وزارة التعليم العالي و البحث العلمي

جامعة العربي بن مهيدي – ام البواقي –

كلية العلوم الاقتصادية التجارية و علوم التسيير

مطبوعة بعنوان

محاضرات في مقياس رياضيات مالية

مدعمة بتمارين ومسائل محلولة

موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس (جميع التخصصات)

من إعداد:

د. خالدي فراح

أستاذ محاضر – أ –

السنة الجامعية 2020–2021

بسم الله الرحمن الرحيم

١٤٣٨

فهرس المحتويات:

المحور الثالث: اختيار الاستثمارات

1- قرار اختيار الاستثمارات
2- الطرق المالية لاختيار الاستثمارات

تمارين محلولة

المحور الرابع: القروض واهتلاكها

1- مفاهيم أساسية

2- استهلاك قروض قصيرة الاجل

تمارين محلولة

3- استهلاك قروض طويلة الاجل

المحور الخامس: التقنيات البورصية

1- تقييم السندات والعوامل التي تؤثر على قيمة السند
2- استهلاك القروض السندية

تمارين محلولة

تقديم:

أقدم هذه المطبوعة إلى طلبة السنة الثانية ليسانس علوم التسيير وعلوم اقتصادية والتجارية وعلوم التسيير والتي تتضمن كل ما يتعلق بمقياس رياضيات المالية ووفقا للبرنامج الوزاري،حيث احتوت المطبوعة على خلاصة تجربتي في تدريس المقياس لمدة ستة سنوات بين التطبيق وتقديم المحاضرات حيث حاولت أن أقدم هذا البرنامج الذي يظهر أنه صعبا نوعا ما للطلبة بشكله الظاهري، غير أنه توخيت التبسيط والتسهيل في جميع محاور المطبوعة، وهذا من أجل تزويد الطالب بالمعارف والمعلومات المتعلقة بمجال المالية وتطبيقات الكبرى في الرياضيات المالية.

واعتمدت في هذه المطبوعة على أسلوب التبسيط في شرح محتويات البرنامج، والذي ضم خمسة محاور والذي اعتمدته بدوري حيث خصصت المحور الأول للفائدة البسيطة والذي تضمن مفاهيم أساسية وقانون الفائدة البسيطة والجملة والدفعات والفوائد الدورية بالإضافة إلى الخصم التجاري وتكافؤ الأوراق التجارية، اما الامحور الثاني خصصته للفائدة المركبة ، وتناول شرحها وقانون تطبيقها والجملة بالإضافة إلى القيمة الحالية وخصم الأوراق التجارية بفائدة مركبة، أما المحور الثالث فهم خاص باختيار الاستثمارات والذي تناول اتخاذ القرارات الاستثمارية وطرق تقييمها، والمحورالرابع تناول استهلاك القروض وتضمن طرق استهلاك القروض قصيرة الاجل وطويلة الأجل، اما المحور الخامس فتناول التقنيات البورصية وتضمن تقييم السندات والعوامل المؤثرة فيها، بالإضافة الى كيفية استهلاكها.

وقد خصصت في نهاية كل محاضرة خلاصة لخصت خلالها بشكل مركز ودقيق ما يجب على الطالب اكتسابه من هذه العناصر وهذا لربط الطالب بالواقع العملي لما يتم دراسته بالشكل النظري. أما في نهاية المحاور فقد أرفقتها بتمارين محلولة ومتنوعة بشكل تحليلي وتفصيلي.

وفي أخير أتمنى أن أكون بهذه المطبوعة قد قدمت مساعدة بسيطة للطلبة وساهمت ولو بالقليل في البحث العلمي وخدمة طلبة كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير.

1

المحور الأول

الفائدة البسيطة

1- مفاهيم أولية:

- **تطور مفهوم الفائدة:** تعرّف الفائدة لغة بأنّها ما استفدته من علم ومال، وقد عرَّفها بعض الاقتصاديين بأنّها: " أجرة المال المقترض، ثم استخدام الأموال، العائد من الرأسمال المستثمر" ؛ فإقراض النقود بفائدة كان معروفًا منذ أقدم العصور، وعلى صورة متعددة وقد اختلفت وجهات النظر حول الفائدة من حيث عدالة دفعها أو عدم عدالته وذلك حسب اختلاف العصور، ففلاسفة اليونان والرومان اعتبروا أخذ الفائدة رذيلة يجب معارضتها، وبينما فلاسفة اليونان والرومان اعتبروا أخذ الفائدة رذيلة يجب معارضتها، وبيين الفيلسوف اليوناني " أرسطو" أنَّ النقود عقيمة ولا تلد نقودًا، وليس من الحكمة أن يدفع المدين نقودًا إلى الدائن زيادة على مبلغ القرض، وقد تأثر فلاسفة القرون الوسطى بآراء "أرسطو" واعتبرو الفائدة نوعًا من الربا يجب منعه ومحاربته، وربما كانت طبيعة القروض هي التي أوحت بهذه الآراء، لأنّها كانت قروضًا استهلاكية، وأن المقترضين كانوا من الفقراء المحتاجين الذين يضطرون للاقتراض لإشباع حاجاتهم الضرورية، ولذلك كان الفلاسفة والمفكّرون يتعاطفون مع هؤلاء الفقراء عند دفع الفائدة، حيث كان الاعتقاد السائد أن الفائدة تزيد الغنى وتزود الفقير فقرًا[1].

فالفائدة هي ثمن التمويل بالدين (أو الاقتراض، " وهو الثمن الذي يدفعه المقترض للحصول على مبلغ من الأموال المخصصة للاقتراض، لفترة زمنية متفق عليها، ويعبر عن سعر الفائدة في الغالب بنسبة مئوية خلال فترة معينة"[2]؛ أي أنَّها: " الزيادة في أصل الدين مقابل الأجل، سواء كانت مشروطة ابتداء أو محددة عند الاستحقاق للتأجيل في السداد.المال

وعل هذا فالفائدة تمثل المقابل المادي لرأس المال باعتباره أحد عوامل الإنتاج تشبه في ذلك ربع الأرض وأجر العمل، وربح التنظيم، كما أنه تمثل الحافز المادي لاستخدام رأس المال وتشغيله في خدمة الفرد والمجتمع بدلاً من اكتنازه، ويختلف مفهوم العائد عند كل من الدائن صاحب رأس المال والمدين المقترض حيث يطلق عليها المدين بفائدة القرض، في حين يطلق عليها صاحب رأس المال بفائدة الاستثمار[3].

من خلال ما سبق ذكره نستتنج أن الفائدة هي:

حق البنك أو العميل لقاء إقراض مبلغًا معينًا من المال، فالبنك يستحق فائدة في عملية الإئتمان لقاء الأموال التي يقرضها للغير والعميل له الحق (فائدة) لقاء إيداع أمواله لدى البنوك بأنواعها المعروفة، ومن الناحية الشرعية (الدينية) فهناك تحريم للمبالغ الإضافية على رأس المال جراء عملية إقراضه للغير.

(1) أحمد عبد الله درويش، **مبادئ الرياضيات المالية**، دار الصفاء للطباعة والنشر والتوزيع، عمان – الأردن، 1997، ص7.

(2) باديس بوغرة، **مدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها**، دار الهدى، عين مليلة، الجزائر، 2012، ص7.

(3) عمر عبد الجواد عبد العزيز، **الرياضيات المالية (الفائدة البسيطة والفائدة المركبة)**، دار صفاء للطباعة والنشر والتوزيع، الأردن، 1999، ص17.

2- عناصر حساب الفائدة: إن مقدار الفائدة المستحقة من أي عملية استثمار أو اقتراض يتوقف على ثلاثة عناصر هي: أصل رأس المال الموظّف (الأصل المستثمر) ويرمز له بالرمز "C"، والمدة (مدة الاستثمار أو الاقتراض أو مدة التوظيف) ويرمز لها بالرمز "n"، ومعدل الفائدة ويرمز له بالرمز "t". وفيما يلي شرح لهذه العناصر:[1]

أ- الاصل المستثمر (الرأسمال الموظف): وهو عبارة عن المبلغ المقترض أو المبلغ المودع، والذي يترتب على استخدامه أداء أو تعويض مادي (فائدة) يلتزم بها الشخص المدين (المقترض) اتجاه الدائن (صاحب رأسمال)، " وتزداد الفائدة بزيادة أصل المبلغ ففائدة 500 دج هي 25 دج بمعدل 5%، وفائدة 1000 دج هي 50 دج بالمعدل نفسه وهكذا.."[2].

ب- معدل الفائدة: ويقصد بمعدل الفائدة العائد الناتج عن استثمار وحدة رأس المال في نهاية فترة زمنية واحدة، فإذا كانت الفائدة المستحقة على مبلغ 1000 دج في نهاية السنة هي 60 دج، فإنه يمكن القول بأن معدل الفائدة السنوي هو 0.06 ، وعادة ما تكتب العلامة (%) رمز المعدل المئوي أي 6%، وقد جرت العادة على استخدام السنة كفترة زمنية واحدة، وكذا استخدام 100 وحدة من النقود عند تعديل معدل فائدة ما لم يذكر خلاوف ذلك صراحة.

ج- المدة (الفترة) الزمنية: يقصد بها المدة التي تستحق بعدها صرف مبلغ الفائدة فإذا تم الاتفاق بين الدائن والمدين على سداد فيمة فائدة رأس المال المستثمر مرة كل سنة فإن الفترة الزمنية أو وحدة الزمن هي السنة، وبالتالي يكون المعدل المستخدم للفائدة معدل سنوي، بينما إذا كانت الفوائد تستحق كل شهر أو كل ربع سنة، أو كل ستة شهور فإن الفترة الزمنية تصبح شهرًا أو ثلاثة أشهر على التوالي، ويذكر المعدل عندئذ بمعدل عن الفترة الواحدة، " إذن فالفائدة تتناسب طرديًا مع المدة الزمنية ففائدة مبلغ 5000 دح بمعدل 5% لمدة سنة كاملة هو 25 دج، وفائدة نفس المبلغ لمدة سنتان هو 50 دج و75 دح لمدة ثلاثة سنوات ..."[3].

أنواع الفائدة: في التعاملات المالية نستخدم طريقتين لحساب الفائدة هما:[4]

-أ- الفائدة البسيطة: ترتبط الفائدة البسيطة بالعمليات المالية قصيرة الأجل، حيث تحسب على المبلغ الأصلي (رأس المال الابتدائي) خلال مدة التوظيف، بمعنى الفائدة المحققة خلال الفترات الأولى من التوظيف لا يتقاضى عليها المودع أية فائدة لاحقًا، وتتميَّز قيمة الفائدة المحسوبة عند كل فترة بالثبات طالما لم يتغير أصل المبلغ.

" والجدير بالذكر وكما ذكرنا سابقًا أن الفائدة المستحقة تزيد بزيادة أي عنصر من العناصر (**الأصل رأس المال الموظف، المدة الزمنية، معدل الفائدة**) مع ثبات العنصرين الآخرين، بمعنى أن الفائدة سواء كانت فائدة قرض أو فائدة استثمار تزيد بزيادة الأصل والمدة وهكذا..، والعكس صحيح؛ أي أن العلاقة طردية تزيد بزيادتهم وتتناقص بتناقصهم، فمن المعلوم أن فائدة مبلغ 1000 دج مستثمر لمدة زمنية بمعدل معيَّن تقل عن فائدة مبلغ 1500 دج مستثمر لنفس المدة، وبنفس المعدل، وكذا تزيد فائدة المبلغ مستثمر لنفس المعدل، ولمدى نصف سنة، وبنفس المعدل وكذا تزيد فائدة مبلغ 100 دج مستمثر لمدة سنة،

[1] عمر عبد الجواد عبد العزيز، مرجع سابق، ص 18.
[2] مناضل الجواري، مقدمة في الرياضيات المالية، دار اليازوري، ، ص16.
[3] المرجع نفسه، ص 16.
[4] باديس بوغرة، مرجع سابق، ص ص 9- 10.

بمعدل معين عن المستحقة على مبلغ ما في نهاية مدة معينة بمعدل 10% بالضرورة عما إذا كان المعدل المستخدم 6% مثلاً... وهكذا"[1].

ب- الفائدة المركبة: تطبق الفائدة المركبة على العمليات المالية طويلة الأجل – تضاف عبارة المحور المخصص- ونشير إلى العائد على رأس المال الابتدائي بالإضافة إلى الفائدة المتراكمة خلال السنوات السابقة، بمعنى أن الفائدة المركبة لسنة معينة تسب على رأس المال الإبتجائي مضافًا إليه الفائدة المتراكمة عن السنوات السابقة.

ويكون حساب الفوائد المترتبة عن توظيف مبلغ 100 دج لمدة سنة، ثم ثلاث سنوات باستعمال الفائدة المركبة بمعدل فائدة يعادل 12% سنويًا كما يلي:

الفائدة في نهاية السنة الأولى: $\mathrm{I}_1 = \mathrm{C} \times \mathrm{t} \times \mathrm{n} = 1000 \times \frac{10}{100} \times (\mathrm{n}) = 10$ دج

أما الفائدة في نهاية السنة الثانية لا تحسب على أساس أصل المبلغ فقط، وإنما يضاف إليه قيمة الفائدة للسنة الأولى، ويصبح المبلغ : $C_2 = 1000 + 100 = 11\mathrm{O}$ دج

والفائدة في السنة الثالثة تحسب على أصل المبلغ مضاف إليه الفائدة المتراكمة على السنوات السابقة $(\mathrm{I}_1 + \mathrm{I}_2)$ وعليه نجد: $C_3 = 1000 + 100 + 110 = 121\mathrm{O}$ دج

$$\mathrm{I}_3 = C_3 \times \mathrm{t} \times \mathrm{n} = 1210 \times \frac{10}{100} \times 1 = 121 \text{ دج}$$

من خلال ما سبق يتضح أن تطبيق الفائدة المركبة " أدى إلى إختلاف الفوائد المحققة خلال كل فترة توظيف، وهذا راجع لأن رأس المال الإبتدائي الموظف يتزايد باستمرار عبر الزمن لاحتوائه على الفوائد المتراكمة خلال الفترات السابقة، أما إذا طبقنا طريقة الفائدة البسيطة سنحصل على نتيجة واحدة لقيمة الفائدة عند نهاية كل سنة وهي 100 دج"[2].

إذن نستنتج أن الفائدة البسيطة هي[3]:

هي المبلغ الذي يقدمه لصاحب رأس المال بالنسبة للمتعامل المقترض، مقابل استعماله؛ أي المقترض لهذه الأموال خلال مدة معينة، وتحت شروط محددة مسبقًا بين الطرفين، ولدى المقترض تعتبر فائدة أجرة المبلغ المالي الذي يتركه تحت تصرف المقترض لفترة معيَّنة، ومن الناحية الاقتصادية فهي أحد عناصر الدخل النشاط الاقتصادي العام، فهي مقابل استعمال عامل الإنتاج المالي، كما أنها تتأثر تأثير طردي لعنصر رأس المال، المدة ومعدل الفائدة، وتكون بسيطة إذا كانت الفوائد لا تضاف إلى رأس المال الأصلي لتعطي فائدة بدورها مع جملة هذه الأموال في الفترات الزمنية المستقبلية.

[1] عمر عبد الجواد عبد العزيز، مرجع سابق، ص19.
[2] باديس بوغرة، مرجع سابق، ص11.
[3] ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، دار المحمدية العامة، الجزائر، 1995، ص8.

استنتاج معادلة الفائدة البسيطة: يتم حساب الفائدة البسيطة ضمن العمليات المالية قصيرة الأجل بصفة خاصة؛ "أي تلك العمليات المالية التي لا تتجاوز مدتها سنة واحدة، إذا ما تجاوزت المدة سنة فإن الفائدة تحسب على أصل المال فقط "[1]، أما في حالة الإستثمار بفوائد بسيطة " فإنَّ الأصل المستثمر يظل ثابت طوال مدة الاستثمار، وبالتالي تظل الفوائد المستحقة عن كل فترة زمنية ثابتة خلال المدة"[2].

فإذا كان المبلغ المستثمر أو المبلغ الموظف 1000 دج، وإذا كان معدل الفائدة سنوي مثلا 6%، فإن الفائدة المستحقة في نهاية السنة الأولى تساوي $\left[6\times 60 = 60_{\text{دج}}\right]$، وأنّ هذا المبلغ يمثل الفائدة المستحقة عن كل سنة من سنوات التوظيف، وبالتالي فإن الفوائد المستحقة في نهاية مدة الاستثمار تساوي جميعها تساوي $\left[3\times 60 = 180_{\text{دج}}\right]$، وتكون الجملة المستحقة في نهاية مدة الاستثمار تساوي $\left[180+1000 = 1180_{\text{دج}}\right]$، وبصفة عامة يمكن القول أنَّه إذا كان:

"C": أصل رأس المال الموظف (المستثمر)

"n": مدة التوظيف؛

"t": معدل الفائدة:؛

وإذا رمزنا للفائدة البسيطة بالرمز "I"، فهي تحسب بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{I = C \times \frac{t}{100} \times n}$$

أي أنَّ: **الفائدة البسيطة = رأس المال الموظف (مستثمر)× معدل الفائدة × المدة**

ومن الصيغة العامة لقانون الفائدة البسيطة يمكن إيجاد أي عنصر من عناصر الفائدة البسيطة بمعرفة بقية العناصر الأخرى كما يلي:

* **فرأس المال الموظف (المستثمر) "C"** يحسب بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{C = \frac{I}{t \times n}}$$

مثال (01): أقرض بنك مؤسسة مبلغا معينا بمعدل فائدة بسيطة 4% سنويًا لمدة (02) سنة فحصل على فائدة قدرها 80 دج بعد سنتين، فأوجد المبلغ المقترض؟

[1] قنان إبراهيم، **الرياضيات المالية - دروس وتمارين-** ، *Pages Bleuses*، البويرة – الجزائر، 2016، ص26.
[2] عمر عبد الجواد عبد العزيز، مرجع سابق، ص20.

الحل:

$$C = \frac{I}{t \times n} = \frac{80}{0 \cdot 04 \times 2} = 1000_{\text{دج}}$$

مثال (02): وظف شخص مبلغا بمعدل $5 \cdot 2\%$، فكان رصيده $5 \cdot 5187$ دج بعد ، أوجد المبلغ الموظف؟

الحل:

$$C = \frac{I}{t \times n} = \frac{5187 \cdot 5}{0 \cdot 025 \times 1 \cdot 5} = 5000_{\text{دج}}$$

*** معدل الفائدة البسيطة يحسب بالعلاقة التالية:**

$$\boldsymbol{t = \frac{I}{c \times n}}$$

مثال: أودعت مؤسسة مبلغ قدره 75000 دج وبعد 3 سنوات بلغ رصيدها 8287.5 دج، فما هو معدل الفائدة البسيطة المطبق؟

مثال: ما هو معدل الفائدة البسيطة الذي لو وظف به مبلغ 25000 دج لمدة 4 سنوات ، وكانت الفائدة 5000 دج.

الحل:

$$\boldsymbol{t = \frac{I}{c \times n} = \frac{5000}{25000 \times 4} = 5\%}$$

*** ومدة التوظيف "n" يحسب بالعلاقة التالية:**

$$\boldsymbol{n = \frac{100 \times I}{c \times t}}$$

مثال: ما هي المدة اللازمة والتي يحددها بنك لشخص اقترض مبلغًا قيمته 3000 دج، على أساس فائدة بسيطة بمعدل 4%، قيمتها 180 دج؟

الحل:

$$\boldsymbol{n = \frac{100 \times I}{c \times t}} = \frac{100 \times 180}{3000 \times 5} = 1 \cdot 5 \text{ سنة}$$

*** فإذا كانت المدة "n" معبر عنها بأشهر**، فإن صيغة الفائدة البسيطة تصبح بالشكل التالي:

$$\mathbf{I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_m}{12}}$$

مثال: ما هي الفائدة البسيطة لرأسمال قدره 10000 دج موظف لمدة 8 أشهر بمعدل فائدة بسيطة 5%؟

الحل:

$$\mathbf{I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_m}{12}} = 10000 \times \frac{5}{100} \times \frac{8}{12} = 333 \cdot 33_{\text{دج}}$$

* لتطبيق قانون الفائدة البسيطة يجب أن تتطابق كل من معدل الفائدة مع الفترات الزمية التي تتكون منها المدة، " **فإذا كانت الفترة الزمنية سنة فإن معدل الفائدة يكون سنويًا وفي الحالات التي يذكر فيها المعدل عن فترة زمنية أقل من سنة، فإنه يمكن الحصول على المعدل السنوي بضرب المعدل عن الفترة الواحدة في عدد الفترات التي تحتويها سنة كاملة**"[1]. **فمثلا:** إذا كان معدل الفائدة النصف السنوي 4% فإن المعدل السنوي $4 \times 2 = 8\%$، أما إذا كان معدل الفائدة 1.5% عن كل ربع سنة فإن المعدل السنوي $1 \cdot 5 \times 4 = 6\%$

* **أما إذا كانت المدة بالأيام** ؛ فإن عملية الإقراض أو الإيداع تصادف تاريخين **الأول هو تاريخ الإقتراض أو الإيداع، والثاني هو تاريخ السداد**، ويدخل ضمن المدة أحد التاريخين فقط الأول أو الثاني، ويفضل احتساب التاريخ الثاني أي تاريخ السداد للسهولة الحسابية فقط. وبذلك نكون أما ثلاث أنواع من الفائدة البسيطة هي:[2]

أ- الفائدة البسيطة الإعتيادية: وهي الفائدة التي تحسب على أساس اعتبار عدد أيام الشهر مساويًا إلى 30 يومًا والسنة تحوي على 360 يوما أي:

$$\mathbf{I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360}}$$

ب- الفائدة الصحيحة: وهي الفائدة التي تحسب على أساس اعتبار عدد أيام الشهر حسب التقويم أي:

السنة بسيطة $\cdots\cdots\ \mathbf{I_r = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{365}}$، أو: السنة كبيسة $\cdots\cdots\ \mathbf{I_r = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{366}}$

إن الطريقة الصحيحة تستوجب معرفة:

- أن في السنة سبعة (07) شهور عدد أيام كل منها واحد وثلاثون يومًا (31) وهي: جانفي، مارس، ماي، جويلية، أوت، أكتوبر، ديسمبر.
- أن في السنة أربعة شهور (04) عدد أيام كل منها (30) يومًا وهي: أفريل، جوان، سبتمبر، نوفمبر.

---

[1] عمر عبد الجواد عبد العزيز، مرجع سابق، ص21.
[2] مناضل الجواري، مرجع سابق، ص18.

