بركات، مرجع سابق، ص.ص.47.46

الحل:

$$Vo' = 40000\frac{1-(1+0,06)^{-10}}{0,06}(1 + 0,06)$$

$$Vo' = 312067,69$$

مثال 02:

ما هي القيمة الحالية لتدفقات مستمرة (أي غير منتهية) كل منها يساوي 11000 دج علما أنها خصمت بمعدل فائدة 10% ؟

الحل:

$$Vo' = 40000\frac{1-(1+0;1)^{-\infty}}{0,1}(1 + 0,1)$$

$$Vo' = 110000$$

حساب قيمة الدفعات: نستطيع استنتاج قيمة الدفعات بالرجوع إلى قانون القيمة المحصلة المحصلة أو إلى قانون القيمة الحالية و هذا حسب المعطيات المتوفرة لدينا.

ج- استنتاج قيمة الدفعة من قانون القيمة المحصلة:

$$Vn' = a\,(1+i)\,\frac{(1+i)^{n}-1}{i}$$

$$a = Vn' \,.\, (1+i)^{-1} \,.\left[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}} - i\right]$$

د- استنتاج قيمة الدفعة من قانون القيمة الحالية:

$$Vo' = a\,\frac{1-(1+i)^{n}}{i}\,(1 + i)$$

$$a = Vo'\,\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}\,(1+i)^{-1}$$