مقياس الرياضيات1 (المحور الاول)

التحليل التوفيقي

1)العاملي (!)

تعريف: ليكن n عدد طبيعي. نرمز $n!$ و تقرا n عاملي الجداء

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \ldots\ldots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

خاصية: من التعريف نستنتج ان

$$n! = n \cdot (n-1)!$$

مثال

$$5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

$$\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!} = n(n-1), \forall n$$

2)الترتيبات بدون تكرار

تعريف: لتكن E مجموعة ذات n عنصر و $p \leq n$.

نسمي ترتيبية بدون تكرار ذات p عنصر من E كل جزء مرتب من E يشمل p عنصر و نكتب

$$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$$

مثال

لتكن $E = \{a, b, c\}$

الترتيبات ذات عنصرين من E هي المجموعات الجزئية المرتبة ذات عنصرين من E وهي:

$\{a, b\}, \{b, a\}, \{a, c\}, \{c, a\}, \{b, c\}, \{c, b\} = 6$ مجموعات.

بطريقة اخرى

$$A_3^2 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6.$$

حالة خاصة

اذا كان $p = n$ نتحصل على $A_n^n = n!$ و نسميها تبديلة بدون تكرار و نكتب

$$P_n = n!$$

3)الترتيبات مع تكرار

نسمي ترتيبية مع تكرار ذات p من E كل جزء مرتب من E يشمل p عنصر مع امكانية تكرار العناصر و في هذه الحالة لدينا

$$A_n^p = n^p, 1 \le p \le n$$

مثال

أوجد كافة الأعداد المؤلفة من ثلاث مراتب، انطلاقا من مجموعة الأعداد التالية: 1.3.5.7.9

الأعداد المكونة من ثلاث مراتب هي:

$$A_5^3 = 5^3 = 125$$

4)التوفيقات بدون تكرار

E مجموعة ذات n عنصرا و p عدد طبيعي حيث: $p \le n$

تعريف: نسمي توفيقة p عنصرا من E كل جزء من E يشمل p عنصرا.

لدينا عدد التوفيقات كالاتي

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

مثال

لتكن $E = \{a, b, c\}$

التوفيقات ذات عنصرين من E هي المجموعات الجزئية ذات عنصرين من E وهي:

$$6 = \{a, b\}, \{a, c\}, \{c, b\}$$ **مجموعات.**

بطريقة اخرى

$$C_3^2 = \frac{3!}{2!\,(3-2)!} = 3.$$

خواص

ليكن k, n عددين طبيعيين. لدينا

1) $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}, \quad \forall 1 \le k \le n-1$

2) $C_n^k = C_n^{n-k}, \quad \forall k \le n$

3) $C_n^n = C_n^0 = 1$

4)دستور نيوتن ثنائي الحد

$$\forall a,b\in\mathbb{R},\forall n\in\mathbb{N}^{*}:$$

$$(a+b)^{n}=C_{n}^{0}\,a^{n}\,b^{0}+C_{n}^{1}\,a^{n-1}\,b^{1}+C_{n}^{2}\,a^{n-2}\,b^{2}+\ldots\ldots+C_{n}^{n}\,a^{0}\,b^{n}$$
$$=\sum_{p=0}^{n}C_{n}^{p}\;a^{n-p}\;b^{p}$$

امثلة

$$(a+b)^{2}=\sum_{p=0}^{2}C_{2}^{p}\;a^{2-p}\;b^{p}$$
$$=C_{2}^{0}\,a^{2}\,b^{0}+C_{2}^{1}\,a^{2-1}\,b^{1}+C_{2}^{2}\,a^{2-2}\,b^{2}$$
$$=a^{2}+2ab+b^{2}$$

$$(a+b)^{3}=\sum_{p=0}^{p=3}C_{3}^{p}(a)^{3-p}(b)^{p}$$
$$=C_{3}^{0}(a)^{3-0}(b)^{0}+C_{3}^{1}(a)^{3-1}(b)^{1}+C_{3}^{2}(a)^{3-2}(b)^{2}+C_{3}^{3}(a)^{3-3}(b)^{3}$$
$$=a^{3}+3a^{2}b+3ab^{2}+b^{3}$$