- أن الشهر فيفري عدد أيامه ثمانية وعشرون يومًا (28) إذا كانت السنة بسيطة وتسعة وعشرون يومًا (29) إذا كانت السنة كبيسة.

لمعرفة السنة هل هي بسيطة أم كبيسة **تجري عملية القسمة على العدد أربعة (04)**، فإذا كان هناك باقي فالسنة بسيطة كما في السنوات كالسنوات 1975، 1977، 1978، 1981 أما إذا لم يبقى باقي فالسنة كبيسة كالسنوات 1976، 1980، 1984، و " نستثني من هذه القاعدة السنوات القرنية 1800، 1900، 2000 فهنا يجب القسمة على 400 بدلاً من 4"[1].

مثال: أحسب مدة التوظيف التالية: 1981/01/15 إلى 1981/05/17 ؟

الحل: سنة 1981 هي سنة بسيطة$\frac{1981}{4} = 49 \cdot 525$ فهي لا تقبل القسمة على 4 ومنه فيفري يحتوي على 28 يومًا.

ومنه المدة تحسب كما يلي:

(15-31) = 16 يوم من جانفي

+28 يوم من فيفري

+ 31 يوم من مارس

+ 30 يوم من أفريل

+ 17 يوم من ماي

= 122 يوما

نلاحظ أننا طرحنا التاريخ أو اليوم الأول من عدد أيام الشهر الأولى وأضفنا الشهور الواقعة بين التاريخين حسب أيامها الفعلية، وأضفنا التاريخ أو اليوم الأخير بدون إجراء أي تعديل عليه.

ج- **الفائدة التجارية:** وهي الفائدة التي تحسب على أساس اعتبار أيام الشهر حسب التقويم "*Calendre*"، وعدد أيام السنة 360 يوما .

أي:

$$\mathbf{I_c = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360}}$$

وبصفة عامة يتم حساب الفائدة البسيطة بطريقتين أساسيتين هما: الطريقة التجارية والطريقة الصحيحة

من خلال ما سبق ذكره نستنتج:

إذا كانت المدة بالأيام، فيجب تحديد الأيام قبل الشروع في حساب الفائدة البسيطة بإتباع طريقتين:

الطريقة الأولى: حساب الأيام على أساس السنة التجارية أي إعتبار كل شهر يساوي 30 يوما، وبالتالي فإن السنة ستكون 360 يومًا.

الطريقة الثانية: حساب الأيام على أساس السنة الحقيقة (المدنية)؛ أي 365 يومًا أو 366 يومًا، فإذا كانت 366 يوما فالسنة كبيسة وشهر فيفري يساوي 29 يومًا، ويكون في السنوات قابلة القسمة على 4، اما إذا لم يتحقق ذلك فتعتبر السنة بسيطة وعدد أيامها 365يوما، وشهر فيفري يساوي 28 يومًا.

[1] أ

ويراعى أيضًا لحساب مدة التوظيف الملاحظات التالية:

- إذا ذكرت المدة بالأيام ولم تحدد السنة بأنها بسيطة أو كبيسة فتعتبر السنة بسيطة، وبالتالي تحسب قيمة "n" بالقسمة على 365 ؛

- إذا كانت مدة التوظيف عبارة عن عدد من الأيام يقع بعضها في سنة بسيطة والبعض الآخر يقع في سنة كبيسة فإنَّ المدة بالسنوات "n" تحسب بالصيغة التالية[1]:

$$n = \frac{D_1}{365} + \frac{D_2}{366}$$

حيث: D_1: عدد أيام التوظيف التي تقع في السنة البسيطة، D_2: عدد أيام التوظيف التي تقع في السنة الكبيسة

- اذا لم تبين في المعطيات المدة صراحة وتم توضيح تاريخ الإيداع وتاريخ السداد فإن المدة تحسب بعدد الأيام التي تقع بين هذيم التاريخين مع مراعاة احتساب يوم واحد فقط يوم الإيداع أو السداد (السحب) ؛ فإذا كان تاريخ الإيداع هو 12 ماي 1994 وتاريخ السداد (السحب) هو 21 سبتمبر فإنَّ المدة تحسب كما يلي:

المدة المتبقية من شهر ماي	31-12
+ شهر جوان	30
+ شهر جويلية	31
+ شهر أوت	31
+ عدد الأيام في شهر السحب	21
المدة اللازمة للتوظيف =	**132 يوم**

* قد يحدث أن يكون تاريخ الإيداع وتاريخ السحب في بداية أو منتصف أو نهاية الشهر في هذه الحالة تحسب مدة الاستثمار بين التاريخين بالشهور أو بالسنوات، فمثلا إذا كان الإيداع في 1993/03/01 والسحب في 1993/07/31 ، وإذا كان الإيداع في 15 فيفري والسحب في 15 جويلية 1994 في هاتين الحالتين المدة 5 شهور.

* إذا أعطي لنا تاريخ الإيداع والمدة اللازمة للتوظيف وطلب منا تحديد تاريخ السحب أو السداد، ولحسابه يتم احتساب مدة التوظيف ابتداء من شهر الإيداع والشهور التالية مع طرح مدة كل شهر من مدة التوظيف لتحديد المدة المتبقية حتى آخر شهر، حتى نصل إلى مدة أقل من الايام المحتسبة فيه، فمثلا تم الإيداع في 21 جوان 1994، وتم السحب بعد انقضاء مدة قدرها 125 يوما، فما هو تاريخ السحب؟ ويتم تحديده كما يلي:

[1] عمر عبد الجواد عبد العزيز، مرجع سابق، ص22.

الشهر	عدد أيام التوظيف في كل شهر	مدة التوظيف المتبقية حتى آخر شهر
جوان	31- 21 = 10	125-10= 115
فيفري	28 +	115- 28 = 87
مارس	31 +	87-31 = 56
أفريل	30 +	56- 30 = 26
ماي	26 +	
المدة	125 يوما	

فالمدة المتبقية في آخر شهر أفريأيام المتبقية هي 26 يوما ، وعليه يكون تاريخ السحب في الشهر الموالي أي ماي وهي نفسها الأيام المتبقية، وبالتالي يكون السحب في 26 ما ي 1994؛

* إذا أعطي تاريخ السحب ومدة التوظيف وطلب تحديد تاريخ الإيداع، ولحسابه يتم حساب مدة التوظيف ابتداء من شهر السحب والشهور السابقة له (أي بشكل عكسي) مع طرح تلك المدد من مدة التوظيف المنقضية، فمثلا سحب شخص مبلغًا ما في 25 أوت 1994 بعد مدة توظيف قدرها 145 يوما، فما هو تاريخ الإيداع؟

الشهر	عدد أيام التوظيف في كل شهر	مدة التوظيف المنقضية حتى أول شهر
أوت	25	145 -25 = 120
جويلية	31 +	120- 31 = 89
حوان	30 +	89-30 = 59
ماي	31 +	59- 31 = 28
أفريل	28 +	
المدة	145 يوما	

حيث أن عدد الأيام المنقضية حتى أول شهر ماي تبلغ 28 يوما وهي تقل عن عدد أيام الشهر السابق لشهر أفريل، فيكون شهر الإيداع هو شهر أفريل، وتاريخ الإيداع هو عدد أيام شهر أفريل مطروحا منه المدة المحتسبة، ومنه تاريخ الإيداع هو (30-28) أفريل أي 02 أفريل 1994 .

مثال01: أحسب الفائدة البسيطة لمبلغ قيمته 6000 دج وظف في بنك بمعدل فائدة 8% لمدة وفق الحالات التالية:

الحالة الأولى: 3 سنوات؛

الحالة الثانية: 4 أشهر،

الحالة الثالثة: سنتين و3 أشهر.

الحل: الحالة الأولى:

$$I = C \times \frac{t}{100} \times n = 6000 \times \frac{8}{100} \times 3 = 1440 \text{ دج}$$

الحالة الثانية:

$$I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_m}{12} = 6000 \times \frac{8}{100} \times \frac{4}{12} = 160 \text{ دج}$$

الحالة الثالثة:

$$I = c \times \frac{t}{100} \times \left(n + \frac{n_m}{12}\right) = 6000 \times \frac{8}{100} \times \left(2 + \frac{3}{12}\right) = 1080 \text{ دج}$$

مثال 02: وظف مبلغ بقيمة 3500 دج لدى بنك في تاريخ 1990/03/01 إلى غاية 31 ماي 1990 بمعدل 7% ، أحسب الفائدة المستحقة بالطريقة التجارية والطريقة الصحيحة؟

الحل:

* **بالطريقة التجارية:** لدينا المدة من تاريخ الإيداع إلى تاريخ هي مارس، أفريل، ماي ؛ أي يومًا $n = 90$

أي:

$$I_c = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} = 3500 \times \frac{7}{100} \times \frac{90}{360} = 61 \cdot 25 \text{ دج}$$

* **بالطريقة الصحيحة:** تحدد المدة كما يلي:

(01-31) = 30 يوم من جانفي

+30 يوم من أفريل

+ 31 يوم من ماي

= **91 يوما**

نلاحظ أننا لم نحسب اليوم الأول من الإيداع، وبما أن السنة 1990 لا تقبل القسمة على 4 ، فهي سنة بسيطة، وتحوي على 365 يومًا وبذلك تكون الفائدة التجارية كما يلي:

$$I_c = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{365} = 3500 \times \frac{7}{100} \times \frac{91}{365} = 61 \cdot 08 \text{ دج}$$

مثال 03: أوجد الفائدة الصحيحة لمبلغ مالي قدره 4000 دج في بنك من 05 جانفي 1992 إلى 28 مارس 1992 من نفس السنة بمعدل فائدة سنوي 6% ؟

الحل: تحسب المدة كما يلي:

(31-05) = 26 يوم من جانفي
+29 يوم من فيفري
+ 28 يوم من مارس

= 91 يوما

نلاحظ أننا لم نحسب اليوم الاول من الإيداع، السنة 1992 تقبل القسمة على 4 ($\frac{1992}{4} = 499$) فهي سنة كبيسة وتحوي على 366 يومًا، ومنه تحسب الفائدة الصحيحة كما يلي:

$$I_c = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{366} = 4000 \times \frac{6}{100} \times \frac{83}{366} = 54 \cdot 42 \text{ دج}$$

وعموما عند حساب الفائدة البسيطة فإننا نستعمل طريقة البنوك في حساب المدة إلا إذا أشار إلى غير ذلك أي:

المدة (n)= المدة اللازمة الحقيقة / السنة التجارية (360)

مثال 04: إقترض شخص مبلغ 5400 دج من البنك من 6 أفريل إلى 9 سبتمبر من نفس السنة بمعدل فائدة سنوي 10%، فما هو مبلغ الفائدة؟

الحل: تحسب المدة كما يلي:

(30-06) = 24 يوم من أفريل
+31 يوم من ماي
+ 30 يوم من جوان
+ 31 من جويلية
+ 31 من أوت
+ 09 سبتمبر

= 156 يوما

نلاحظ أننا لم نحسب اليوم الأول من الإيداع وعليه تحسب الفائدة البسيطة كما يلي:

$$I_c = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} = 6400 \times \frac{10}{100} \times \frac{156}{360} = 277 \cdot 34 \text{ دج}$$

ونشير أنه عند حساب الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية يجب معرفة[1]:

[1] باديس بوغرة، مرجع سابق، ص13.

- في حالة وجود مدة زمنية محدد (فاصل زمني محدد) بين تاريخ التوظيف (الاقتراض)، وتاريخ حساب الفائدة، فإننا نعتمد الأيام بالشكل الواقعي سواء عند تطبيق الطريقة الصحيحة أو التجارية، في حين يتعيَّن مراعاة مقام الكسر حسب ما تقتضيه كل طريقة؛
- إذا حدث وإن كان الفاصل الزمني بين الأيام أو أشهر في سنة عادية وأيام أو أشهر من سنة كبيسة (مثلا من شهر ديسمبر 2007 إلى شهر مارس 2008) فإننا نعتمد – **عند تطبيق الطريقة الصحيحة** – في المقام عدد أيام السنة العادية أي 365 بدلاً من 366 لأن السنة العادية هي الأصل (تتكرر ثلاث مرات) والسنة الكبيسة تمثل الاستثناء؛
- إذا لم ينص صراحة على تطبيق الطريقة الصحيحة لحساب الفائدة البسيطة فالأصل هو استخدام الطريقة التجارية لأنَّها الشائعة في المعاملات البنكية.

العلاقة بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية:

لدينا: $\mathrm{I_r} = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{365} \cdots\cdots (01)$ و $\mathrm{I_c} = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360} \cdots\cdots (02)$

ويمكن استخلاص العلاقة بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة بقسمة الأولى على الثانية[1].

بقسمة $\mathrm{I_c}$ على $\mathrm{I_r}$ نجد:

$$\frac{\mathrm{I_c}}{\mathrm{I_r}} = \frac{\mathrm{c} \times \frac{\mathrm{t}}{100} \times \frac{\mathrm{n}}{360}}{\mathrm{c} \times \frac{\mathrm{t}}{100} \times \frac{\mathrm{n}}{365}} = \frac{\mathrm{c} \times \mathrm{t} \times \mathrm{n}}{36000} \times \frac{36500}{\mathrm{C} \times \mathrm{t} \times \mathrm{n}} = \frac{36500}{36000} = \frac{73}{72}$$

$$\frac{\mathrm{I_c}}{\mathrm{I_r}} = \frac{73}{72} \cdots\cdots \mathrm{I_C} = \frac{73}{72} \times \mathrm{I_r} = \left(1 + \frac{1}{72}\right) \times \mathrm{I_r}$$

ومن العلاقة السابقة نستنتج أن:

الفائدة التجارية = الفائدة الصحيحة + $\frac{1}{72}$ الفائدة الصحيحة، وفي المقابل نجد:

وفي المقابل نجد:

$$\frac{\mathrm{I_c}}{\mathrm{I_r}} = \frac{73}{72} \rightarrow I_\mathrm{r} = \frac{72}{73}\mathrm{I_c} = \left(1 - \frac{1}{73}\right)\mathrm{I_c}$$

أي: **الفائدة الصحيحة = الفائدة التجارية -$\frac{1}{73}$ الفائدة التجارية**

[1] نصر دادي عدون، مرجع سابق، ص14.

$$\mathbf{I_r = I_c - \frac{1}{73} \times I_c}$$

من خلال ما سبق ذكره نستنتج أن:

الفائدة التجارية $\mathbf{I_c}$ = الفائدة الصحيحة× $\mathbf{\frac{73}{72}}$

الفائدة الصحيحة $\mathbf{I_r}$ = الفائدة التجارية× $\mathbf{\frac{72}{73}}$

مثال 01: أحسب الفائدة الصحيحة إذا علمت أنَّ الفائدة التجارية تعادل 100 دج؟

$$I_c = \frac{72}{73} \times I_r = \frac{72}{73} \times 100 = 98 \cdot 63_{دج}$$

مثال 02: الفرق بين الفائدة التجارية (السنة فيها 360 يوم) والفائدة الصحيحة (السنة فيها 365 يوم) لمبلغ موظف بمعدل 9.5% لمدة 72 يوما هو 114000 دج، أوجد هذا المبلغ؟

الحل:

مثال 02: إذا علمت أن الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ما، وظف لمدة معينة، ومعدل معين هو 2 دج، فاحسب مقداركل من الفائدتين؟

الحل: لدينا : $I_c - I_r = 2 \cdots\cdots (01)$

$$\mathbf{I_r = -\frac{1}{73} I_c \times I_c}$$

$$I_r - I_c = -\frac{1}{73} \times I_c$$

$$-I_r + I_c = +\frac{1}{73} \times I_c$$

$$I_c - I_r = \frac{1}{73} \times I_c \cdots\cdots (02)$$

بتعويض (01) في (02) نجد:

$$2 = \frac{1}{73} \times I_c \cdots\cdots (02)$$

ومنه: $I_c = 2 \div \frac{1}{73} = 2 \times 73 = 146$ دج

مثال 03: أودع شخص مبلغ في أحد البنوك بتاريخ 5 أفريل 1995، بمعدل فائدة قدره 12 %ثم قام بسجبه في 10 نوفمبر 1995، فكان الفرق بين الفائدة التجارية والصحيحة هو 3 دج، فأحسب هذا المبلغ؟

الحل: لدينا

$$\mathbf{I_c - I_r = \frac{1}{73} \times I_c \leftrightarrow I_r = -\frac{1}{73} I_c + I_c}$$

لدينا

$$\mathbf{3 = \frac{1}{73} \times I_c \leftrightarrow I_c = 3 \div \frac{1}{73} = 3(73) = 219_{\text{دج}}}$$

أما المدة فتحسب كما يلي:

(05-30) = 25 يوم من أفريل
+31 يوم من ماي
+ 30 يوم من جوان
+ 31 يوم من جويلية
+ 31 يوم من أوت
+ 30 يوم من سبتمبر
31 يوم من أكتوبر
10 يوم من نوفمبر

= 219 يوما

نلاحظ أننا لم نقم بحساب اليوم الأول من الإيداع وبذلك تحسب الفائدة التجارية كما يلي:

$$I_c = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} = 219_{\text{دج}} \rightarrow 219 = c \times \frac{12}{100} \times \frac{219}{360} \rightarrow c = \frac{219 \times 36000}{2628}$$

$$c = 3000_{\text{دج}}$$

مثال 04: وظف مبلغ في بنك بقيمة 5840 دج، بمعدل فائدة 8%، وحسبت له كل من الفائدة التجارية والصحيحة وفي نهاية المدة فوجد الفرق بينهما 2.311 دج، فما هي مدة توظيف هذا المبلغ؟

الحل: لدينا: $\mathrm{I_c - I_r = 2 \cdot 311 \cdots\cdots (01)}$

ولدينا:

$$\mathrm{I_c - I_r = \frac{1}{73} \times I_c \leftrightarrow I_r = -\frac{1}{73} I_c \times I_c \cdots\cdots (02)}$$

ومنه: بتعويض (01) في (02):

$$2\cdot311=\frac{1}{73}\times \mathrm{I_c}\leftrightarrow \mathrm{I}_c=2\cdot311\times73=168\cdot7_{\text{دج}}$$

أما الفائدة الصحيحة $\mathrm{I_r}=168\cdot7-2\cdot311=166\cdot4$ دج

بالتعويض نجد: $\mathrm{I_r}=c\times\frac{t}{100}\times\frac{n_j}{365}\to166\cdot4=5840\times\frac{8}{100}\times\frac{n_j}{365}$

$$166\cdot4=5840\times\frac{8}{100}\times\frac{n_j}{365}\to n_i=\frac{166\cdot4\times36500}{5840\times8}=130_{\text{يوما}}$$

مثال 05: إذا كان الفرق بين الفائدتين التجارية والصحيحة لمبلغ 12000 دج بلغ 4 دج، أحسب مقدار كلا من الفائدتين؟ وإذا علمت أن مدة الاستثمار 125 يومًا فما هو معدل الاستثمار؟

الحل: لدينا $(02)\cdots\cdots\mathrm{I_c}=\mathrm{I_r}+\frac{1}{72}\times\mathrm{I_r}\to\mathrm{I_c}-\mathrm{I_r}=\frac{1}{72}\times\mathrm{I_r}$

ولدينا أيضا: $\mathrm{I_c}-\mathrm{I_r}=4\cdots\cdots(01)$، بتعويض (01) في (02) نجد:

$$(02)\cdots\cdots\mathrm{I_c}=\mathrm{I_r}+\frac{1}{72}\times\mathrm{I_r}\to4=\frac{1}{72}\times\mathrm{I_r}$$

ومنه: $\mathrm{I_r}=4\times72=288_{\text{دج}}$ أما $\mathrm{I_C}=\mathrm{I_r}+4=292$ دج

ولإيجاد معدل الفائدة نعوض في قانون الفائدة الحقيقية كما يلي:

$$\mathrm{I_r}=c\times\frac{t}{100}\times\frac{n_j}{365}\to288=12000\times\frac{t}{100}\times\frac{125}{365}\to288=\frac{15000}{365}\times t$$

$$\mathrm{t}=\frac{288\times365}{1500\text{à}}=7\%$$

من خلال ما سبق ذكره نستنتج:

في حالة ثبات المبلغ والمدة بالأيام فإن الفائدة التجارية هي دومًا أكبر من الفائدة الصحيحة وهذا في غير صالح المدين، غير أن استخدام الفائدة التجارية العمليات الحسابية باعتبار عدد أيام السنة 360، وعلى هذا الأساس تعرف الفائدة التجارية بالفائدة العملية، وتستخدمها البنوك والمقرضين عند إقراض أموالهم.

حساب الفائدة البسيطة لعدة مبالغ: تتم بطريقتين هما:[1]

أ- الطريقة العادية: إذا كانت لدينا عدة مبالغ ونريد إيجاد مجموع الفوائد المستحقة عنها، فيمكن حساب فائدة كل مبلغ ثم نقوم بجمع الفوائد للمبالغ كلُّها.

مثال إقترض شخص المبالغ التالية، 25000 دج لمدة 2 سنة بمعدل فائدة 9% ، 30000 دج لمدة 8 أشهر بمعدل فائدة 8%، 10000 دج لمدة 250 يوما بمعدل فائدة 7.5%، ما هي الفائدة المستحقة على جميه هذه المبالغ؟

الحل:

$$I_1 = c \times \frac{t}{100} \times n = 25000 \times \frac{9}{100} \times 2 = 4500 \text{ دج}$$

$$I_2 = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_m}{12} = 25000 \times \frac{8}{100} \times \frac{8}{12} = 1600 \text{ دج}$$

$$I_3 = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} = 25000 \times \frac{7 \cdot 5}{100} \times \frac{250}{360} = 520 \cdot 83 \text{ دج}$$

ومنه الفائدة المستحقة هي:دج $I = I_1 + I_2 + I_3 = 4500 + 1600 + 520 \cdot 83 = 6620 \cdot 83$

ب) طريقة النمر والقاسم: هناك طريقة مختصرة يتم من خلالها حساب ما يسمى ب: "النمر والقاسم" وتستخدم هذه الطريقة عندما يكون لدينا أكثر من مبلغ تم توظيفهم لأكثر من مدة زمنية، ولكن بنفس معدل الفائدة.

* النمر: هي مجموع حاصل ضرب كل مبلغ في مدته ويشترط ان تكون من طبيعة واحدة (سنوية، شهرية أو يومية) ونرمز لها بالرمز "N".

* القاسم: يخضع القاسم إلى طبيعة وحدة الزمن للنمر ويرمز له بالرمز "D" و يأخذ الأشكال التالية:

* النمر يومية ← القاسم $= \frac{\text{عددالأيام}}{t} = \frac{360}{t} = D$

* النمر شهرية ← القاسم $= \frac{\text{عددالأشهر}}{t} = \frac{12}{t} = D$

* النمر سنوية ← القاسم $= \frac{\text{عددالسنوات}}{t} = \frac{1}{t} = D$

وقد حصلنا على ذلك وانطلاقا من علاقة الفائدة البسيطة $I = c \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360} = \frac{c \times t \times n}{36000}$

[1] قنان إبراهيم، مرجع سابق، ص29.

بقسمة المقام والبسط على t نحصل على: $I=\frac{C\times n}{\frac{36000}{t}}$، وبذلك يكون:

النمر $\leftarrow N=c\times n$ و القاسم $\leftarrow D=\frac{36000}{t}$

وبحصولنا على مجموع النمر والقاسم، يتم حساب الفائدة البسيطة للمبالغ كما يلي:

$$I=\frac{N}{D}=\frac{c\times n}{\frac{36000}{t}}$$

مثال 01 : إقترض شخص المبالغ التالية: 600000 دج لمدة 60 يوما، 700000 دج لمدة 70 يوما، 800000 دج لمدة 80 يوما، 900000 دج لمدة 90 يوما، أوجد الفائدة المستحقة إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة 5% بطريقة النمر والقاسم؟

الحل: النمر اليومية : $600000\times 60=36000000$ دج، $700000\times 70=49000000$ دج

$800000\times 80=64000000$ دج ، $900000\times 90=81000000$ دج

النمر مجموع $=36000000+49000000+64000000+81000000=230000000$ دج

القاسم $\leftarrow D=\frac{36000}{t}=\frac{36000}{5}=7200$

ومنه الفائدة: $I=\frac{N}{D}=31944\cdot 44$

مثال 02: إقترض شخص المبالغ التالية: 400000 دج لمدة 3 شهور، 500000 دج لمدة 2.5 شهر، 600000 دج لمدة 4 أشهر، أوجد الفائدة المستحقة إذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة 5% بطريقة النمر والقاسم؟

الحل:

النمر الشهرية : $400\times 3=1200$ دج، $500\times 2\cdot 5=1250$

$600\times 4=2400$

النمر مجموع $=1200+1250+2400=4850000$ دج

القاسم $\leftarrow D=\frac{1200}{t}=\frac{1200}{6}=200$

ومنه الفائدة: $I=\frac{N}{D}=\frac{4850}{200}=24\cdot 25$ دج

نلاحظ أن تطبيق طريقة النمر والقاسم تساعد على اختصار العمليات الحسابية، خاصة إذا كان لدينا عدة مبالغ وكان معدل الفائدة موحدًا، حيث يتطلب حساب فائدة عدة مبالغ وفق العلاقة التالية: $I_n=\sum_{i=1}^{n}\frac{N_i}{D}$

نلاحظ أن تطبيق طريقة النمر والقاسم تساعد على اختصار العمليات الحسابية، خاصة إذا كان لدينا عدة مبالغ وكان معدل الفائدة موحدًا، حيث يتطلب حساب فائدة عدة مبالغ وفق العلاقة التالية: $I_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i}{D}$
وفي حالة ما إذا كان هناك مجموعة من رؤوس الأموال فعلاقة النمر تصبح كما يلي: $N = \sum C_i N_i$
وفي حال ما إذا كانت المدة بالأشهر تتم القسمة على 1200، أما إذا كانت بالسنوات فتقسم القسمة على 100.

3- القيمة المكتسبة (الجملة): تعرف الجملة بأنّها: " مجموع المبلغ المقترض أو المستثمر مع الفوائد البسيطة المستحقة عليه؛ أي أن القيمة المكتسبة أو الجملة هي حاصل جمع أصل رأس المال مع فوائده المستحقة في نهاية المدة"[1] فهي تعبر عن المبلغ الموظف خلال فترة زمنية مضافًا إليه قيمة الفائدة المحققة خلال فترة التوظيف، ونرمز لها بالرمز: "V" ، وهي تحسب لمبلغ واحد أو عدة مبالغ.

أ- بالنسبة لمبلغ واحد:

$$V = C + I = C + C \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360}$$

ومنه:

$$\boldsymbol{V = C\left[1 + \frac{t \times n}{36000}\right]}$$

- **إذا كانت المدة بالسنوات: $V = C\left[1 + \frac{t}{100} \times n\right]$**
- **إذا كانت المدة بالأشهر: $V = C\left[1 + \frac{t}{100} \times \frac{nm}{12}\right]$**
- **إذا كانت المدة بالأيام فتكون:**

*** جملة تجارية: $V = C\left[1 + \frac{t \times n}{36000}\right]$ (وهي المعمول بها في البنوك).**
*** جملة صحيحة : $V = C\left[1 + \frac{t \times n}{36500}\right]$**

مثال01: تم توظيف مبلغ قيمته 10000 دج بمعدل فائدة سنوي 9%، أحسب الجملة بعد 6 أشهر ثم بعد 2 سنة؟

الحل:

*** جملة بعد 6 أشهر:**

[1] قنان إبراهيم، مرجع سابق، ص30.

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{C}\left[\boldsymbol{1} + \frac{\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{n}}{\boldsymbol{36000}}\right] = 10000 \times \left[1 + \frac{9 \times 180}{36000}\right] = 10000 \times 0 \cdot 045 = 10450_{\text{دج}}$$

* جملة بعد 2 سنة:

$$= \boldsymbol{C}\left[\boldsymbol{1} + \frac{\boldsymbol{t} \times \boldsymbol{n}}{\boldsymbol{36000}}\right] = 10000 \times \left[1 + \frac{9 \times 2}{100}\right] = 10000 \times 1 \cdot 18 = 11800_{\text{دج}}$$

ب- بالنسبة لعدة مبالغ: فهي ما يتحصل عليه الشخص بعد نهاية مدة الإيداع عدة مبالغ في بنك أو إقتراضها.

أي أنَّ: $V = V_1 + V_2 + V_3 \cdots\cdots + V_n$

$$V = (C_1 + I_1) + (C_2 + I_2) + (C_3 + I_3) \cdots\cdots + (C_n + I_n)$$

$$V = (C_1 + C_2 + \cdots\cdots C_n) + (I_1 + I_2 + I_3 \cdots\cdots I_n)$$

$$V = \sum_{i=1}^{n} C_n + \sum_{i=1}^{n} I_n$$

$$V = \sum_{i=1}^{n} C_i \left(1 + \frac{t}{100} \times \frac{n}{360}\right)$$

مثال: أودع شخص في بنك المبالغ التالية: 6000 دج في أول مارس، 9000 دج في 2 ماي ، 3500 دج في أول جوان، بمعدل الفائدة السنوي 9%، أحسب جملة هذه المبالغ في آخر جوان؟

الحل: حساب مدة كل مبلغ:

C_1 : من أول مارس إلى 30 جوان، ومنه: $n_1 = \underset{\text{مارس}}{\frac{(31-1)}{}} + \underset{\text{أفريل}}{\frac{30}{}} + \underset{\text{ماي}}{\frac{31}{}} + \underset{\text{جوان}}{\frac{30}{}} = 121$ يوما

C_2: من 2 ماي حتى 30 جوان، ومنه: $n_2 = \underset{\text{ماي}}{\frac{(31-2)}{}} + \underset{\text{جوان}}{\frac{30}{}} = 59$ يوما

C_3: من 1 جوان حتى 30 جوان، ومنه: $n_3 = \underset{\text{جوان}}{\frac{(30-1)}{}} = 29$ يوما

ويمكن أن نقدم الجدول التالي:··

المبالغ	تاريخ الايداع	مدة التوظيف	فائدة كل مبلغ
6000	أول مارس	121	$I_1 = c_1 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_1}{360} = 9000 \times \frac{9}{100} \times \frac{121}{360} = 181 \cdot 5_{\text{دج}}$
9000	2 ماي	59	$I_2 = c_2 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_2}{360} = 9000 \times \frac{9}{100} \times \frac{59}{360} = 132 \cdot 75_{\text{دج}}$

3500		1 جوان	29	$I_3 = c_3 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_3}{360} = 3500 \times \frac{9}{100} \times \frac{29}{360} = 25 \cdot 375$دج	
مجموع المبالغ	18500 دج			مجموع الفوائد	$I_1 + I_2 + I_3 = 181 \cdot 5 + 132 \cdot 75 + 25 \cdot 375 = 339 \cdot 375$
ومنه مبلغ الجملة هي: $V = \sum_{i=1}^{n} C_n + \sum_{i=1}^{n} I_n = 18500 + 339 \cdot 375 = 18839 \cdot 625$دج					

الفائدة المسبقة والمعدل الحقيقي (الفعلي) للإيداع: " كل القوانين والاستنتاجات السابقة أساسها أن الفوائد تسدد في نهاية المدة، إلا أنّه قد يحدث وفق اتفاق بين البنك والمقترض أن يحصل المقرض على الفوائد يوم إبرام عقد القرض أي في بداية القرض حين يستلم المقترض الأموال من البنك، ومن المؤكد أن البنك يستفيد من معدل توظيف يزيد عن المعدل النظري الذي استعمل في حساب الفوائد"[1]، " ففي هذه الحالة يكون في أن المودع قد أودع فعلا المبلغ مطروحًا منه الفوائد المسحوبة عند الإيداع، وبعد المدة المتفق عليها يسحب صاحب رأس المال أمواله كما أودعها كلية"[2].

إذا كان المبلغ "c" وما يتحصل عليه من فائدة "I" وعدد الأيام "n_j" فتكون الفائدة هي:

$$I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360}$$

والمبلغ المدفوع فعلاً هو: $C_a = C - I \rightarrow I = C_a - C$

وعليه: $c - c_a = c - \frac{c \times t \times n_j}{100}$

$$I = C - C_a = C - C\left(1 - \frac{n_j \times t}{36000}\right) \cdots\cdots\cdots (01)$$

$$I = \frac{c \times t_e \times n_j}{36000} = C\left(1 - n_j \times t\right) \times t_e \times \frac{n_j}{36000} \cdots\cdots\cdots (02)$$

t_e : هو المعدل الفعلي أو الحقيقي لأن المبلغ محسوب في نهاية المدة.

$$(01) = (02) \rightarrow c - c\left(1 - \frac{n_j \times t}{36000}\right) = c\left(1 - \frac{n_j \times t}{36000}\right) \cdot \frac{t_e \times n_j}{36000}$$

$$t_e = \frac{c\left(1 - \left(\frac{t \times n_j}{36000}\right)\right)}{c\left(1 - \frac{n_j \times t}{36000}\right)\frac{n_j}{36000}} = \frac{\frac{n_j. \cdot t}{36000}}{\left(1 - \left(\frac{t \times n_j}{36000}\right)\right)\left(\frac{n_j}{36000}\right)} = \frac{t}{1 - \frac{n_j \times t}{36000}}$$

[1] زعيبط نورد الدين، محاضرات في الرياضيات المالية، دار الفجر للطباعة والنشر، الجزائر، ص22

[2] Walder Maseiri ,**Aide Mémoire de Mathématique Financières**, Edition DUNOD,2008,P56 .

ومنه: $t_e = \frac{36000\times t}{\frac{36000-n_j\times t}{36000}}$

ومنه نستنتج أن:

يحسب المعدل الفعلي كما يلي:

*** إذا كانت المدة بالأيام فتكون صيغته : $t_e = \frac{36000\times t}{36000-n_j\times t}$**

- إذا كانت المدة بالأشهر فتكون صيغته: $t_e = \frac{1200\times t}{1200-t\times n}$

- إذا كانت المدة بالسنوات فتكون صيغته: $t_e = \frac{100\times t}{100-t\times n}$

مثال 01: تم توظيف مبلغ قيمته 10000 دج بمعدل فائدة مسبق قدره 9% لمدة 180 يوما، أحسب معدل الفائدة الفعلي لهذه المعاملة؟

الحل: يمكن حسابه بطريقتين:

الطريقة الأولى:

$$t_e = \frac{36000 \times t}{36000 - n_j \times t} = \frac{36000 \times 9}{36000 - 180 \times 9} = \frac{324000}{34380} = 9 \cdot 42\%$$

الطريقة الثانية:

$$t_e = \frac{I \times 36000}{C_a \times n}$$

$$I = C \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} = 10000 \times \frac{9}{100} \times \frac{180}{360} = \frac{16200000}{36000} = 450_{\text{دج}}$$

$$C_a = C - I = 10000 - 450 = 9550_{\text{دج}}$$

$$t_e = \frac{I \times 36000}{C_a \times n} = \frac{450 \times 36000}{9550 \times 180} = \frac{16200000}{1719000} = 9 \cdot 42\%$$

مثال02: وظف مبلغ على أساس معدل فائدة بسيطة 8% سنويا لمدة 102 يوما، علما أن في آخر مدة التوظيف تحصلنا على الفائدة البسيطة والمكافأة قدرها 500 دج،

-ما هو المعدل الفعلي لهذا المعاملة؟

- ما هو المعدل الفعلي في حالة تسديد رسم قيمته 400 دج؟

- ما هو المعدل الفعلي للمعاملة في حالة تسديد الفوائد في أول التوظيف؟

الحل: لنرمز للفائدة الفعلية بـ: "I^*"

$$I^* = I + bonus = 100000 \times \frac{8}{100} \times \frac{102}{360} + 500 = 2266 \cdot 67 + 500 = 2766 \cdot 67_{\text{دج}}$$

$$2766 \cdot 67 = 100000 \times \frac{t^*}{100} \times \frac{102}{360} \rightarrow t^* = \frac{2766 \cdot 67 \times 360 \times 100}{100000 \times 102} = 9 \cdot 76\%_{\text{دج}}$$

حساب المعدل الفعلي في حالة تسديد الرسم:

$$I^* = I - taxes = 2766 \cdot 67 - 400 = 1866 \cdot 67_{\text{دج}}$$

$$1866 \cdot 67 = 100000 \times \frac{t^*}{100} \times \frac{102}{360} \rightarrow t^* = \frac{1866 \cdot 67 \times 360 \times 100}{100000 \times 102} = 6 \cdot 58\%_{\text{دج}}$$

حساب المعدل الفعلي في حالة دفع الفوائد في بداية التوظيف:

$$c^* = c - I = 100000 - 2266 \cdot 67 = 97733 \cdot 33_{\text{دج}}$$

$$\rightarrow I^* = c^* \times t^* \times n = 2266 \cdot 67_{\text{دج}}$$

$$\rightarrow 97733 \cdot 33 \times \frac{t^*}{100} \times \frac{102}{360} \rightarrow t^* = \frac{2266 \cdot 67 \times 360 \times 100}{97733 \cdot 33 \times 102} = 8 \cdot 18\%$$

المعدل المتوسط لعدة توظيفات: لنفترض أنه تم توظيف مجموعة من المبالغ $(c_1, c_2, c_3, \cdots\cdots c_k)$ على فترات مختلفة $(n_1, n_2, n_3, \cdots\cdots n_k)$، وبمعدلات فوائد مختلفة $(t_1, t_2, t_3, \cdots\cdots t_k)$، ويمكن حساب الفائدة بمعدل متوسط يرمز له بالرمز "T":[1]

$$\mathrm{T} = \sum_{t=1}^{k} \frac{\mathrm{c_k} \times \mathrm{t_k} \times \mathrm{n_k}}{\mathrm{c_k} \times \mathrm{n_k}}$$

حيث: K: تمثل عدد المبالغ ورتبة المدة والمعدلات التوظيف.

مثال: أوجد المعدل المتوسط للتوظيفات التالية:

1000 دج وظف لمدة 90 يوم بمعدل 3%؛

[1] جون بيار فاذر، الرياضيات المالية والاكتوارية، ترجمة نوفل الياس الزبيري، العكيبان للنشر والتوزيع، عمان- الأردن، ص ص 24-25

2000 دج وظف لمدة 120 يوم بمعدل 4%؛

3000 دج وظف لمدة 170 يوم بمعدل 5%,

الحل:

$$T = \sum_{t=1}^{k} \frac{c_k \times t_k \times n_k}{c_k \div\times n_k} = \frac{1000 \times 0\cdot 03 \times \frac{90}{360} + 2000 \times 0\cdot 04 \times \frac{120}{360} + 3000 \times 0\cdot 05 \times \frac{170}{360}}{1000 \times 90 + 2000 \times 120 + 3000 \times 170}$$

$$T = \frac{105}{2333\cdot 33} = 0\cdot 045 = 4\cdot 5\%$$

5- الخصم التجاري والقيمة والحالية:

- **مفهوم الخصم التجاري:** إذا اتفق المدين مع الدائن على تسديد الدين قبل تاريخ استحقاقه فهو يسمى بـ: " خصم الأوراق التجارية"؛ أي تسديدها قبل تاريخ استحقاقها، وفي هذه الحالة فإن المدين يدفع مبلغ أقل من المبلغ الذي يجب أن يدفعه عند تاريخ الاستحقاق، حيث يدفع مبلغًا مطروحًا منه مقدار الفائدة على المدة المتبقية بين تاريخ الاستحقاق الدين وتاريخ الإتفاق[1]، كذلك يمكن أن تباع الورقة التجارية إلى أحد البنوك حيث يحصل الدائن على مبلغ أقل من جملة المبلغ عند زمن الاستحقاق؛ أي أن الدائن يحصل على مبلغ القيمة الحالية،وهنا بالطبع أقل من القيمة المستقبلية، وهذا ما يسمى بـ: ة "خصم الأوراق التجارية" [2].إذن:

> **الخصم التجاري هو : عملية يضع من خلالها البنك تحت تصرف عميله مبلغًا ماليًا مقابل ورقة تجارية لم يصل تاريخ استحقاقها مع حسم أو خصم أو قطع الفائدة من القيمة الاسمية.**

سمي أيضًا الخصم التجاري **بالحطيطة** أو من أحط الشيء أقل من قيمته وهوما يسمى بـ: " **الخصم**" وهو عبارة عن فائدة المدة من تاريخ السداد إلى تاريخ الاستحقاق، ويرمز له بالرمز: "Ec" .

الخصم =القيمة الاسمية – القيمة الحالية

القيمة الحالية = القيمة الاسمية – الخصم

القيمة الاسمية =القيمة الحالية + الخصم

إذن العناصر المتحكمة في قيمة الخصم والقيمة الحالية للورقة التجارية عند خصمها تتمثل في العناصر التالية:[3]

- معدل الخصم الذي يطبقه البنك ويرمز له بالرمز : "t"
- القيمة الاسمية للورقة موضوع الخصم ويرمزلها بالرمز "V_n"

[1] شقيري نوري موسى، وليد أحمد صافي، محمد إبراهيم نور، الرياضيات المالية، درا المسيرة للنشر والتوزيع، الأردن، 2009، ص114.
[2] غازي فلاح مومني، الرياضيات الماليةالمعاصرة، دار المناهج للنشر والتوزيع، عمان- الأردن، 2014،ص142.
[3] Benjamin Lagros,Mini Manuel de Mathématique Financiére , edition Dinod France,2011 ,P44 .

– عدد الأيام المرتبطة بالخصم وهي المدة الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق ويوم الخصم ويرمزلها بالرمز:"n" .

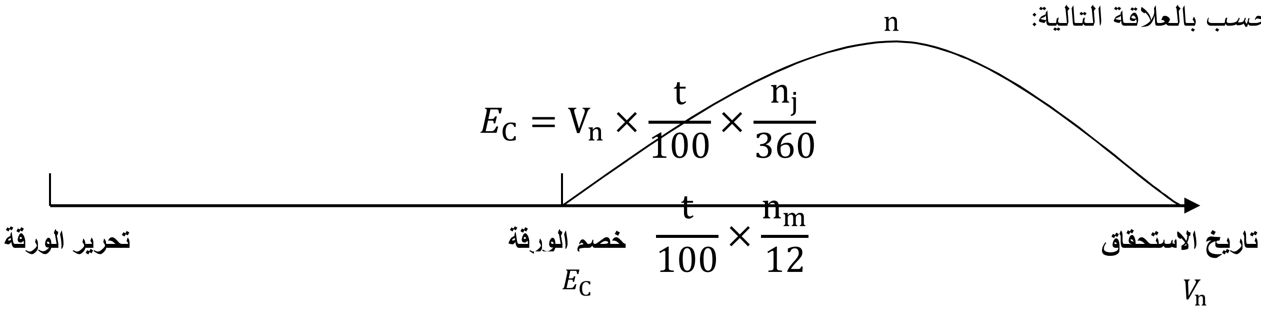
– **القيمة الاسمية والقيمة الحالية والخصم التجاري:** لنفترض أن شخصًا مدينًا بمبلغ 1000 دج تستحق الدفع بعد سنة من الآن، ونفترض أن الدائن طلب من المدين دفع المبلغ الآن فهل يدفع المدين المبلغ المذكور الآن؟ إذا أراد المدين دفع المبلغ الآن فلا يدفع 1000 دج بل يدفع 1000 دج مطروحًا نه فائدة المبلغ من الآن حتى تاريخ الاستحقاق، ولو افترضنا أن معدل الفائدة 5% فإنَّ الفائدة على المبلغ تكون 50 دج، فالمدين يدفع الآن مبلغ 950 دج وهذا ما نسميه بالقيمة الحالية لمبلغ، ويرمز لها بالرمز"Va" والمبلغ الأصلي بما فيه الفائدة يسمى بالقيمة الاسمية ويرمزلها بالرمز"Vn" ، والفرق بين القيمة الاسمية والحالية هو الخصم أو الحطيطة* .

-3 **حساب الخصم التجاري:** الخصم هو الفائدة المحسوبة على القيمة الاسمية للورقة التجارية للفترة الفاصلة بين تاريخ الخصم وتاريخ الاستحقاق، أي:

ويحسب بالعلاقة التالية:

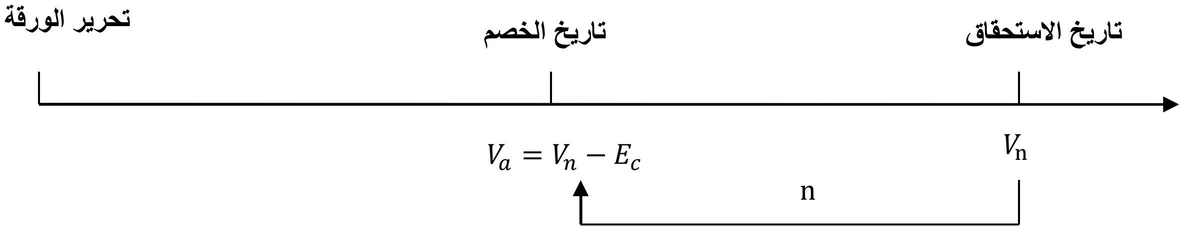
$$E_C = V_n \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360}$$

$$\frac{t}{100} \times \frac{n_m}{12}$$



$$E_C = V_n \times \frac{t}{100} \times n$$

أما القيمة الحالية $V_a = V_n - E_c$



مثال: ورقة تجارية قمتها الإسمية 3450 دج تستحق بتاريخ N/10/20 قدمت للخصم في البنك بتاريخ N /09/05 بمعدل خصم 8%، حدد قيمة الخصم التجاري (E_C)؟

نقوم أولا بحساب المدة "n":

سبتمبر 30- 05 = 25 يوم

أكتوبر 20 +

* الحطيطة: أومن حطى شيء أقل من قيمته، وهو ما يسمى بالخصم وهو عبارة عن فائدة المدة من تاريخ السداد إلى تاريخ الاستحقاق.

n = 25+20=45 يوم

$$E_C = V_n \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} = \frac{3450 \times 8 \times 45}{36000} = 34{,}5\ dn$$

ملاحظة: إذا كان البنك يطبق قاعدة اليوم البنك "jour de banque" لمدة معينة، نقوم بإضافة المدة إلى مدة الخصم.

مثال: نفس المثال السابق، مع العلم أن البنك يطبق قاعد يوم البنك بيومين.

$$E_C = V_n \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} = \frac{3450 \times 8 \times 47}{36000} = 36{,}03\ dn$$

مثال: حدد القيمة الاسمية لورقة تجارية تستحق بتاريخ N/08/31 تم خصمها بتاريخ N/06/22 بمعدل 10%، أين كانت قيمتها الحالية 2300 دج.

الحل: نقوم أولا بحساب المدة "n"

جوان	30- 22 = 8 يوم
جويلية	31 يوم
أوت	31 يوم +

n = 8+31+31= 70 يوم

$$V_a = V_n - E_c$$

$$V_a = V_n - \frac{V_n \times t \times n}{36000} = V_n\left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right)$$

$$V_a = V_n - \left(\frac{(36000 - t \times n)}{36000}\right) = \frac{36000 \times V_a}{36000 - t \times n}$$

$$V_n = 2345{,}60$$

مثال: أحسب القيمة الحالية لورقة تجارية قيمتها الاسمية1550 دج تم خصمها قبل 75 يوم من تاريخ استحقاقها بمعدل 10,5%.

$$V_a = V_n - E_c$$

$$V_a = V_n - \frac{V_n \times t \times n}{36000} = 1550 - \frac{1550 \times 10{,}5 \times 75}{36000}$$

$$V_a = 1516{,}09 \text{ دج}$$

- **حساب عناصر الخصم:** يمكن حساب أحد العناصر السابقة إذا كانت مجهولة بدلالة العناصر الثلاث الأخرى المعلومة.

أ. **حساب القيمة الاسمية:** تعني القيمة الاسمية بالتمويل وفي الحساب القيمة المعلنة (الراهنة) للأصول خلال فترة زمنية معينة[1].

مثال: ورقة تجارية تستحق الدفع يوم 2012/06/01 تم خصمها بتاريخ 2012/03/13 بمعدل 7% في حين كان مبلغ الخصم التجاري 560 دج. أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

لدينا:

$$E_C = V_n \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360}$$

$$E_C = V_n \times \frac{7}{100} \times \frac{560}{360} \rightarrow V_n = \frac{E_c \times 36000}{t \times n_j}$$

$$V_n = \frac{560 \times 36000}{7 \times 80} = 36000 \text{ دج}$$

ب. **حساب معدل الخصم:** نقصد بمعدل الخصم الفائدة التي يتم اقتطاعها مسبقًا على الأوراق التجارية[2].

$$E_C = V_n \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} \rightarrow t = \frac{E_c \times 36000}{V_n \times n_j} = \frac{1680 \times 36000}{126000 \times 60} = 8\%$$

ومنه المعدل المطبق على هذه الورقة هو : 8%.

ج. **حساب مدة الخصم:**

مثال: ورقة تجارية بقيمتها الاسمية 100800 دج خصمت بمعدل 9,5% فبلغ خصمها التجاري 2261 دج.

المطلوب: أحسب مدة الخصم الفاصلة بين تاريخ الاستحقاق وتاريخ الخصم؟

[1] بوجنان خالدية، رياضيات مالية، 2017، جامعة بن خلدون.

[2] Xaavier Durand, Aide-mémoire de Mathématique Financière, Edition Dunod,Paris, France,2016 ,P56 .

من العلاقة العامة للخصم لدينا:

$$E_C = V_n \times \frac{t}{100} \times \frac{n_j}{360} \rightarrow n_j = \frac{E_c \times 36000}{V_n \times t} = \frac{2261 \times 36000}{(100800) \times (9{,}5)} = 85 \text{ يوم}$$

د. حساب القيمة الاسمية انطلاقًا من القيمة الحالية:

مثال: ورقة تجارية قيمتها الحالية بلغت 90948 دج، مدة خصمها 120 يوم، بمعدل 8,5%.

المطلوب: أحسب القيمة الاسمية لهذه الورقة؟

$$V_a = V_n\left(1 - \frac{t \times n_j}{36000}\right)$$

$$V_a = V_n\left(1 - \frac{1 \times n_j}{36000}\right) \rightarrow V_n = \frac{V_a}{\left(1 - \frac{t \times n_j}{36000}\right)}$$

$$= \frac{V_a}{\left(1 - \frac{t \times n_j}{36000}\right)} = \frac{90948}{\left(1 - \frac{8.5 \times 120}{36000}\right)} = 93600 \text{ دج}$$

ومنه القيم الاسمية للورقة التجارية: $V_n = 93600$ دج

5- حساب مجمل تكاليف الخصم (*agio*): عند خصم الأوراق التجارية في البنوك يقتطع من قيمتها الاسمية قيمة الخصم، بالإضافة إلى مصاريف أخرى بمجموع ما يقتطعه البنك في القيمة الاسمية للورقة التجارية يسمى "الآجيو- *agio*" ويشمل على[1] :

- الخصم "l'escompt"" ؛
- العمولات "les commissions" ؛
- الرسم (TVA)"la taxe sur la valeur".

الآجيو المتضمن الرسم = قيمة الخصم + العمولات + الرسم (TVA)

Agio (TTC)= Ec+commissions +TVA

أما الآجيو خارج الرسم (Hars Taxes) فيحسب كما يلي:

الآجيو (خارج الرسم) = قيمة الخصم + العمولات

Agio (HT)= Ec+commissions

1

تؤخذ قيمة الآجيو "*agio*" من طرف البنك، ويأخذ الزبون الذي قدم الورقة التجارية للخصم لدى البنك الفرق بين القيمة الاسمية للورقة التجارية وقيمة الآجيو، وهو ما يسمى بالقيمة الحالية الصافية:

$$\mathrm{V}_{a_{net}} = V_n - agio$$

أ. **العمولات**: وتتضمن:[1]

- **عمولات متناسبة مع الزمن (عمولات متغيرة):** تحسب بنفس طريقة حساب الخصم، فهي متناسبة مع القيمة الاسمية للورقة التجارية والمعدل المرتبط لهذه العملات. وتحسب بالقانون التالي:

$$coms\ variables = \frac{V_n \times t_{aux} \times n}{36000}$$

حيث: المعدل "t_{aux}" يمثل معدل العمولة المتغيرة.

- **عمولات غير متناسبة مع الزمن:** تكون متناسبة فقط مع القيمة الاسمية للورقة التجارية ومعدل العمولة، وليس لها أي ارتباط مع عدد الأيام أو مدة الخصم.

ب. الرسم على القيمة المضافة (TVA): يحسب على مجموع الاقتطاعات (العمولات + الخصم).

$$TVA = (E_c + Coms) \times TVA\%$$

ملاحظة: إذا كان البنك يطبق قاعدة يوم البنك (jour de banque) لمدة معينة، نقوم بإضافة تلك المدة إلى مدة الخصم.

مثال: بتاريخ 4 جويلية تم خصم ورقة تجارية قيمتها الاسمية 6000 دج، وتاريخ استحقاقها 31 جويلية وفق الشروط التالية:

- معدل الخصم 10,5%؛
- العمولة المتناسبة مع الزمن 0,6%؛
- عمولة غير متناسبة مع الزمن $\frac{1}{8}$.

المطلوب: أحسب قيمة الآجيو ثم القيمة الحالية الصافية؟

- **حساب قيمة الآجيو:**

***حساب مدة الخصم:** $n = 31 - 4 = 27$ يوم

* **حساب قيمة الخصم:**

$$E_C = \mathrm{V_n} \times \frac{\mathrm{t}}{100} \times \frac{\mathrm{n}_j}{360} = 6000 \times 0{,}105 \times \frac{27}{360} = 47.25 \text{ دج}$$

* **العمولة المتناسبة مع الزمن:**

[1]

$$V_n \times 0.06 \times \frac{n_j}{360} = 6000 \times 0{,}006 \times \frac{27}{360} = 2.7 \text{ دج}$$

* **العمولة غير متناسبة مع الزمن :**

$$V_n \times \frac{1}{800} = 6000 \times \frac{1}{800} = 7{,}5 \text{ دج}$$

بجمع قيمة الخصم وقيمة العمولات نحصل على الآجيو:

$$agio = 47.25 + 2.7 + 7.5 = 57.45 \text{ دج}$$

* **حساب القيمة الحالية :**

$$V_{a_{net}} = V_n - \text{agio}$$

$$V_{a_{net}} = 6000 - 57.45 = 5942.55 \text{ دج}$$

ملاحظة: إذا كان البنك يطبق قاعدة يوم البنك (jour de banque) لمدة معيَّنة، نقوم بإضافة تلك المدة إلى مدة الخصم.

مثال: ورقة تجارية قيمتها الاسمية 2140 دج تستحق بتاريخ N/06/30 خصمت لدى البنك بتاريخ N/04/01 وفق الشروط التالية:

- عمولة متغيرة 1%؛
- عمولة ثابتة 2 دج؛
- الرسم على القيمة المضافة 17%.

المطلوب: أحسب القيمة الصافية لهذه الورقة؟

* حساب المدة:

$$n = 29 + 31 + 30 = 29 jours$$

$$\text{agio} = E_c + coms + TVA$$

$$E_c = \frac{2140 \times 90}{36000} = 42.8 \text{ دج}$$

$$coms = comfix + com\ variable$$

$$com\ variale = \frac{2140 \times 1 \times 90}{36000} = 5.35\ dn$$

$$coms = 5.35 + 2 = 7.35\ dn$$

$$TVA = (5.35 + 2) \times \frac{17}{100} = 8.52\ dn$$

$$\text{agio} = 42.8 + 7.35 + 8.52$$

$$\text{agio} = 58.52\ dn$$

* **حساب القيمة الحالية الصافية :**

$$V_{a_{net}} = V_n - agio$$

$$V_{a_{net}} = 2140 - 58.67 = 2081.33 \text{ دج}$$

– **معدل الخصم الحقيقي** $t_{réel}$: هو معدل يحسب على أساس القيمة الاسمية للحصول على الآجيو[1]، ويستخرج من العلاقة التالية:

$$agio = \frac{V_n \times t_{réel} \times n}{36000}$$

$$t_{réel} = \frac{36000 \times agio}{V_n \times n}$$

بالعودة إلى المثال السابق نجد معدل الخصم الحقيقي هو:

$$t_{réel} = \frac{36000 \times 58,67}{2140 \times 90} = 10.97\%$$

7– معدل العائد $t_{rér}$: وهو المعدل الذي يحسب على أساس القيمة الصافية للحصول على الآجيو.[2]

$$agio = \frac{V_{a_{net}} \times t_{rer} \times n}{36000}$$

$$t_{réel} = \frac{36000 \times agio}{V_{a_{net}} \times n}$$

$$t_{réel} = \frac{36000 \times 58.67}{2081.33 \times 90} = 11.27\%$$

ملاحظة: عند حساب معدل الخصم الحقيقي ومعدل العائد نتجاهل قاعدة يوم البنك، بمعنى حتى إذا كان البنك يطبق قاعدة يوم البنك فإنَّ مدتها لا تؤخذ بعين الاعتبار، ولا تتم اضافتها إلى مدة الخصم.

8–الخصم الصحيح والخصم التجاري: إذا كان الخصم التجاري يحسب على أساس القيمة الاسمية "V_n" فإن الخصم العقلاني يحسب على أساس القيمة الحالية "V_a"

$$E_R = \frac{\grave{V_a} \times t \times n}{36000}$$

$$\grave{V_a} = V_n + E_r$$

---

[1] صفيح صادق، يقورأحمد، رياضيات مالية: دروس وتطبيقات، دار هومة، 2019، الجزائر، ص38.
[2] المرجع نفسه.

$$V_n = \grave{V}_a + \frac{\grave{V}_a \times t \times n}{36000}$$

$$V_n = \grave{V}_a + \left(1 + \frac{t \times n}{36000}\right)$$

$$\grave{V}_a = \frac{V_n}{1 + \frac{t \times n}{36000}}$$

$$E_R = \frac{\left(\frac{V_n}{1 + \frac{t \times n}{36000}}\right) \times t \times n}{36000}$$

$$\boldsymbol{E_R = \frac{V_n \times t \times n}{36000\left(1 + \frac{t \times n}{36000}\right)}}$$

* العلاقة بين الخصم التجاري والخصم العقلاني "E_R":

$$\mathrm{E_R} = \frac{\grave{V}_a \times t \times n}{36000}$$

$$\mathrm{E_R} = \frac{(V_n - E_R)t \times n}{36000}$$

$$\mathrm{E_R} = \frac{(V_n - E_R)t \times n}{36000} - -$$

5- استبدال الأوراق التجارية (الديون) أو تكافؤ الأوراق التجارية:

- مفهوم استبدال الأوراق التجارية: يعتبر استبدال الأوراق التجارية تطبيقا مباشرًا للفائدة البسيطة، والتي تمت دراستها في المحاضرات السابقة، وذلك في يتعلق بالجملة والقيمة الحالية، فمن خلال الحياة العملية يقوم الكثير من المدينين باستبدال الأوراق التجارية إلى ورقة أو عدة أوراق تجارية جديدة، تستحق بتواريخ مختلفة عن تاريخ سداد الأوراق القديمة، سواء قبل أو بعد تاريخ الاستحقاق هذه الأخيرة، ففي الحالتين يكون للورقة أو الأوراق التجارية الجديدة قيمة تختلف تعن قيمة الورقة أو الأوراق الأصلية، ويعتمد هذا الاختلاف على الفترة الزمنية، وعلى تاريخ الاستحقاق الجديد بعد أو قبل تاريخ سداد الورقة أو الأوراق التجارية الأصلية.

نظرية: إذا استحق دفع الورقة أو الأوراق التجارية الجديدة بعد تاريخ الإستحقاق للورقة أو الأوراق القديمة (الأصلية)، فإن قيمة الأوراق الجديدة تكون عبارة **عن جملة مبالغ الأوراق التجارية الأصلية في تاريخ الاستحقاق الجديد.**

واذا استحق دفع الأوراق التجارية الجديدة قبل تاريخ استحقاق الأوراق التجارية الأصلية، فإن قيمة الأوراق الجديدة، **تكون عبارة عن القيمة الحالية للأوراق التجارية الأصلية في تاريخ الإستحقاق الجديد.**

- طرق تسوية أو استبدال الأوراق التجارية: في الحالات غير المتوقعة قد تتغير الظروف كل من المدينين والدائنين منا يدفعهم غلى الاتفاق على تغيير شروط الأوراق التجارية واستبدالها بطرق وتواريخ جديدة تتناسب وظروف الطرفين المتفق عليها، والشرط الأساسي لتحقيق تعملية الاستبدال هو أن يكون هناك: " **تكافؤ بين الورقة أو الأوراق التجارية القديمة والورقة أو الأوراق التجارية الجديدة"**.

وعمومًا يمكن القول أن التكافؤ قد يطبق بالطريقة التجارية أو الصحيحة.

أ- التكافؤ بالخصم التجاري (استبدال ورقة بورقة): إذا استعملنا الطريقة التجارية كأساس للخصم نقول أن الورقتين قيمتهما الإسمية V_{n_2}، V_{n_1} **أنهما متكافئتين** إذا تساوت قمتهما الحالية $\mathrm{v}_{\mathrm{a}_2} = \mathrm{v}_{\mathrm{a}_1}$ وذلك بعد خصمهما بمعدل "t" ولفترتي استحقاق "n_1" و"n_2" على التوالي:

$$\frac{V_{n_1}}{V_{n_2}} = \frac{\left(1 - t \times \frac{n_1}{360}\right)}{\left(1 - t \times \frac{n_2}{360}\right)}$$

مثال: ورقة تجارية قيمتها الإسمية 3200 دج، تستحق بعد 160 يوم تم استبدالها بورقة تجارية أخرى تستحق بعد شهرين بمعدل خصم 6%، أحسب القيمة الإسمية للورقة الثانية؟

$$v_{a_1} = V_{n_1}\left(1 - t \times \frac{n_1}{360}\right) = 2300\left(1 - 0,06 \times \frac{160}{360}\right) = 2238,66$$

شرط التكافؤ $v_{a_1} = v_{a_2}$

$$v_{a_2} = V_{n_2}\left(1 - t \times \frac{n_2}{360}\right) \rightarrow v_{n_2}\left(1 - 0,06 \times \frac{60}{360}\right) = 2238,66$$

$$2238.66 = 0.99 V_{n_2}$$

$$V_{n_2} = 2261.27 \text{دج}$$

ويمكن حسابها بتطبيق شرط التكافؤ المذكور سابقا

ب- التكافؤ بالخصم الحقيقي (الصحيح): نقول أن الورقتين التجاريتين أنهما متكافئتين إذا تساوت قيمتيهما الحالية الصحيحة، ونكتب $V'_{a_1} = V\grave{}_{a_2}$، ويكون شرط التكافؤ بالشكل التالي:

$$\frac{v_{n_1}}{v_{n_2}} = \frac{1 + t \times \frac{n_1}{360}}{1 + t \times \frac{n_2}{360}}$$

مثال: بافتراض أن ورقة تجارية قيمتها الإسمية 1500 دج خصمت قبل تاريخ استحقاقها بـ: 5 أشهر، وبمعدل خصم 10%، باستخدام طريقة الخصم الحقيقي، أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية التي تكافؤها، إذا كانت تستحق بعد 10 أشهر من الآن.

نحسب القيمة الحالية الصحيحة للورقة التجارية الأولى $V\grave{}_{a_1}$:

$$V_{n_1} = V\grave{}_{a_1}\left(1 + t \times \frac{n_1}{12}\right) \rightarrow 1500 = V\grave{}_{a_1}\left(1 + 0.1 \times \frac{5}{12}\right)$$

$$V`_{a_1} = \frac{1500}{1.046666} = 1440$$

لتحقيق شرط التكافؤ لا بد تتساو القيمة الصحيحة للورقة الأولى مع القيمة الصحيحة للورقة التجارية الثانية التي تستحق بعد 10 اشهر.

$$\mathrm{V}_{\mathrm{n}_2} = \mathrm{V}`_{\mathrm{a}_2}\left(1 + t \times \frac{n_2}{12}\right)$$

$$V_{n_2} = 1440\left(1 + 0,1 \times \frac{10}{12}\right)$$

$$V_{n_2} = 1560$$

وعليه فالورقة التجارية التي قيمتها الإسمية 1500 دج تكافئ الورقة التجارية التي قيمتها الإسمية 1560 دج إذا خصمنا بالطريقة الصحيحة بمعدل 10% قبل تاريخ 5 و10 أشهر على التوالي.

ملاحظة: بحسب الأصل تطبق الطريقة التجارية عند حساب التكافؤ، إذا صراحة على تطبيق الطريقة الصحيحة.

- **تكافؤ بين عدة أوراق تجارية (الاستحقاق المشترك)**: إن تسوية واستبدال الديون والأوراق التجارية لا تخرج من إحدى الحالات التالية:

* استبدال ورقة تجارية واحدة بتاريخ ستبق لتواريخ استحقاق الأوراق التجارية القديمة.

* استبدال ورقة تجارية واحدة بتاريخ لاحق لتواريخ استحقاق الأوراق التجارية القديمة؛

* استبدال ورقة تجارية واالحدة تستحق خلال تواريخ استحقاق الأوراق التجارية اقديمة؛

* استبدال عدة أوراق تجارية تستحق خلال تواريخ استحقاق الأوراق التجارية القديمة،وفي جميع الحالات شرط التكافؤ:

القيمة الحالية للورقة الجديدة = مجموع القيم الحالية للأوراق القديمة

تاريخ التكافؤ هو النقطة 0

مثال: أراد تاجر استبدال أوراق تجارية الثلاث بورقة تجارية جديدة تستحق بعد شهرين، أحسب القيمة الاسمية للورقة التجارية الجديدة إذا علمت أن:

الورقة الأول V_{n_1}: 2000 دج تستحق بعد 3 أشهر؛

الورقة الثانية V_{n_2}: 35000 تستحق بعد 5 أشهر؛

الورقة الثالثة V_{n_3}: 6000 دج تستحق بعد 6 أشهر.

معدل الخصم 6%

شرط التكافؤ يتمثل في: **القيمة الحالية للورقة الجديدة = مجموع القيم الحالية للأوراق القديمة**

$$V_a = \sum a_i = V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3}$$

$$V_n\left(1 - t \times \frac{n}{12}\right) = \sum\left(V_{n_i}\left(1 - t \times \frac{n_i}{12}\right)\right)$$

$$V_n\left(1 - 0{,}06 \times \frac{2}{12}\right) = 2000\left(1 - 0{,}06 \times \frac{3}{12}\right) + 35000\left(1 - 0{,}06 \times \frac{5}{12}\right) + 6000\left(1 - 0{,}06 \times \frac{7}{12}\right)$$

$$0{,}99V_n = 1970 + 3412{,}5 + 5790 = 11172{,}5$$

$$V_n = 11285{,}35 \text{دج}$$

- **الاستحقاق الوسطي**: إن حالة الاستحقاق الوسطي (المتوسط) يقوم على فكرة استبدال أوراق تجارية أو ديون قديمة تدين أو ورقة تجارية قيمتها الإسمية تعادل مجموع القيم الإسمية للديون القديمة ويسمى تاريخ استحقاق الدين الجديد بتاريخ الاستحقاق المتوسط حيث تاريخ الاستحقاق الدين الجديد وتواريخ استحقاق الديون القديمة، بمعنى أنه يقع بين تاريخ استحقاق أول دين وتاريخ استحقاق آخر دين، ويحسب تاريخ الاستحقاق الوسطي بالقانون التالي:

$$N = \frac{V_{n_1} \times n_1 + V_{n_2} \times n_2 + V_{n_n} \times n_n}{V_n}$$

مثال: بتاريخ 01 مارس 2011 كان التاجر مدينا بالأوراق التجارية التالية:ذ

V_{n_1}: 2000 دج تستحق بتاريخ 01 ماي 2011؛

V_{n_2}: 3000 دج تستحق بتاريخ 31 أوت 2011؛

V_{n_3}: 4000 دج تستحق بتاريخ 31 أكتوبر 2011.

أراد التاجر استبدال هذه الورقة بورقة تجارية وحيدة قيمتها 9000 دج، أحسب تاريخ استحقاق هذه الورقة إذا علمت أن معدل الخصم هو 4%.

نلاحظ أن الحالة هنا حالة استحقاق متوسط حيث يمكننا الاستغناء عن معدل الخصم من خلال تطبيق قانون تاريخ الاستحقاق الوسطي، مدة استحقاق الأوراق القديمة هي على التوالي: 244، 183، 61

$$\mathrm{N} = \frac{2000 \times 61 + 3000 \times 183 + 4000 \times 244}{9000} = 183 \text{ يوم}$$

تاريخ الاستحقاق الوسطي هو تاريخ استحقتق الورقة الثانية أي تاريخ 31 أوت.

تمارين محلولة

أولا: تمارين محلولة حول الفائدة البسيطة

تمارين متنوعة حول الفائدة البسيطة والجملة:

تمرين: وظفت شركة مجموعة من المبالغ تتبع متتالية حسابية مجموعها 93000 دج وأساسها 3000 دج، وقد كانت قيمة المبلغ الأول 8000دج.

المطلوب:

أحسب عدد المبالغ الموظفة؟

أحسب قيمة كل مبلغ؟

إذا علمت أن المبالغ وظفت بمعدل فائدة بسيط سنوي 7% ولمدة سنة، أحسب الفائدة المحققة بطريقة النمر والقاسم؟

الحل:

بما أن المبالغ تتبع متتالية حسابية، حدها الأول دج$C_1 = 8000$، ومجموع حدودها هو: دج 93000، وأساسها هودج$r = 3000$.

فعبارة الحد الهام تكتب بالطريقة التالية:

$$C_n = C_1 + (n-1) \cdot r = 8000 + (n-1) \cdot 3000 = 8000 + 3000n - 3000$$

$$C_n == 5000 + 3000 \cdot n$$

ومجموع حدود متتالية حسابية هو:

$$S = \frac{n}{2}(C_1 + C_n) \rightarrow 93000 = \frac{\text{n}}{2}\left(8000 + (5000 + 3000 \cdot n)\right)$$

$$S = \frac{n}{2}(C_1 + C_n) \rightarrow 93000 = \frac{\text{n}}{2}\left(8000 + (5000 + 3000 \cdot n)\right)$$

,k

تمرين: تم توظيف أربع مبالغ تشكل فيما بينها متتالية حسابية، حيث بلغ المبلغ الأول 24000 دج ، ومجموع هذه المبالغ هو 168000 دج، وقد وظفت بنفس المعدل.

المطلوب:

أوجد قيمة كل مبلغ؟

- أحسب مدة توظيف المبلغ الأول إذا علمت أن المبلغ الأول الثاني يحققان نفس الفائدة ، مدة المبلغ الثاني تزيد عن الأول بـ: 20 يومًا؟

-إذا علمت أن توظيف المبالغ تم بمعدلات مختلفة (t_1, t_2, t_3, t_4)،تتبع متتالية هندسية بلغ مجموعها:

$(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 3 \cdot 75\%)$ أو أن المبلغ الأول تم توظيفه بمعدل $t_1 = 2\%$، فأوجد هذه المعدلات واحسب الفائدة الاجمالية المحققة من توظيف هذه المبالغ؟

- أحسب الفوائد المحققة إذا علمت أن $I_1 = I_2$، وأن مدة توظيف المبلغ الثاني تزيد عن مدة توظيف المبلغ الأول بـ: 20 يومًا، ثم أوجد مدة توظيف المبلغ الثالث والمبلغ الرابع إذا علمت أن مجموع الفوائد هو: $(I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 300)$ وأن $(I_4 = \frac{5}{9} \cdot I_3)$

الحل: إيجاد قيمة كل مبلغ:

بما أن المبالغ تتبع متتالية حسابية فحدها العام هو: $c_n = c_1 + (n-1)r$ ومنه:

$$c_4 = c_1 + 3r \text{ ،} c_3 = c_1 + 2r \text{ ،} c_2 = c_1 + r$$

$c_2 = 24000 + r$ ، $c_3 = 24000 + 2r$ ، $c_4 = 24000 + 3r$

ولدينا مجموع المبالغ هو: $c_1 + c_2 + c_3 + c_4 = 168000 \cdots\cdots (01)$

بالتعويض في (01) نجد: $c_1 + c_1 + r + c_1 + 2r + c_1 + 3r = 168000 \cdots\cdots (01)$

$$4c_1 + 6r = 168000 \cdots\cdots (01)$$

ومنه: دج 12000= $\frac{168000-4\times24000}{6} = \frac{168000-4c_1}{6} = r$ ومنه تظهر قيمة المبالغ كما يلي:

$c_2 = 24000 + 12000 = 36000$دج ، $c_3 = 24000 + 14000 = 38000$دج

$c_4 = 24000 + 36000 = 60000$دج

حساب مدة توظيف الأول: لدينا : $t_1 + t_2 + t_3 + t_4 = 3 \cdot 75\% \cdots\cdots (02)$

وبما أن المعدلات تتبع متتالية هندسية فأن: $t_n = t_1 \times r$، أي: $t_2 = t_1 r = 2r$، $t_3 = t_1\, r^2$،

$t_4 = t_1 r^3$ ، بالتعويض في (02) نجد:

$$t_1 + t_1 r + t_1 r^2 + t_1 r^3 = 3 \cdot 75\% \cdots\cdots (02)$$

$$2 + 2r + 2r^2 + 2r^3 = 3 \cdot 75\% \cdots\cdots (02)$$

$2r + 2r^2 + 2r^3 - 1 \cdot 75 = 0 \cdots\cdots (02)$ هناك بقية في الحل

بعد حل المعادلة نجد: $r = \frac{1}{2}$ بالتعويض نجد: $t_1 = 2\%$، $t_2 = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1\%$، $t_3 = 2\left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0 \cdot 5\%$،

$$t_4 = 2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 0 \cdot 25\%$$

$(I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 300)$ وأن $(I_4 = \frac{5}{9} \cdot I_3)$

* مدة توظيف المبلغ الأول والثاني:

$$I_1 = I_2 \rightarrow C_1 \times \frac{t_1}{100} \times \frac{n_1}{360} = c_2 \times \frac{t_2}{100} \times \frac{n_2}{360} \rightarrow 24000 \times \frac{2}{100} \times \frac{n_1}{360} = 36000 \times \frac{1}{100} \times \frac{(n_1+20)}{360}$$

$$\rightarrow 24 \times 2 \times n_1 = 36(n_1 + 20) \rightarrow 48n_1 = 36n_1 + 720 \rightarrow 48n_1 - 36n_1 = 720$$

$$\rightarrow 12n_1 = 720 \rightarrow n_1 = \frac{720}{12} = 60$$ يوما

ومنه: $n_2 = n_1 + 20 = 60 + 20 = 80$ يوم

وعليه: $I_1 = I_2 \to 24000 \times \frac{2}{100} \times \frac{60}{360} = 36000 \times \frac{1}{100} \times \frac{80}{360} = 80$ دج

إيجاد مدة توظيف المبلغ الثالث والرابع:

لدينا: $I_1 + I_2 + I_3 + I_4 = 300$ و $I_4 = \frac{5}{9} \cdot I_3$ بالتعويض نجد:

$$80 + 80 + I_3 + \frac{5}{9} \cdot I_3 = 300 \to 300 - 160 = \frac{9I_3 + 5I_3}{9} \to 140 \times 9 = 14 \times I_3$$

$$80 + 80 + I_3 + \frac{5}{9} \cdot I_3 = 300 \to 300 - 160 = \frac{9I_3 + 5I_3}{9} \to 140 \times 9 = 14 \times I_3$$

ومنه: $I_3 = \frac{140 \times 9}{14} = 90$ دج، $I_4 = \frac{5}{9} \times 90 = 50$ دج

ومنه يمكن حساب مدة توظيف المبلغ الثالث والرابع كما يلي:

$$I_3 = C_3 \times \frac{t_3}{100} \times \frac{n_3}{360} = 48000 \times \frac{0.5}{100} \times \frac{n_3}{360} \to 90 = \frac{24000 n_3}{36000} \to 36000 \times 90 = 24000 n_3$$

$$n_3 = \frac{36000 \times 90}{24000} = 135 \text{ يوم}$$

بالتعويض نجد مدة المبلغ الرابع وهي:

$$I_4 = 50 \to 50 = 60000 \times \frac{0.25}{100} \times \frac{n_4}{360} \to 36000 \times 50 = 15000 \times n_4 \to n_4 = \frac{36000 \times 50}{15000} = 120 \text{ يوم}$$

تمرين: وظف شخص مبالغ مالية في بنك، تتبع متتالية حسابية ، حيث بلغ المبلغ الأول 8000 دج ومجموعها 93000 دج، وأساسها 3000 دج.

أحسب عدد المبالغ الموظفة؟ واستنتج قيمة كل مبلغ؟

- إذا علمت أن المبلغ الأول وظف لمدة 65 يوم والمبلغ الثاني وظف لمدة 3 أشهر، و المبلغ الثالث وظف لمدة سنتين ونصف (2.5) بمعدل سنوي 6%، أحس الفائدة المحققة والجملة المحققة من كل مبلغ؟

الحل:

حساب قيمة كل مبلغ: نرمز للمبالغ كما يلي: $c_1, c_2, c_3 \cdots\cdots\cdots c_n$ وبما أنها تتبع متتالية حسابية فمجموعها من هو:

$$S = \frac{n}{2}(C_1 + C_n) \to 93000 = \frac{n}{2}(c_1 + c_1 + (n-1)r)$$

$$\to 93000 = \frac{n}{2}(8000 + 8000 + (n-1)r) \to 93000 = \frac{n}{2}(16000 + nr - r)$$

$$\to 93000 = \frac{n}{2}(16000 + 3000n - 3000) \to 93000 = \frac{n}{2}(13000 + 3000n)$$

$$\to 93000 = \frac{n}{2}(13000 + 3000n) \to 93000 = 6500n + 1500n^2$$

$$1500n^2 + 6500n - 93000 = 0$$

$$15n^2 + 65n - 930 = 0$$

هذه المعادلة تفتح بالمميز $\Delta = b^2 - 4ab$ ومنه: $\Delta = 65^2 - 4 \times 15 \times (-930) = 60025 = (245)^2$

$$n_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-65 - 245}{2 \times 15} \cdots\cdots$$ مرفوض

$$n_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-65 + 245}{2 \times 15} = 6$$

عدد المبالغ الموظف هو ستة مبالغ وهي كما يلي: $c_1 = 888$ دج، $c_2 = 8000 + 3000 = 11000$ دج، $c_3 = 8000 + 6000 = 14000$ دج، $c_4 = 8000 + 9000 = 17000$ دج، $c_5 = 8000 + 12000 = 20000$ دج، $c_6 = 8000 + 15000 = 23000$ دج.

حساب الفوائد والجملة المحققة للمبالغ الثلاث الأولى والتي وظفت بعدل سنوي 6% :

فائدة المبلغ الأول: $I_1 = c_1 \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360} = 8000 \times \frac{6}{100} \times \frac{65}{360} = 86 \cdot 67$ دج

فائدة المبلغ الثاني: $I_2 = c_2 \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360} = 11000 \times \frac{6}{100} \times \frac{3}{12} = 165$ دج

فائدة المبلغ الثالث: $I_3 = c_3 \times \frac{t}{100} \times n = 14000 \times \frac{6}{100} \times 2 \cdot 5 = 842 \cdot 5$ دج

عدد الايام التي وظفت بها المبلغين 17000 دج و20000 دج لتحقق جملة قدرها 17425 دج ، 20250 دج على التوالي بمعدل فائدة 5%.

$$V = c_4 + I_4 = c_4 + c_4 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_4}{360} = 17000 + 17000 \times \frac{5}{100} \times \frac{n_4}{360}$$

$$17425 = 17000 + 17000 \times \frac{5}{100} \times \frac{n_4}{360} \to 17425 - 17000 = \frac{85000n_4}{36000}$$

$$\to 17425 = 17000 + 17000 \times \frac{5}{100} \times \frac{n_4}{360} \to 17425 - 17000 = \frac{85000n_4}{36000}$$

$$\to 425 = \frac{85000n_4}{36000} \to 36000 \times 425 = 85000n_4$$

$$\rightarrow n_4 = \frac{36000 \times 425}{85000} = 180 \text{ يوم}$$

وظف المبلغ الرابع لمدة 180 يوم.

مدة المبلغ الخامس:

$$V = c_5 + I_5 = c_5 + c_5 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_5}{360} = 20000 + 20000 \times \frac{5}{100} \times \frac{n_5}{360}$$

$$20250 = 20000 + 20000 \times \frac{5}{100} \times \frac{n_5}{360} \rightarrow 20250 - 20000 = \frac{100000n_5}{36000}$$

$$\rightarrow 250 = \frac{100000n_5}{36000} \rightarrow 36000 \times 250 = 100000n_5$$

$$\rightarrow n_5 = \frac{36000 \times 250}{100000} = 90 \text{ يوم}$$

المبلغ الخامس وظف بمدة 90 يوما.

عدد الأيام التي وظف بها المبلغ السادس حيث حقق فائدة قدرها 230دج بمعدل 3%

فائدة المبلغ الثالث: $I_6 = c_6 \times \frac{t}{100} \times \frac{n}{360} = 23000 \times \frac{3}{100} \times \frac{n_5}{360} \rightarrow 230 = \frac{69000n_6}{36000}$

ومنه يوم $n_6 = \frac{230 \times 36000}{69000} = 120$

المبلغ السادس وظف 120 يوم.

ثانيا: تمارين حول الخصم التجاري والقيمة الحالية

التمرين الأول (01): إشترى شخص ثلاجة بقيمة 1150 دج، ولكن اتفق مع البائع على دفع 300 دج فقط، وتحرير كمبيالة بباقي الثمن تستحق بعد 200 يوما من تاريخ الشراء، بحيث لو خصمها البائع في يوم تحريرها بمعدل 9% سنويا، لحصل على باقي الثمن.

المطلوب: أحسب قيمة الإسمية للكمبيالة؟

التمرين الثاني (02): تاجر مدين بالأوراق التجارية التالية:

- **الكمبيالة (01):** قيمتها الإسمية 2000 دج تستحق في 30 جوان 2008؛
- **الكمبيالة (02):** قيمتها الإسمية 4000 دج تستحق في 31 ماي 2008؛
- **الكمبيالة (03):** قيمتها الإسمية 6000 دج تستحق في 21 أفريل 2008؛
- **الكمبيالة (04):** قيمتها الإسمية 8000 دج تستحق في 01 أفريل 2008؛

وفي 02 جانفي 2008 إتفق المدين مع الدائن أن يدفع مبلغًا 19610 دج سداد للديون الأربعة.

المطلوب: أحسب معدل الخصم الذي استخدم في تسوية هذه الكمبيالات؟

التمرين الثالث (03): ورقة تجارية قيمتها الإسمية 3846 دج، خضعت للخصم في 11 مارس لمدة 50 يوم، إذا كان الفرق بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي يساوي 0.15 .

المطلوب: أحسب معدل الخصم؟

التمرين الرابع (04): اتفق مدين مع دائنه أن يسدد له مبلغ الدين المقدر بـ: 17887 دج بمعدل 4.5% بالطريقة التالية:

- تسديد فوري لمبلغ 4000 دج، والمبلغ المتبقي يكون خلال 18 دفعة شهرية، بحيث لكل دفعة نفس القيمة الإسمية.

المطلوب: أحسب القيمة الاسمية للدفعة؟

التمرين الخامس (05): في 31 مارس خصمت ثلاثة أوراق تجارية وكانت القيمة الإسمية لكل سند 6600؛ أي (V_{n3}=V_{n1}=V_{n2}=6600)، خصمت هذه السندات بمعدل (t=4%)، فكانت مجموع الخصوم التجارية 132؛ أي (E_{C1}+E_{C2}+E_{C3}=132).

المطلوب:

1- أحس تاريخ استحقاق السند الثالث بافتراض أن الورقة الأولى تستحق في 30 أفريل، والخصم التجاري للورقة الثالثة (E_{C3}=44dn)؟

التمرين السادس (06): في تاريخ 18 ماي قدمت ثلاثة أوراق تجارية للخصم بمعدل 4% وكانت قيمهما الإسمية (V_{n2},V_{n1},V_{n3}) تشكل متتالية حسابية،بافتراض أن هذه الأوراق تستحق بعد 36 يومًا؛ أي بنفس المدة، وأنّ مجموع قيمها الحالية بلغ 17928 دج

1- أحسب القيمة الأسمية لكل ورقة علمًا أن الأولى كانت قيمتها 7000 دج ؟

التمرين السابع (07): في تاريخ 04/30 خصمت ثلاث أوراق تجارية بمعدل 12%، فبلغ مجموع قيمهم الإسمية () 19800 دج، أما مجموع الخصوم التجارية يساوي 430.5 دج.

المطلوب:

- إذا كان خصم الورقة الثانية يبلغ 156 دج، وأن خصم الورقة الأولى والثانية يتناسبان والمقدار 4/3 ، فأحسب خصم الورقة الأولى، والثالثة؟
- بافتراض أن استحقاق الورقة الأولى يأتي في 29 جوان واستحقاق الورقة الثالثة ياتي في 09 جويلية، أحسب القيمة الإسمية لكل ورقة، وكذا استحقاق الورقة الثانية؟

"تمارين ممارسة الخصم "AGIO""

التمرين الثامن (08):بتاريخ 2011/04/17 تم خصم ورقة تجارية بمعدل 3% فكان خصمها التجاري يساوي 24 دج، فإذا علمت أنّ قيمتها الإسمية 2400 دج.

المطلوب:

1- أحسب المبلغ الإجمالي للآجيو إذا كان:

- معدل العمولة 0.2 %
- مصاريف التحصيل 0.1 و5 دج كحد أدنى

2- أحسب صافي ما يتحصل عليه صاحب الورقة التجارية؟

التمرين التاسع (09): في 2011/06/01 خصمت ورقة تجارية قيمتها الإسمية 54000 دج، تستحق في 2011/07/11 بمعدل خصم 8%، وكانت مصاريف الخصم كالتالي:عمولة التظهير 2%، عمولة القبول 45 دج عن كل سند، عمولة متناسبة 2‰ عن كل سند، معدل الرسم على القيمة المضافة (TVA) 10%.

المطلوب:

1- أحسب صافي ما يحصل عليه الشخص؟

التمرين العاشر (10): قدمت ورقة تجارية للخصم وفق الشروط التالية:

تاريخ الخصم N/05/10، تاريخ الإستحقاق 06/15/ N، معدل الخصم 6%، الخصم التجاري 216 دج، عمولة التظهير 1.5%، عمولة القبول 40 دج، عمولة اشتغال 3‰، وحدها الأدنى 110 دج، الرسم الضريبي (TVA) 17%.

المطلوب:

- أحسب صافي ما يحصل عليه الشخص؟

حلول التمارين الخصم التجاري والقيمة الحالية:

الحل التمرين الأول: لدينا ثمن الشراء = 1150 دج، الثمن المدفوع = 300 دج

قيمة الورقة (Vn) + 300= 1150 دج، استحقت بعد 200 يوم وخصمت بعدا فائدة (t=9%)

والمبلغ المسدد فورًا (300- 1150 = 850 دج، وهي تمثل (Va = 850دج)

$$\boldsymbol{v_a = v_n - e = v_n\left(1 - t \times \frac{n}{360}\right)}$$

$$850 = v_n\left(1 - \frac{0,09 \times 200}{360}\right)$$

$$V_n = 1 - \frac{0,09 \times 200}{360}$$

$$V_n = 894 \cdot 74$$

التمرين الثاني (02): تاجر مدين بالأوراق التجارية التالية:

- **الكمبيالة (01):** قيمتها الإسمية 2000 دج تستحق في 30 جوان 2008؛
- **الكمبيالة (02):** قيمتها الإسمية 4000 دج تستحق في 31 ماي 2008؛
- **الكمبيالة (03):** قيمتها الإسمية 6000 دج تستحق في 21 أفريل 2008؛
- **الكمبيالة (04):** قيمتها الإسمية 8000 دج تستحق في 01 أفريل 2008؛

وفي 02 جانفي 2008 إتفق المدين مع الدائن أن يدفع مبلغًا 19610 دج سداد للديون الأربعة.

المطلوب: أحسب معدل الخصم الذي استخدم في تسوية هذه الكمبيالات؟

الحل: إيجاد معدل الخصم الذي استخدم في تسوية الكمبيالات:

- حساب مدة خصم الأوراق: 2008 /4= 502 سنة كبيسة ، فيفري يحوي على 29 يوم
- الورقة الأولى: من 2008/01/02 إلى 30 جوان 2008

$$n_1 = 29 + 29 + 31 + 30 + 31 = 150$$

- الورقة الثانية: من 2008/01/02 إلى 31 ماي 2008

$$n_2 = 29 + 29 + 31 + 30 + 31 = 150$$

- الورقة الثالثة: من 2008/01/02 إلى 21 أفريل 2008

$$n_3 = 29 + 29 + 31 + 21 = 110$$

- الورقة الرابعة: من 2008/01/02 إلى 01 أفريل 2008

$$n_4 = 29 + 29 + 31 + 1 = 90$$

في جانفي 2008 عبارة عن تاريخ الخصم اتفق المدين مع الدائن أن يدفع مبلغ 19610 دج سدادا للديون الأربعة.

فمجموع الدين هو:

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 = 2000 + 4000 + 6000 + 8000 = 20000 \text{ دج}$$

في حالة سداد الديون تنتج قيمة حالية دج$\sum V_a = 19610$

$$\sum V_n = \sum V_a - \sum E_c$$

$$\sum E_c = \sum V_n - \sum V_a = 20000 - 19610 = 390 \text{دج}$$

$$\sum E_c = e_1 + e_2 + e_3 + E_4 = 390$$

$$e_1 = V_1 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_1}{360} = 2000 \times \frac{t}{100} \times \frac{180}{360} = 10t$$

$$e_2 = V_2 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_2}{360} = 4000 \times \frac{t}{100} \times \frac{150}{360} = \frac{50}{3}t$$

$$e_3 = V_3 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_3}{360} = 6000 \times \frac{t}{100} \times \frac{110}{360} = \frac{110}{6}t$$

$$e_4 = V_4 \times \frac{t}{100} \times \frac{n_4}{360} = 8000 \times \frac{t}{100} \times \frac{90}{360} = 20t$$

$$390 = 10t + \frac{50}{3}t + \frac{55}{3}t + 20t$$

$$390 = \frac{30t + 50t + 55t + 60t}{3} = \frac{195}{3}t = 390$$

$$1170 = 175t \rightarrow t = \frac{1170}{175}$$

$$t = \frac{390 \cdot 3}{195} = 6\%$$

حل التمرين الثالث:

حساب معدل الخصم t:

$$D = \frac{V_n \times t \times n}{360 + t \times n} \times t \times \frac{n}{360} = 0 \cdot 15$$

$$D=\frac{3846\times t\times 50}{360+t\times 50}\times t\times\frac{50}{360}=0\cdot 15$$

$$26708\cdot 33t^2-54-7\cdot 5t=0$$

$$26708\cdot 33t^2-7\cdot 5t-54=0$$

$$\Delta=(-7\cdot 5)^2-4\times 26708\cdot 33\times 54=(2401\cdot 88)^2$$

$t_1=\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-7\cdot5-2401\cdot88}{2(26708\cdot33)}$ مرفوض

$$t_2=\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}=\frac{-7\cdot 5+2401\cdot 88}{2(26708\cdot 33)}=\frac{2409\cdot 38}{53416\cdot 66}=0\cdot 045=4\cdot 5\%$$

وعليه فمعدل الخصم هو: $t=4\cdot 5\%$

حل التمرين الرابع:

حساب القيمة الإسمية للدفعة :

المبلغ المتبقي من قيمة الدين بعد دفع مبلغ 4000 دج هو 13887 دج وعليه يعتبر هذا الأخير الأساس الذي نحسب من خلاله قيمة القسط الشهري (17887-4000=13887 دج.

فمبلغ 13887 يعبر عن الفيمة الحالية لمجموع القيم الحالية للأقساط 18 ونعبر عن ذلك رياضيًا ب:

$$\mathrm{V_a}=\sum V_{\mathrm{n}}-\sum \mathrm{E_c}$$

$$13887=\left[V_{n_1}-\left(V_{n_1}\times\frac{4\cdot 5}{100}\times\frac{1}{12}\right)\right]+V_{n_2}-\left(V_{n_2}\times\frac{4\cdot 5}{100}\times\frac{2}{12}\right)\pm\cdots V_{n_{18}}-\left(V_{n_{18}}\times\frac{4\cdot 5}{100}\times\frac{18}{12}\right)$$

لكن: $V_1=\mathrm{V_2}\cdots\cdots\cdots \mathrm{V_{18}}=\mathrm{V_n}$

$$13887=18V_n$$

$$13887 = \left[V_n - \left(V_n \times \frac{4 \cdot 5}{100} \times \frac{1}{12}\right)\right] + \left[V_n - \left(V_n \times \frac{4 \cdot 5}{100} \times \frac{2}{12}\right)\right] + \cdots\cdots + V_n - \left(V_n \times \frac{4 \cdot 5}{100} \times \frac{18}{12}\right)$$

$$13887 = 18V_n - \left(V_n \times \frac{4 \cdot 5}{100}\right) \times \frac{1 + 2 + 3 + \cdots\cdots + 18}{12}$$

$$13887 = 18V_n - (0 \cdot 0045V_n) \times 14 \cdot 25$$

$$13887 = 18V_n - 0 \cdot 64125V_n = 17 \cdot 35875$$

$$V_n = \frac{13887}{17 \cdot 35875} = 800$$

وعليه فالقيمة الإسمية لكل قسط هي: 800 دج

حل التمرين الخامس:

حساب تاريخ استحقاق الورقة التجارية: $E_C = V_n \times t \times \frac{n}{360}$

$$24 = 2400 \times \frac{3}{100} \times \frac{n}{360}$$

$$24 = o \cdot 2n \rightarrow n = \frac{24}{0 \cdot 2} = 120 \text{ يوم}$$

لحساب 120 يوم ابتداء من تاريخ 17/04/ 2009 نجد تاريخ الاستحقاق هو 15 أوت 2011

n = 13 /أفريل + 31/ماي + 30 /جوان + 31/جويلية + 15/أوت = 120

حساب الآجيو:

الآجيو= الخصم التجاري + العمولة + مصاريف التحصيل

العمولة = 100/0،2 ×(2400) = 100/480 = 4.8 دج

مصاريف التحصيل = 100/0.1 (2400) = 2.4 دج وهي أقل من الحد الأدنى 5 دج إذن تأخذ وتحسب.

إذا كانت أكبر تؤخذ القيمة المحسوبة. ومنه الآجيو = 24 +4.8 + 5 = 33 دج

حساب صافي ما يتحصل عليه التاجر: يتحصل التاجر على القيمة الحالية للورقة التجارية، وذلك بعد خصم قيمة الآجيو من القيمة الإسمية لها.

$$V_a = V_n - \text{الآجيو} = 2400 - 33 \cdot 8 = 2366 \cdot 2$$

إذن صافي ما يتحصل عليه التاجر هو: 2366,2= V_a وهو ما يتحصل عليه الشخص.

ثالثا : تمارين حول استبدال وتكافؤ الأوراق التجارية

التمرين الأول (01): بتاريخ 11 مارس 2011 اتفق أحد التجار مع مرده على **استبدال** ورقة تجارية قيمتها الإسمية 54400 دج، تستحق في 31 مارس 2011، بورقة أخرى تستحق بعد 60 يومًا من **تاريخ الاستبدال**.

المطلوب: إذا علمت أنّ معدل الخصم 5%، أحسب القيمة الإسمية للورقة التجارية الجديدة؟

التمرين الثاني (02): شخص مدين بالأوراق التجارية (الكمبيالات) التالية:

- **الورقة الأولى (01):** قيمتها الإسمية 4000 دج تستحق بعد 3 أشهر؛
- **الورقة الثانية (02):** قيمتها الإسمية 6000 دج تستحق بعد 5 أشهر؛
- **الورقة الثالثة (03):** قيمتها الإسمية 1200 دج تستحق بعد 8 أشهر؛

وقد إتفق مع الدائن على تسوية هذه الديون على النحو التالي: يدفع له نقدًا مبلغ 3725 دج، ويحرر له ثلاث كمبيالات لكل منها نفس القيمة الإسمية، وتستحق بعد 2، 4، 6 أشهر على التوالي.

المطلوب: أوجد القيم الإسمية للكمبيالات الثلاثة الجديدة إذا كان معدل الخصم 5%؟ (تأخذ جميع الأرقام وراء الفاصلة).

التمرين الثالث (03): إشترى تاجر بضاعة في أول مارس 2011، وحرَّر بالثمن كمبيالة قيمتها الإسمية 6047 دج، وتستحق السداد بعد 3 أشهر، وفي **15 أفريل 2011 اتفق المورد على استبدال الدين القديم** بالطريقة التالية:

- يدفع نقدًا مبلغ 1800 دج فورًا؛

- تحرير سند إذني قيمته الإسمية 2010 دج تستحق في 15 ماي 2011؛

- تحرير كمبيالة تستحق في 14 جوان 2011، بقيمة المبلغ المتبقي.

المطلوب: ما هو المبلغ المدوَّن في الكمبيالة الأخيرة، إذا كان معدل الخصم 6%؟

التمرين الرابع (04): بتاريخ 17/04/ 2011 قدمت لأحد البنوك الأوراق الجارية التالية:

- **الورقة الأولى (01):** قيمتها الإسمية 1608 دج تستحق بعد 30 يوم؛
- **الورقة الثانية (02):** قيمتها الإسمية 1613.45 دج تستحق بعد 50 يوم؛
- **الورقة الثالثة (03):** قيمتها الإسمية 1627.19 دج تستحق بعد n ؛

فقدم البنك قيمة حالية متساوية عن كل ورقة

المطلوب:

1- أحسب معدل الخصم؟
2- أحسب مدة استحقاق الورقة الثالثة؟
3- ما هو التاريخ الذي يمكن فيه تعويض الأوراق السابقة بورقة جديدة قيمتها الإسمية هي مجموع القيم الإسمية الثلاث؟

التمرين الخامس (05): بتاريخ 01 مارس 2011 كان بين متعاملين ثلاثة أوراق تجارية هي:

- **الورقة الأولى (01):** قيمتها الإسمية 1200 دج تستحق في 10 افريل؛
- **الورقة الثانية (02):** قيمتها الإسمية 5400 دج تستحق في 20 أفريل؛
- **الورقة الثالثة (03):** قيمتها الإسمية 1627.19 دج تستحق في 10 ماي.

1- اتفق المدين مع الدائن على تعويض الورقتين الأولى الثانية بورقة جديدة تستحق في 30 أفريل.

المطلوب: ماهي القيمة الإسمية للورقة الجديدة إذا كان معدل الخصم 6%؟

2- ما اتفق المدين مع الدائن على تعويض الورقة الثالثة بورقتين تجاريتين تستحقان في 20 أفريل و9 جوان على التوالي، حيث مجموع قيمهما الإسمية يساوي 10000 دج

المطلوب: أحسب القيم الإسمية للورقتين الجديدتين؟

التمرين السادس (06): ورقتان تجاريتان مجموع قيمهما الإسمية 48800 دج ومجموع خصميهما 305 دج، إذا علمت أن مدة الاستحقاق المتوسط هو 45 يوما.

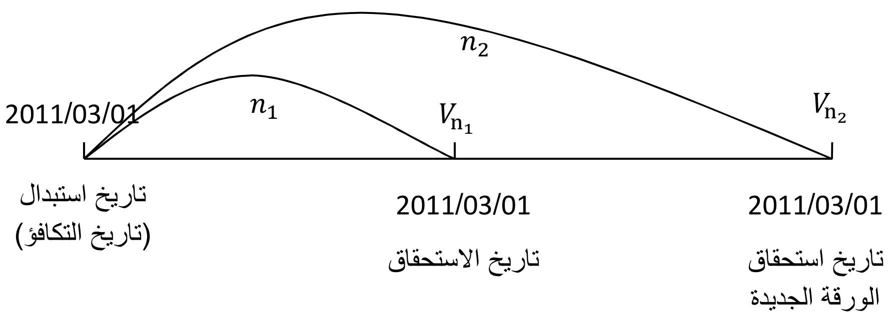
المطلوب:

1- أحسب معدل الخصم؟
2-إذا كانت القيمة الإسمية للورقة الأولى 36600 دج تستحق بعد شهر، أحسب مدة إستحقاق الورقة الثانية؟

حلول تمارين استبدال الأوراق التجارية

حل التمرين الأول:

- حساب القيمة الإسمية للورقة التجارية الجديدة:



مدة الورقة الثانية 60 يوم = 10/ماي + 30/ أفريل + (31-11)، ومدة الورقة الثانية (31-11)/مارس وهي 20 يوما، أي أنّ $n_1 = 60$ يوم، $n_2 = 20$

في تاريخ التكافؤ أو تاريخ الاستبدال $a_1 = V_{a_2}$

وتحسب القيمة الإسمية للورقة التجارية الجديدة بطريقتين هما:

الطريقة الأولى

$$V_{a_1} = V_{a_2} \to V_{n_1}\left(1-\frac{t\times n_1}{360}\right) = V_{n_2}\left(1-t\times\frac{n_2}{360}\right)$$

$$\to 54400\left(1-\frac{20}{360}\times 0\cdot 05\right) = V_{n_2}\left(1-0\cdot 05\times\frac{60}{360}\right)$$

$$V_{n_2} = 54400(0\cdot 997) = V_{n_1}\times 0\cdot 99$$

$$V_{n_2}=\frac{54400(0\cdot997)}{0\cdot99}$$

$$V_{n_2}=54784\cdot65$$

الطريقة الثانية: $\frac{V_{n_1}}{V_{n_2}}=\frac{\left(1-t\times\frac{n_2}{360}\right)}{\left(1-t\times\frac{n_1}{360}\right)}$

$$\frac{54400}{V_{n_2}}=\frac{\left(1-\frac{0\cdot05\times60}{360}\right)}{\left(1-\frac{0\cdot05\times20}{360}\right)}$$

$$\rightarrow\frac{54400}{V_{n_2}}=\frac{0\cdot99}{0\cdot997}$$

$$V_{n_2}\times0\cdot99=54400\times0\cdot997$$

$$V_{n_2}=\frac{54400\times0\cdot99}{0\cdot99}=54784\cdot65\text{دج}$$

حل التمرين الثاني (02):

- إيجاد القيمة الإسمية للكمبيالات الثلاثة الجديدة إذا كان معدل الخصم 5%:

عند تاريخ التكافؤ: القيمة الحالية للأوراق القديمة = القيمة الحالية للاوراق الجديدة

أي أن: $\boldsymbol{V_a=V_{a_1}+V_{a_2}+V_{a_3}}$

حيث $\mathbf{V_a}$ القيمة الحالية للأوراق القديمة وهي تحسب على الشكل التالي:

$$V_a=V_{n_1}\left(1-\frac{t\times n_1}{12}\right)+V_{n_2}\left(1-\frac{t\times n_2}{12}\right)+V_{n_3}\left(1-\frac{t\times n_3}{12}\right)$$

$$=4000\left(1-\frac{0\cdot05\times3}{12}\right)+6000\left(1-\frac{0\cdot05\times5}{12}\right)+1200\left(1-\frac{0\cdot05\times8}{12}\right)$$

$$=3950+5875+11600=21425\text{ دج}$$

عند الاتفاق ودفع المبلغ الفوري تصبح: القيمة الحالية للأوراق الجديدة = المبلغ المدفوع فوريًا + القيمة الحالية للأوراق الجديدة

$$V_a = 3725 + V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3}$$

$$V_a = 3725 + V_{n_1}\left(1 - \frac{t \times n_1}{12}\right) + V_{n_2}\left(1 - \frac{t \times n_2}{12}\right) + V_{n_3}\left(1 - \frac{t \times n_3}{12}\right)$$

لكن القيم الإسمية للأوراق متساوية $V_n = V_{n_1} = V_{n_2} = V_{n_3}$

ومنه :

$$V_a = 3725 + V_n\left(1 - \frac{t \times n_1}{12}\right) + V_n\left(1 - \frac{t \times n_2}{12}\right) + V_n\left(1 - \frac{t \times n_3}{12}\right)$$

$$V_a = 3725 + V_{n_1}[(1 - (0 \cdot 05 \times 2)/12) + (1 - (0 \cdot 05 \times 4)/12) + (1 - (0 \cdot 05 \times 6)/12)]$$

$$V_a = 3725 + V_n[0 \cdot 99 + 0 \cdot 98 + 0 \cdot 975] = 2 \cdot 93 V_n + 3725$$

بالتعويض نجد: $21425 = V_n(2 \cdot 95) + 3725$

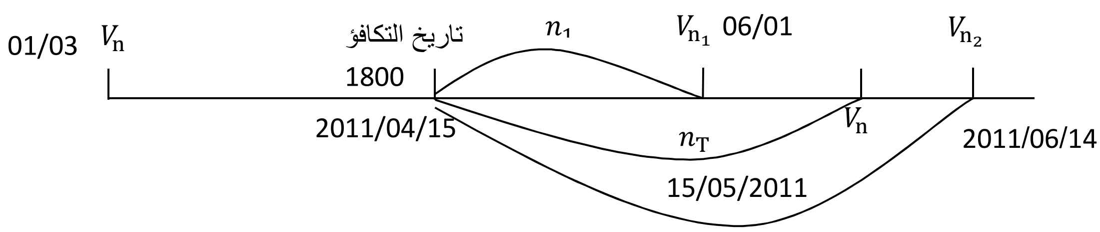
ومنه: $V_n = \frac{21425 - 3725}{2 \cdot 95} = 6000$ دج

حل التمرين الثالث (03):

-حساب المبلغ المدون في الكمبيالة الأخيرة إذا كان معدل الخصم هو 6%:

تاريخ الشراء = تاريخ الخصم = 2011/03/01

تستحق بعد ثلاثة (03)أشهر $V_n = 6047$، تاريخ التكافؤ (تاريخ الاستبدال) هو: 15 أفريل 2011



n_2

القيمة الحالية للورقة القديمة = القيمة الحالية للأوراق الجديدة

$$\boldsymbol{V_a} = \sum \mathbf{V_{a_I}}$$

حساب مدة الأوراق: الورقة القديمة قيمتها الاسمية $\boldsymbol{n_n}$

$$n = \underset{\text{مارس}}{\frac{31-30}{}} + \underset{\text{أفريل}}{\frac{15}{}} += 15 + 30 = 45 \text{ يوما}$$

المدة تحسب ابتداء من تاريخ التكافؤ: وتكون مدة الورقة الأولى والثانية كما يلي:

$$n_1 = \underset{\text{أفريل}}{\frac{30-15}{}} + \underset{\text{ماي}}{\frac{31}{}} + \underset{\text{جوان}}{\frac{1}{}} = 47 \text{ يوما}$$

$$n_2 = \underset{\text{أفريل}}{\frac{30-15}{}} + \underset{\text{ماي}}{\frac{31}{}} + \underset{\text{جوان}}{\frac{14}{}} = 60 \text{ يوما}$$

لدينا: $\mathrm{V_a} = V_n\left(1 - \frac{t \times n}{36000}\right) = 6047\left(1 - \frac{0\cdot06 \times 45}{360}\right) = 5999\cdot 63$

$$V_a = 6000 \text{دج}$$

ولدينا: $\sum \mathrm{V_{a_i}} = 1800 + V_{n_1}\left(1 - \frac{t \times n_1}{360}\right) + V_{n_2}\left(1 - \frac{t \times n_2}{360}\right)$

ولدينا: $\sum \mathrm{V_{a_i}} = 1800 + 2100\left(1 - \frac{0\cdot06 \times 30}{360}\right) + V_{n_2}\left(1 - \frac{0\cdot06 \times 30}{360}\right)$

ولدينا: $\sum \mathrm{V_{a_i}} = 1800 + 2000 + 0 \cdot 99 V_{n_2}$

ولدينا: $\sum \mathrm{V_{a_i}} = 3800 + 0 \cdot 99 V_{n_2}$

$$V_{a_i} = 6000 \text{دج}$$

وهي تمثل القيمة الاسمية للكمبيالة الجديدة 2222 دج.

حل التمرين الرابع (04):

حساب معدل الخصم: لدينا:بما أن البنك قدم قيمة حالية متساوية عن كل ورقق معناه:

$$\boldsymbol{V_{a_1}} = \mathbf{V_{a_2}} = \mathrm{V_{a_3}}$$

$$V_{a_1} = V_{a_2} \to V_{n_1}\left(1 - \frac{t \times n_1}{360}\right) = V_{n_2}\left(1 - \frac{t \times n_2}{360}\right)$$

$$\to 1608\left(1 - \frac{t \times 30}{360}\right) = 1613 \cdot 45\left(1 - \frac{t \times 50}{360}\right)$$

$$\to 1608 - \frac{1608 \times t \times 30}{360} = 1613 \cdot 45 - \frac{1613 \cdot 45 \times t \times 50}{360}$$

$$\to 1608 - 1613 \cdot 45 = \frac{1680 \times t \times 50}{360} - \frac{1613 \cdot 45 \times t \times 50}{360}$$

$$\to -5 \cdot 45 = \frac{(-80672 \cdot 5 + 48240) \times t}{360}$$

$$\to -5 \cdot 45 = \frac{-32432 \cdot 5}{360} \times t = 90 \cdot 09t \to t = \frac{5 \cdot 45}{90 \cdot 09}$$

$\to t = 0 \cdot 06$ أي أن معدل الخصم هو: 6%.

حساب مدة استحقاق الورقة الثالثة:

$$V_{a_1} = V_{n_1}\left(1 - \frac{t \times n_1}{360}\right) = 1608\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times 30}{360}\right)$$

$$V_{a_1} = 1599 \cdot 96 \approx 1600 \text{دج}$$

$$V_{a_2} = V_{n_2}\left(1 - \frac{t \times n_2}{360}\right) = 1613 \cdot 45\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times 30}{360}\right)$$

$$V_{a_1} = V_{n_1}\left(1 - \frac{t \times n_1}{360}\right) = 1608\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times 30}{360}\right)$$

$$0 \cdot 99 \times 1613 \cdot 45 = 1600 \text{دج}$$

$$V_{a_1} = V_{a_3}$$

$$1600 = V_{n_3}\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times n}{360}\right) = 1627 \cdot 19\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times n_3}{360}\right)$$

$$1600 = 1627 \cdot 19 - \frac{162719 \times 0 \cdot 06 \times n_3}{360}$$

$$1600 - 1627 \cdot 19 = -\frac{97 \cdot 6314 \times n_3}{360}$$

$$-27 \cdot 19 \times 360 = -97 \cdot 6314$$

$$n_3 = 0 \cdot 27 \times 360 = 100 \text{يوما}$$

التاريخ الذي يمكن تعويض لأوراق السابقة بورقة جديدة قيمتها الاسمية هي مجموع الأوراق الثلاثة:

$$V_t = V_{n_1} + V_{n_2} + V_{n_3} = 1608 + 1613 \cdot 45 + 1627 \cdot 19 = 4848 \cdot 64$$

$$\boldsymbol{V_t = 4848 \cdot 64} \text{ دج}$$

$$V_{a_t} = V_{n_t}\left(1 - \frac{t \times n_t}{360}\right)$$

$$V_{a_1} = V_{n_1}\left(1 - \frac{t}{100} \times \frac{n_1}{360}\right) = 1608\left(1 - 0 \cdot 06 \times \frac{30}{360}\right) = 1600 \text{دج}$$

$$V_{a_2} = V_{n_2}\left(1 - \frac{t}{100} \times \frac{n_2}{360}\right) = 1613 \cdot 45\left(1 - 0 \cdot 06 \times \frac{50}{360}\right) = 1600 \text{دج}$$

$$V_{a_3} = V_{n_3}\left(1 - \frac{t}{100} \times \frac{n_3}{360}\right) = 1627 \cdot 19\left(1 - 0 \cdot 06 \times \frac{100}{360}\right) = 1600 \text{دج}$$

$$V_{a_t} = 1600 \times 3 = 4800 \text{دج}$$

$$V_{a_t} = V_{a_t}\left(1 - \frac{t \times n_t}{360}\right) \to 4800 = 4848 \cdot 64\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times n_t}{360}\right)$$

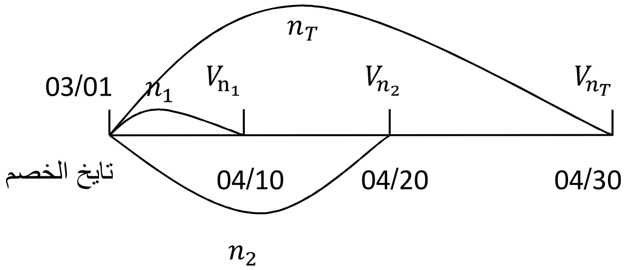
$$\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times n_t}{360}\right) = \frac{4800}{4848 \cdot 64} \to -\frac{0 \cdot 06 \times n}{360} = -0 \cdot 01$$

$$\to 0 \cdot 06 n_t = 0 \cdot 01 \times 360$$

$$n_t = \frac{0 \cdot 01 \times 360}{0 \cdot 06} = \mathbf{60}\ \text{يوما}$$

حل التمرين الخامس (05):

حساب القيمة الإسمية للورقة الجديدة إذا كان معدل الخصم هو 6%:



$$n_T = \underbrace{31-1}_{\text{مارس}} + \underbrace{30}_{\text{أفريل}} = 60\ \text{يوما}$$

$$n_2 = \underbrace{31-1}_{\text{مارس}} + \underbrace{20}_{\text{أفريل}} = 50\ \text{يوما}$$

$$n_1 = \underbrace{31-1}_{\text{مارس}} + \underbrace{10}_{\text{أفريل}} = 40\ \text{يوما}$$

$$V_{a_t} = V_{a_1} + V_{a_2}$$

$$V_{n_T}\left(1 - \frac{t \times n_T}{36000}\right) = V_{n_1}\left(1 - \frac{t \times n_1}{36000}\right) + V_{n_2}\left(1 - \frac{t \times n_2}{36000}\right)$$

$$V_{n_T}\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times 60}{36000}\right) = V_{n_1}\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times 40}{36000}\right) + V_{n_2}\left(1 - \frac{0 \cdot 06 \times 50}{36000}\right)$$

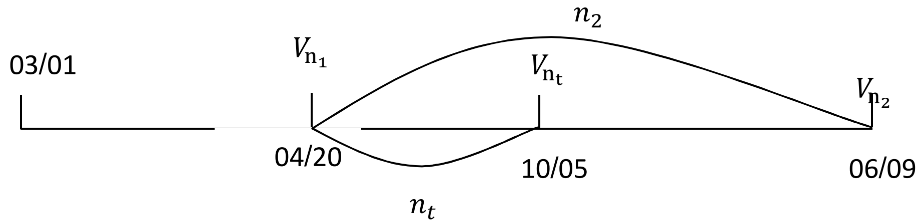
$$V_{n_T}(0 \cdot 99) = 1192 + 5355$$

$$V_{n_T} = \frac{1192 + 5355}{0 \cdot 99} = 1613 \cdot 13_{\text{دج}}$$

- اتفق على تعويض الورقة الثالثة بورقتين تجاريتين تستحقان في 20 أفريل و9 جوان على التوالي، حيث أن مجموع قيمها الإسمية يساوي 10000 دج.

حساب القيمة الإسمية للورقتين:

$$V_{n_1}+V_{n_2}=10000$$



نلاحظ أن تاريخ الورقة المعوضة يقع وسط التاريخين:

$$\boldsymbol{N}=\frac{\boldsymbol{V_{n_1}}\times\boldsymbol{n_1}+\boldsymbol{V_{n_2}}\times\boldsymbol{n_2}}{\boldsymbol{V_n}}$$

$$n_1=0$$

$$n_2=\underset{\text{أفريل}}{\frac{30-20}{}}+\underset{\text{ماي}}{\frac{31}{}}+\underset{\text{جوان}}{\frac{9}{}}=50\ \text{يوما}$$

$$n_t=\underset{\text{أفريل}}{\frac{30-20}{}}+\underset{\text{ماي}}{\frac{10}{}}=20\ \text{يوما}$$

$$20=\frac{V_{n_1}\times 0+50n_2}{10000}\rightarrow 10000\times 20=50V_{n_2}$$

$$V_{n_2}=\frac{10000\times 20}{50}=4000\text{دج}$$

$$V_{n_1}+V_{n_2}=10000$$

$$V_{n_2}=10000-4000=6000\text{دج}$$

حل التمرين السادس (06):

حساب معدل الخصم:

لدين: $V_{n_1}+V_{n_2}=48800$ دج

$N_T=45$ يوما، $E_{C_1}+E_{C_2}=30$

$$E_{C_1}+E_{C_2}=305\rightarrow V_{n_1}\times\frac{t\times n_1}{36000}+V_{n_2}\times\frac{t\times n_2}{36000}=305$$

$$N_T=\frac{V_{n_1}\times n_1+V_{n_2}\times n_2}{V_{n_1}+V_{n_2}}$$

$$45=\frac{V_{n_1}\times n_1+V_{n_2}\times n_2}{48800}\rightarrow V_{n_1}\times n_1+V_{n_2}\times n_2=45\times 48800$$

ولدينا:

$$\frac{V_{n_1}\times t\times n_1+V_{n_2}\times t\times n_2}{36000}=305$$

$$t(45\times 48800)=305\times 36000$$

$$t=\frac{305\times 36000}{45\times 48800}=\frac{10980000}{2196000}=5\%$$

إذا كانت القيمة الإسمية للورقة الأولى 36600 دج تستحق بعد شهر، حساب مدة استحقاق الورقة الثانية:

$$E_{c_1}=V_{n_1}\times\frac{t}{100}\times\frac{n_1}{360}=12200\times 0\cdot 05\times\frac{30}{360}=50\cdot 83\text{دج}$$

$$V_{n_1}+V_{n_2}=48800\rightarrow V_{n_2}=48800-V_{n_1}=48800-36600$$

$$V_{n_2}=12200\text{دج}$$

ولدينا: $E_{C_1}+E_{C_2}=305$

$$E_{C_2}=305-E_{C_1}=305-50\cdot 83=254\cdot 17$$

$$E_{C_2}=V_{n_2}\times\frac{t}{100}\times\frac{n_2}{360}\rightarrow 254\cdot 17$$

$$E_{C_1}=36600\times 0\cdot 05\times\frac{30}{360}=152\cdot 5\text{دج}$$

$$E_{C_2} = 305 - E_{C_1} = 305 - 152 \cdot 5 = 152 \cdot 5 \text{دج}$$

$$E_{C_2} = 12200 \times 0 \cdot 05 \times \frac{n_2}{360} = 152 \cdot 5 \text{دج}$$

$$152 \cdot 5 \times 360 = 12200 \times 0 \cdot 05 \times n_2$$

$$n_2 = \frac{152 \cdot 5 \times 360}{12200 \times 0 \cdot 05} = \frac{54900}{610} = 90 \text{يوما}$$

2

المحور الثاني

الفائدة المركبة

1- مفاهيم أساسية:

سبق وأن بينا في المحور الأول الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة، بحيث عرفنا الفائدة البسيطة أن تحسب ولا تضاف إلى المبلغ الأصلي (رأس المال)، بل تدفع لمستحقها في نهاية مدة التوظيف (الجملة)، ولا تحسب على الفائدة أي فائدة أخرى.أما الفائدة المركبة فتحسب كل فترة زمنية، وتضاف إلى رأس المال في ليحسب غلى مجموعها فائدة السنة التالية وفق معدل الفائدة المقرر لذلك، بمعنى آخر ان الفائدة المركبة لفترة زمنية معينة تحسب على أساس المبلغ الأصلي مضافًا إليها الفوائد المترتبة عن الفترات السابقة.

- مفهوم الفائدة المركبة: من خلال ما سبق ذكره فالفائدة المركبة تقوم على أساس رسملة الفوائد و هذا يعني أننا في نهاية كل وحدة زمنية نحسب فوائدها، ونضيفها إل المبلغ في بداية المدة لتشكل مبلغًا جديدا، يكون أساس احتساب الفوائد للفترة الموالية.

مثال: في بداية السنة تم اقتراض مبلغ 1000 دج، من أحد البنوك بمعدل فائدة 10%.

الفوائد المترتبة على هذا المبلغ في نهاية السنة:

$$i = 1000 \times t = 1000 \times 0.1 = 100 \text{ دج}$$

في بداية السنة الثانية يكون مبلغ الجديد مساويًا للمبلغ الأصلي مضافًا اليه فائدة السنة الأولى

أي 1000 + 100 = 1100 دج

في بداية السنة يكون المبلغ الجديد مساويًا للمبلغ الأصلي مضافًا إليه فائدة السنة الأولى

أي 1000+ 100 = 1100 دج

وهذا المبلغ هو أساس احتساب فائدة السنة الثانية حيث:

$$i = 1100 \times t = 1100 \times 0{,}1 = 110 \text{ دج}$$

وفي بداية السنة الثالثة يصبح المبلغ مساويًا للمبلغ الموظف في بداية السنة الثانية مضافًا إليه فائدة تلك السنة:

أي: $1100 + 110 = 1210$ دج

2- قانون الفائدة المركبة: قبل أن نستنتج قانون الفائدة المركبة يتعين الإشارة إلى أهم عناصر، ومحددات الفائدة المركبة حيث تتحدد قيمة الفائدة المركبة بنفس محددات الفائدة البسيطة وهي:

C: المبلغ الاصلي وهو أصل الدين والمبلغ الموظف، t: معدل الفائدة، وهو نسبة مئوية تغطى في الغالب على أساس سنوي، n : ويمثل عدد الفترات الزمنية التي يسدد في نهايتها الأصل المبلغ فوائده.

من خلال التوضيحات أعلاه يمكننا أن نستنتج قانون الفائدة المركبة ابتداء من احتساب فائدة السنة الأولى، والسنوات التي تليها إلى غاية السنة n، والجدول التالي يلخص ذلك:

السنة	رأس المال في بداية كل سنة	الفوائد في نهاية كل سنة	القيمة المحصلة (الجملة المكتسبة في نهاية كل سنة)	
1	C	c×t	C+i=c+c×t	$= C(1+t)$
2	C(1+t)	C(1+t)×t	C(1+t)+C (1+t)×t	$= C(1+t)^2$
3	$C(1+t)^2$	$C(1+t)^2×t$	$C(1+t)^2+C(1+t)^2×t$	$= C(1+t)^3$
....				
....				
n-1	$c\ (1+t)^{n-2}$	$c\ (1+t)^{n-2}×t$	$c\ (1+t)^{n-2}+c(1+t)^{n-1}×t$	$c(1+t)^{n-1}$
n	$C(1+T)^{n-1}$	$C(1+t)^{n-1}×t$	$C(1+t)^{n-1} + c(1+^{n-1}×t$	$c(1+t)^n$

$$= c((1+t)^{n-2}) \times (1+t),$$
$$= c(1+t)^{n-1}(1+t)$$

من خلال الجدول نجد أن الجملة المكتسبة (المحصلة) "A" عند توظيف مبلغ "C" بعد عدد من الفترات الزمنية "n" بمعدل فائدة مركبة "t" عند كل وحدة زمنية، تحسب وفق العلاقة التالية:

$$\boldsymbol{A = C(1+t)^n}$$

مثال: أحسب جملة مبلغ 1500 دج وظف بمعدل فائدة 8%سنويا لمدة خمس سنوات.

$$A = C(1+t)^n = 1500(1+0,08)^5$$
$$= 2204 \text{ دج}$$

مثال: أحسب جملة مبلغ 2000 دج وظف بمعدل نصف سنوي 3% وبرسملة نصف سنوية لمدة 4 سنوات.

$$A = C(1+t)^n = 2000(1+0,03)^8$$
$$= 2000(1{,}26677) = 2533{,}54 \text{دج}$$

ملاحظات هامة:

- إن العلاقة السابقة لحساب الجملة المحصلة تقتضي تطابق معدل الفائدة مع مدة الرسملة، فإذا كانت الفترات السنوية لا بد أن يكون معدل الفائدة المركبة سنويًا، وإذا تم الاتفاق على رسملة الفوائد شهريًا أو سداسيًا وجب أن يكون معدل الفائدة المركبة متطابقًا مع الفترة؛

- يوضح الجدول أن فوائد السنوات المتتالية، وأيضا القيم المحصلة في نهاية السنوات المتتالية تشكل متتالية ;:! c, هندسية أساسها (1+t).

- قانون الفائدة المركبة لا يمدنا قيمة الفائدة مباشرة بخلاف قانون الفائدة البسيطة لذا يتعين لمعرفة قيمة الفائدة المركبة أن نطرح أصل القرض من جملته كما يلي: $i = C[((1+t)^n - 1)]$

مثال: أحسب الفائدة الناتجة عن توظيف مبلغ 1200 دج لمدة ثلاث سنوات بمعدل فائدة مركبة 6%.

$$i = C[((1+t)^n - 1)] = 1200[(1,06)^3 - 1] = 229,21$$

3- عمليات على قانون الفائدة المركبة:

أ- حساب المبلغ الأصلي "C": يمكن حساب المبلغ الأصلي بدلالة الجملة المكتسبة "A" كما يلي:

$$A = C(1+t)^n \leftrightarrow C = \frac{A}{(1+t)^n} = A(1+t)^{-n}$$

وهي العلاقة نفسها علاقة القيمة الحالية لمبلغ مستقبلي في الوقت الحاضر، كما يمكن حسابه بدلالة علاقة الفائدة كما يلي: $C = \frac{i}{(1+t)^n - 1}$، وتعرف هذه العملية بعملية **الاستحداث** وهي عملية عكسية للرسملة، ونعني بها حساب القيمة الحالية لمبلغ يدفع مستقبلا، بمعنى آخر القيمة الحالية هي المبلغ الذي يجب توظيفه الآن بفائدة مركبة للحصول على مبلغ آخر بعد "n" مدة.

مثال: اقترض شخص مبلغ ما لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة مركبة 7%، فدفع في نهاية مدة القرض فوائد بقيمة 724.59 دج. أخسب مدة القرض؟

$$c = \frac{i}{(1+t)^n - 1} = \frac{724,59}{(1,07)^5 - 1} = \frac{724.59}{0,40255} = 1800_{\text{دج}}$$

مثال: قمنا باستثمار مبلغ 1 وكانت التدفقات النقدية السنوية التقديرية كما يلي:

السنة	1	2	3	4	5
التدفقات النقدية التقديرية	50000	100000	200000	400000	500000

بمعدل9%، هل الاستثمار ذو مردودية أم لا؟

السنة	1	2	3	4	5
التدفقات النقدية التقديرية (دج)	50000	100000	200000	400000	500000
	$(1.09)^{-1}$	$(1.09)^{-2}$	$(1.09)^{-3}$	$(1.09)^{-4}$	$(1.09)^{-5}$

معامل الاستحداث أو القيمة الحالية	0.91744311	0.8416799	0.77218348	0.70842521	0.64993138
القيمة الحالية (دج)	45871.56	84167.99	154436.70	283370.08	324965.69
القيمة الحالية المتراكمة (دج)	--	130039.55	284476.25	567846.33	892812.02

مردودية هذا الاستثمار غير كافية حيث نتحصل في نهاية السنة الخامسة على مبلغ 892812.02 دج مقابل استثمار قدره 1000000 دج.

-حساب المعدل t: يمكن حسابه باعتماد العلاقات التالية:

$$A = c(1+t)^n \rightarrow \frac{A}{C} = (1+t)^n \quad -$$

$(1+t) = \sqrt[n]{\frac{A}{C}}$ ، ومنه $t = \sqrt[n]{\frac{A}{C}} - 1$ ، وإذا استعملنا قانون الفائدة يكون:

$$t = \sqrt[n]{\frac{c+i}{c}} - 1$$

مثال: أحسب معدل الفائدة المركبة السنوي الذي وظف على أساسه مبلغ 1000 دج لمدة 5 سنوات، فأنتج في نهاية المدة فائدة قدرها 610.51 دج

$$t = \sqrt[5]{\frac{c+i}{c}} - 1 = \sqrt[5]{\frac{610\cdot 51}{1000}} - 1 = \sqrt[5]{1\cdot 61051} - 1 = 1\cdot 1 - 1 = o\cdot 1$$

$$t = 10\%$$

- حساب المدة "n" : $A = C(1+t)^n \leftarrow \frac{A}{C} = (1+t)^n$ بعد إدخال اللوغاريتم نتحصل على:

$$\log\left(\frac{A}{C}\right) = n\log(1+t)$$

$$n = \frac{\log\left(\frac{A}{C}\right)}{\log(1+t)}$$

مثال: أحسب المدة التي وظف بها المبلغ قدره 2500 دج بمعدل فائدة مركبة 6,5 % سنويا، فأنتج جملة قدرها 4406.42 دج

$$n=\frac{\log\left(\frac{A}{C}\right)}{\log(1+t)}=\frac{\log\left(\frac{4406.42}{2500}\right)}{\log(1+0.065)}=\frac{\log(1.762568)}{\log(1.065)}=9\text{سنوات}$$

4-المعادلات المتناسبة والمعدلات المتكافئة:

معدل الفائدة غالبا ما يحدد سنويًا، ولكن من الممكن أن تطبق معدلات الفائدة يوميًا أو شهريًا أو فصليًا أو سداسيًا

- **المعدلات المتناسبة**: يكون المعدل K متناسبًا مع المعدل السنوي t، وإذا كان حاصل قسمة المعدل السنوي على عدد مرات الرسملة K يساوي المعدل t_k حيث يحسب المعدل المتناسب وفق العلاقة التالية:

حيث: $t_k=\frac{t}{k}$، حيث k: تمثل عدد مرات التوظيف خلال السنة الواحدة.

مثلاً: المعدل 12% تقابله المعدلات المتناسبة التالية:

المعدل السداسي : $t_k=t_2=\frac{12\%}{2}=6\%$

المعجل الثلاثي: $t_k=t_4=\frac{12\%}{4}=3\%$

المعدل الشهري: $t_k=t_{12}=\frac{12\%}{12}=1\%$

- **المعدلات المتكافئة**: المعدلات المتكافئة أو المعادلة هي عكس المعدلات المتناسبة، إذ تؤدي إلى نفس الجملة بنفس المدة، فنقول أن معدلين أنهما متكافئان إذا اختلف ا في قيمتهما وفي فترة رسملتهما، لكنها نتيجتان نفس الجملة المكتسبة لأي فترة زمنية مشتركة محددة. فالمعدل السنوي t الخاص برسملة يكون مكافئ t_2 لمعدل سداسي برسملة نصف سنوية إذا أنتجا نفس الجملة لنفس المدة.

ويمكن استنتاج الصيغة العامة للمعدل المكافئ كما يلي:

$$c(1+t)^n=c(1+tk)^{nk}$$

حيث : t_k معدل التوظيف لمدة أقل من سنة

$n\times k$: عدد فترات التوظيف (الرسملة)

من خلال العلاقة السابقة يمكن استخلاص علاقة المعدل المكافئ t_k كما يلي: $t_k=(1+t)^{\frac{1}{k}}-1$

مثال : أحسب المعدل السداسي المكافئ للمعدل السنوي 8.5%

لدينا: $k = 2$

$$t_k = (1+t)^{\frac{1}{K}} - 1$$

$$t_2 = (1+0,085)^{\frac{1}{2}} - 1 = 0,041663$$

$$t_2 = 4 \cdot 1633\%$$

مثال: احسب المعدل الشهري المكافئ للمعدل السنوي 14%؟

لدينا: $k = 12$

$$\mathrm{t_k} = (1+t)^{\frac{1}{k}} - 1$$

$$t_{12} \quad = (1+0 \cdot 14)^{\frac{1}{12}} - 1 = 0 \cdot 0109788$$

$$t_{12} = 1 \cdot 09788\%$$

مثال: وظف مبلغ 1700 دج لمدة ثلاث سنوات بمعدل فائدة مركبة نصف سنوي، فكانت فوائده بعد نهاية مدة التوظيف 501.55 دج، أحسب المعدل السداسي والمعجل السنوي المكافئ له,

رسملة نصف سنوية تكون المدة $(K = 2)$ لدينا $n \times k = 3 \times 2 = 6$

$$i = 501 \cdot 55$$

إنطلاقا من علاقة الفائدة يمكن إيجاد المعدل السداسي المطبق t_2

$$i = C(1+tk)^{nk} - C = C[(1+tk)^{nk} - 1]$$

$$501 \cdot 55 = 1700[(1+t_2)^6 - 1]$$

$$\frac{501 \cdot 55}{1700} = (1+\mathrm{t_2})^6 - 1$$

$$o \cdot 2950294 = (1+t_2)^6 - 1$$

$$1{,}2950294 = (1+t_2)^6$$

$$(1+t_2) = \sqrt[6]{1 \cdot 2950294}$$

$$t_2 = 4 \cdot 403\%$$

المعدل السنوي المكافئ للمعدل السداسي نجده بتطبيق العلاقة التالية:

$$t_k = (1+t)^{\frac{1}{k}} - 1 \rightarrow 0 \cdot 04403 = (1+t)^{\frac{1}{2}} - 1$$

$$1 \cdot 04403 = (1+t)^{\frac{1}{2}}$$

$$\sqrt[\frac{1}{2}]{1 \cdot 04403} = (1+t) \rightarrow 1 \cdot 09 = (1+t)$$

$$t = 9\%$$

الحالات الخاصة لإيجاد الجملة باستخدام الجداول المالية

- حالة عدم وجود المدة

*** n عدد صحيح أكبر من 50**

إن أكبر قيمة للمدة n في الجدول المالي هي 50 سنة، وفي حالة تكون المدة عدد صحيح أكبر من 50 نقوم في هذه الحالة بقسمتها إلى أعداد صحيحة لا تتجاوز 50.

مثال: أحسب جملة مبلغ 1000 دج وظف لمدة 80 سنة بمعدل فائدة مركبة 10 % سنويا.

C = 1000 دج، t =10%، n = 80 سنة

-حساب الجملة:

$$A = C(1+i)^n$$

$$A = 1000(1+0.1)^{80}$$

نلاحظ أن n=80 لا يوجد في الجدول المالي لذا نقوم بقسمتها إلى أعداد صحيحة مثلا 40، 40 كما يلي:

$$A = 1000(1+0.1)^{40}(1+0.1)^{40}$$

$$\mathrm{A} = 1000(45.259255)(45.259255)$$

$$\mathrm{A} = 90518.51\mathrm{DA}$$

***n عدد غير صحيح:**

مثال: أحسب جملة مبلغ 1000 دج وظف لمدة 4 سنوات و5 أشهر بمعدل فائدة مركبة 10 % سنويا.

C = 1000 دج، t =10%، n = 4 سنوات و5 أشهر (4+5/12)

-حساب الجملة:

$$A = C(1+i)^n$$

$$A = 1000(1+0.1)^{4+5/12}$$

الطريقة1:

$$A = 1000(1+0.1)^{4+5/12} = 1000(1+0.1)^4(1+0.1)^{5/12}$$

القيمة $(1+0.1)^4$ نجدها في الجدول المالي رقم 01 تساوي 1.464100

القيمة $(1+0.1)^{5/12}$ نجدها في الجدول المالي رقم 06 المخصص للأشهر تساوي 1.04051

إذن:

$$\mathrm{A} = 1000(1.464100)(1.04051)$$

$$\mathrm{A} = 1523.41\mathrm{DA}$$

الطريقة 2: طريقة التناسب باستعمال الجدول المالي رقم 01 فقط

الملاحظ أن 4 سنوات و5 أشهر محصورة بين 4 سنوات و5 سنوات

$4<12/5+4<5$

من الجدول المالي رقم 01 نجد:

$$(1+0.1)^4 = 1.464100$$

$$(1+0.1)^5 = 1.610510$$

الفرق بين القيمتين(قيمة سنة) يساوي:

$$(1+0.1)^5 - (1+0.1)^4 = 1.610510 - 1.464100 = 0.14641$$

لدينا:

1سنة ⟶ 0.14641

5/12 ⟶ X

X= 0.14641*5/12=0.061004

$$A = 1000[(1.464100) + (0.061004)]$$

$$A = 1525.10DA$$

- **حالة وجود المدة وعدم وجود المعدل في الجدول المالي:** نستخدم طريقة التناسب

مثال: أحسب جملة مبلغ 1000 دج وظف لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة مركبة 5.3 % سنويا.

C = 1000 دج، t =5.3%، n = 5 سنوات

-حساب الجملة:

$$A = C(1 + i)^n$$

$$A = 1000(1 + 0.053)^5$$

بالرجوع إلى الجدول المالي رقم 01 نجد المعدل 5.3 % محصور بين المعدلين 5.25 % و 5.5%

جملة دينار واحد بمعدل 5.25% لمدة 5 سنوات هو:

$$(1 + 0.0525)^5 = 1.291548$$

جملة دينار واحد بمعدل 5.5% لمدة 5 سنوات هو:

$$(1 + 0.055)^5 = 1.306960$$

الفرق بين القيمتين يمثل جملة دينار واحد بمعدل 0.25% لمدة 5سنوات

$$(1 + 0.055)^5 - (1 + 0.0525)^5 = 1.306960 - 1.291548 = 0.015412$$

0.25 ⟶ 0.015412

0.05 ⟶ X

حيث تمثل 0.05 الفرق بين المعدل 5.3% والمعدل الأصغر بين المعدلين وهو 5.25%

X= 0.015412*0.05/0.25=0.0030824

$$A = 1000[(1.291548) + (0.0030824)]$$

$$A = 1294.63DA$$

- حالة عدم وجود المدة والمعدل في الجدول المالي: نستخدم طريقة التناسب

مثال: أحسب جملة مبلغ 5000 دج وظف لمدة 5 سنوات و6 أشهر بمعدل فائدة مركبة 5.3 % سنويا.

C = 5000 دج، t=5.3%،n = 5 سنوات و6 أشهر

-حساب الجملة:

$$A = C(1 + i)^n$$

$$A = 5000(1 + 0.053)^{5+6/12}$$

المعدل محصور بين المعدلين 5.25% و 5.5%

جملة دينار بمعدل 5.25% هي:

$$(1 + 0.0525)^{5+\frac{6}{12}} = (1 + 0.0525)^5\,(1 + 0.0525)^{\frac{6}{12}}$$
$$= (1.291548)(1.02592)$$

=1.325024

$$(1 + 0.055)^{5+\frac{6}{12}} = (1 + 0.055)^5\,(1 + 0.055)^{\frac{6}{12}}$$
$$= (1.306960)(1.02713)$$

=**1.342417**

الفرق بين القيمتين تمثل جملة دينار بمعدل 0.25%

1.342417-1.325024=0.01739

الفرق الذي يقابل معدل فائدة 0.05%(الفرق بين المعدل5.3% والمعدل الأصغر بين المعدلين وهو 5.25 %)،

هو:

$X= 0.01739*0.05/0.25=0.003478$

إذن جملة مبلغ بعد 5 سنوات و6 أشهر بمعدل فائدة 5.3 % هي:

$$A = 5000[(1.325024) + (0.003478)]$$

$$A = 6642.51DA$$

4-جملة عدة مبالغ:

كما رأينا في الفائدة البسيطة، ففي جملة عدة مبالغ نقوم بحساب جملة كل مبلغ على حدى ثم نجمعها، أي:

إذا كان لدينا المبالغ: $C_1, C_2, C_3, \ldots Cn$

فإن جملة هذه المبالغ هي: $A_1, A_2, A_3, \ldots An$

إذن مجموع جملة هذه الجمل هي:

$$\boxed{\mathbf{A = A1 + A2 + A3 + \ldots\ldots\ldots +}}\ \mathbf{An}$$

مثال: قام شخص بتوظيف المبالغ التالية في البنك:

10000 دج بتاريخ 2000/01/01

20000 دج بتاريخ 2001/01/01

30000 دج بتاريخ 2003/01/01

- ما هو رصيد هذا الشخص في نهاية سنة 2004 إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة 10 % سنويا

C_1 = 10000 دج، n1 = 5 سنوات

C_2 = 20000 دج، n2 = 4 سنوات

C_3 = 30000 دج، n3 = سنتين

%10=t

-حساب الجملة:

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$

$$A = C1(1+i)^{n1} + C2(1+i)^{n2} + C3(1+i)^{n3}$$

$$A = 10000(1+0.1)^{5} + 20000(1+0.1)^{4} + 30000(1+0.1)^{2}$$

$$\boxed{A = 81687.1^{دج}}$$

5- الدفعات المتساوية بفائدة مركبة:

يقصد بالدفعة مجموعة من المبالغ التي تدفع بصفة منتظمة خلال مدة زمنية فاصلة بين دفعة ودفعة منتظمة أيضا بمعدل فائدة ثابت، فإذا إختل شرط من هذه الشروط فإنه لا تصبح دفعات متساوية وإنما مجموعة مبالغ مدفوعة.

تنقسم الدفعات إلى عدة أنواع، منها:

***الدفعات العاجلة والدفعات المؤجلة**

الدفعات العاجلة: وهي الدفعات التي يبدأ فيها السداد من الفترة الزمنية الأولى من تاريخ اليوم.

الدفعات المؤجلة:هي الدفعات التي لا يبدأ فيها السداد إلا بعد مرور فترة زمنية معينة والتي تلي انقضاء فترة زمنية معينة تسمى هذه الفترة بفترة السماح أو التأجيل.

***الدفعات العادية والدفعات غير العادية**

الدفعات العادية: تسمى بدفعات نهاية المدة، تستعمل في عملية سداد القروض أو الديون، لذا تسمى بدفعات السداد أو الاستهلاك.

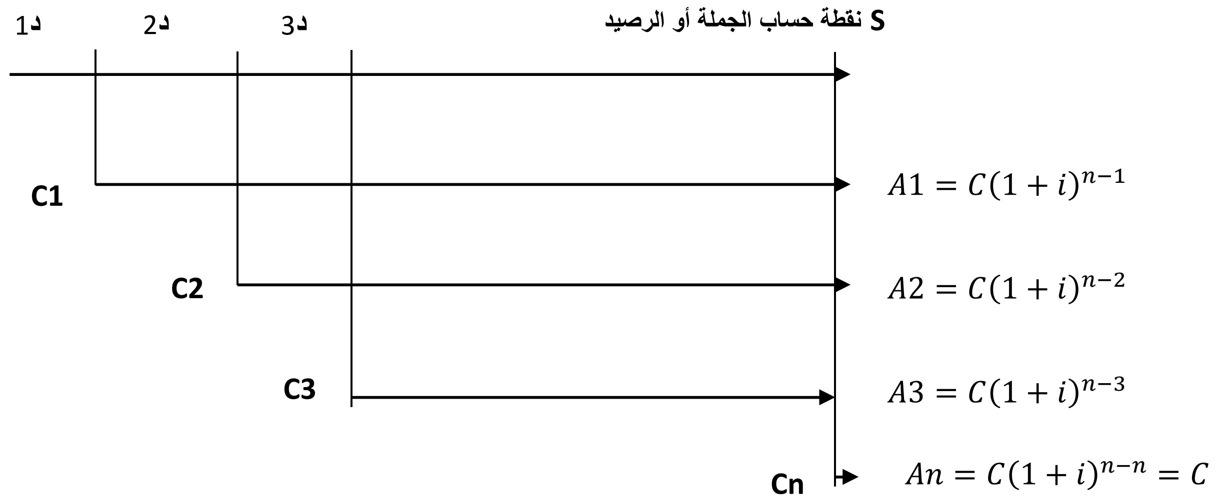
الدفعات غير العادية: تسمى بدفعات بداية المدة أو الفورية، تهدف إلى الاستثمار أو التوظيف، لذا تسمى بدفعات التوظيف.

وبالنظر إلى أنواع الدفعات حسب تاريخ دفعها نجد أن هناك دفعات تكون في بداية المدة وأخرى تدفع في نهايتها، كما أن هناك دفعات تكون أو تدفع بعد انقضاء مدة التأجيل وأخرى تدفع في بداية مدة التأجيل، **إذن** نلاحظ أن الدفعات العادية يمكن أن تكون عاجلة تدفع في وقتها أو مؤجلة تدفع بعد فترة السماح، كما أن الدفعات غير العادية يمكن أن تكون عاجلة أو مؤجلة.

- **جملة الدفعات العادية**

***جملة الدفعات العادية العاجلة**

تدفع مبالغ الدفعات العادية العاجلة في نهاية كل فترة زمنية معينة، وجملتها تساوي مجموع جملة مبالغها في نهاية المدة n من الفترات الزمنية.



نلاحظ من الشكل أن مبلغ الدفعة الأول يستثمر في نهاية الفترة الزمنية الأولى، حتى نهاية المدة أي حتى تاريخ حساب الجملة، أي لمدة n-1، وجملته تكون:

$$A1 = C(1+i)^{n-1}$$

مبلغ الدفعة الثاني يستثمر في نهاية الفترة الزمنية الثانية، حتى نهاية المدة أي حتى تاريخ حساب الجملة، أي لمدة n-2، وجملته تكون:

$$A2 = C(1+i)^{n-2}$$

أما مبلغ الدفعة الأخير فيتم سداده في نهاية المدة أي في نفس تاريخ حساب الجملة أو الرصيد بمعنى أنه لا يستثمر، أي n=0، وبالتالي قيمته تبقى كما هي C

وبالتالي جملة الدفعات العادية أو مجموع الجمل هي:

$$A = A_1 + A_2 + A_3 + \dots\dots\dots + A_n$$

أي:

$$A = C(1+i)^{n-1} + C(1+i)^{n-2} + C(1+i)^{n-3} + \cdots C$$

وبإعادة ترتيبها تصاعديا أين لا يؤثر على مجموعها فإن:

$$A = C + (1+\mathrm{i}) + \cdots + C(1+i)^{n-3} + C(1+i)^{n-2} + C(1+i)^{n-1}$$

نلاحظ أن عناصر هذه الجملة تكون متتالية هندسية، حدها الأول C، وأساسها $(1+t)$ وعدد حدودها n

وبما أن المتتالية الهندسية = الحد الأول * (الأساس) $^{\text{عدد الحدود}}$ -1

الأساس - 1

فإن جملة دفعات نهاية المدة العاجلة تساوي:

$$\boxed{\mathbf{A = C[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]}}$$

حيث:

C = مبلغ الدفعة الواحدة،

t =معدل الفائدة المركبة

n = عدد الدفعات أو عدد المرات

والقيمة $[\frac{(1+i)^n-1}{i}]$ تعطى من الجدول المالي رقم 03

مثال:أحسب جملة دفعات مبلغها الدوري 5000 دج تدفع في نهاية كل سنة لمدة 5 سنوات، بمعدل فائدة مركبة 5% سنويا.

الحل:C = 5000 دج، t =5% سنوي، n = المبالغ تدفع سنويا لمدة 5 سنوات إذن لدينا 5 دفعات(5 مرات يدفع المبلغ)

-حساب الجملة:

$$A = c[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]$$

$$A = 5000[\frac{(1+0.05)^5 - 1}{0.05}]$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد القيمة $\frac{(1+0.05)^5-1}{0.05}$ تساوي 5.525631

إذن:

$$A = 5000(5.525631)$$

مثال2:أحسب جملة دفعة عادية مبلغها الدوري 3000 دج تدفع مرتين في السنة لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة مركبة سنوي 10% يدفع مرتين في السنة

C = 3000 دج، t =10% سنوي، يدفع مرتين بمعنى سداسي إذن t= 2/10 = 5%، n = تدفع الدفعة أو المبلغ مرتين في السنة، بمعنى خلال 6 سنوات نجد 12 دفعة.

-حساب الجملة:

$$A = c[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]$$

$$A = 3000[\frac{(1+0.05)^{12} - 1}{0.05}]$$

من الجدول المالي رقم 03 نجد القيمة $\frac{(1+0.05)^{12}-1}{0.05}$ تساوي 15.917126

إذن:

$$A = 3000(15.917126)$$

$$A = 47751.37DA$$

مثال: قام شخص بتسديد ديونه على دفعات سنوية، قيمة كل دفعة 2300 دج، فوجد رصيده بعد 8 سنوات 22764.18 دج، -أوجد معدل الفائدة المركبة السنوي الذي يحتسبه البنك والمعدل السداسي المكافئ له.

الحل:

8 دفعات، n ==؟، t = 2300 دج، A C =22764.18 دج

-حساب معدل الفائدة السنوي:

$$A = c[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]$$

$$22764.18 = 2300[\frac{(1+i)^8 - 1}{i}]$$

$$\frac{22764.18}{2300} = [\frac{(1+i)^8 - 1}{i}]$$

9.897469بالرجوع إلى الجدول المالي رقم 03 وفي السطر n=8 نجد القيمة 9.897469 مقابلة لــ i=6%

إذن المعدل هو 6% سنويا.

- إيجاد المعدل السداسي المكافئ:

2=k

$$tk = (1+i)^{1/k} - 1$$

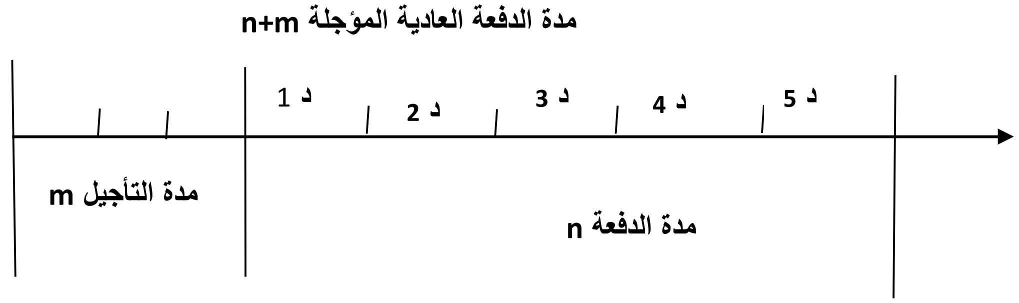
$$tk = (1+0.06)^{1/2} - 1$$

$$tk = 0.02956$$

إذن المعدل السداسي المكافئ للمعدل 6% سنويا هو 2.95%

***جملة الدفعات العادية المؤجلة:**

قد يمتنع المدين (المقترض) على سداد الدفعات المستحقة عليه في تاريخ استحقاقها ويطلب من الدائن أو يمنحه هذا الأخير مدة زمنية معينة يقوم بسداد دفعاته بعد انقضائها، كما قد يودع أو يوظف الشخص دفعات نهاية المدة لمدة معينة، على أن يسحب جملته بعد انتهاء هذه المدة، إلا أنه يؤجل سحب جملته لمدة زمنية أخرى، ففي هذه الحالات تسمى الجملة بجملة الدفعات العادية المؤجلة.



نرمز لمدة الدفعات بالرمز n

نرمز لمدة التأجيل بالرمز m

لدينا: المبلغ الأول (الدفعة الأولى) يستحق السداد في نهاية (m+1) ويستثمر حتى نهاية (m+n)، بمعنى مدة استثمار المبلغ الأول هو:

$$(m+n)-(m+1)=(n-1)$$

المبلغ الثاني (الدفعة الثانية) يستحق السداد في نهاية (m+2) ويستثمر حتى نهاية (m+n)، بمعنى مدة استثمار المبلغ الأول هو:

$$(m+n)-(m+2)=(n-2)$$

وهكذا نجد **أن:**

مدة استثمار المبلغ قبل الأخير تساوي فترة (مدة) واحدة

مدة استثمار المبلغ الأخير تساوي صفر

إذن:

$$A=C(1+i)^{n-1}+C(1+i)^{n-2}+C(1+i)^{n-3}+\cdots C$$

أو:

$$A=C+(1+\mathrm{i})+\cdots+C(1+i)^{n-3}+C(1+i)^{n-2}+C(1+i)^{n-1}$$

والملاحظ أن جملة الدفعات لم تتأثر بفترة التأجيل، وبالتالي فإن جملة الدفعات العادية المؤجلة تحسب بنفس علاقة أو قانون جملة الدفعات العادية العاجلة

أي:

$$\mathbf{A = C[\frac{(1+i)^n - 1}{i}]}$$

مثال: اتفق شخص مع البنك على إيداع مبلغ 2000 دج في نهاية كل سنة إبتداء من سنة 1990 حتى يتمكن من شراء عقار في نهاية 2010، فإذا علمت أنه توقف عن الإيداع بعد دفع 12 دفعة ، أوجد جملة الدفعات في نهاية 2010، إذا كان معدل الفائدة الذي يحتسبه البنك هو 4% .

الحل:

C = 2000 دج

t = 4%

-حساب الجملة:

نلاحظ أن الشخص قام بدفع 12 دفعة فقط وتوقف عن الإيداع بمعنى أن يتم حساب جملة الدفعات العادية في نهاية الدفعة 12 (من سنة 1990 إلى غاية نهاية 2001) كما يلي:

$$A = \mathrm{c}[\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}} - 1}{\mathrm{i}}]$$

$$A = 2000[\frac{(1+0.04)^{12} - 1}{0.04}]$$

$$A = 2000(15.025805)$$

$$\boxed{A = 30051.61\mathrm{DA}}$$

الملاحظ أيضا أن الشخص لم يقم بسحب جملته المكونة من دفع 12 دفعة(التي أصبحت مبلغ واحد وهو 15025.80) وإنما أبقاها في البنك إلى غاية 2010، بمعنى أن في نهاية 2010 سيتم حساب جملة مبلغ واحد لمدة 9 سنوات(2002 إلى غاية 2010) كما يلي:

$$A = C(1+i)^n$$

$$A = 30051.61(1 + 0.04)^9$$

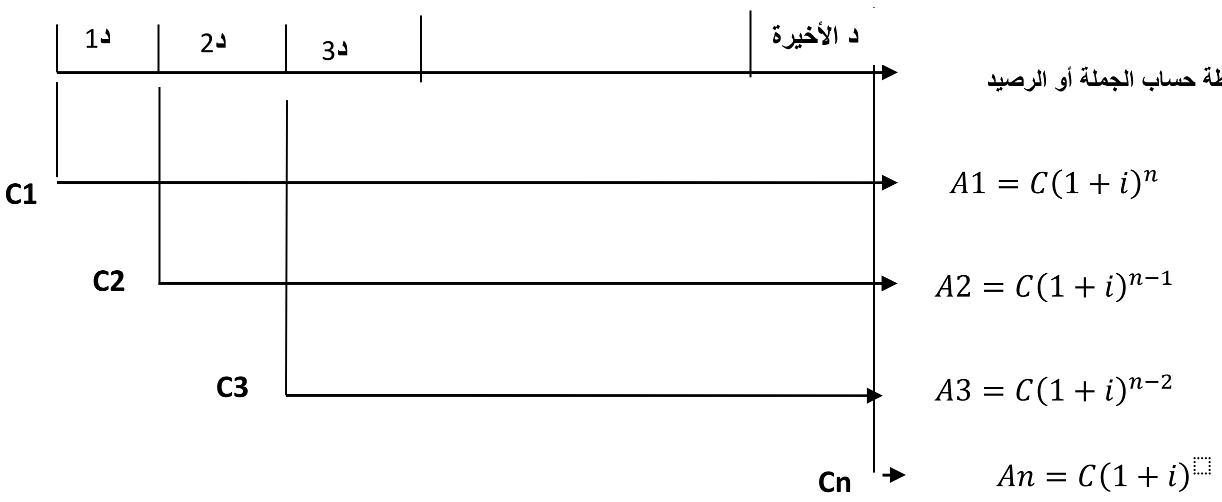
$$\mathrm{A} = 30051.61(1.423311)$$

$$\mathrm{A} = 42772.78\mathrm{DA}$$

- **جملة الدفعات غير العادية**

***جملة الدفعات غير العادية العاجلة**

دفعات بداية المدة أو الفورية هي الدفعات التي تدفع في بداية كل فترة سداد أو توظيف، بمعنى أن مبلغها الأول يستحق الدفع الآن، وجملتها هي مجموع هذه الدفعات حتى نهاية مدة سداد القرض أو توظيف رأس المال.



نلاحظ من الشكل أن مبلغ الدفعة الأول يستثمر لمدة n، من بداية الفترة الأولى وحتى نهاية المدة، وجملته

$$C(1+t)^n$$

المبلغ الثاني من مبالغ الدفعة يستثمر لمدة n-1 ، من بداية الفترة الثانية وحتى نهاية المدة، وجملته

$$C(1+t)^{n-1}$$

وهكذا فإن مبلغ الدفعة الأخير يستثمر لمدة فترة واحدة جملته:

$$C(1+t)$$

أي:

$$A = C(1+t)^n + C(1+t)^{n-1} + C(1+t)^{n-2} + \cdots C(1+t)$$

وبالتالي فإن عناصر هذه الجملة تكون متتالية هندسية، حدها الأول $(1+i)^n$ وأساسها $(1+i)^{-1}$ وعدد حدودها n

وبما أن المتتالية الهندسية = الحد الأول * (الأساس) $^{\text{عدد الحدود}}$ - 1

الأساس - 1

$$\mathrm{A} = C(1+i)^n *= C(1+i)^n * \frac{\lfloor (1+i)^{-1} \rfloor n - 1}{(1+i)^{-1} - 1}$$

إذن:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{C}\left[\frac{\lfloor (1+i)^{n+1} - 1 \rfloor}{i} - 1\right]$$

مثال: أوجد جملة دفعة فورية نصف سنوية مبلغها الدوري 8000 دج ومدتها 3 سنوات، إذا كان معدل الفائدة السداسي 3%.

الحل:

C = 8000 دج

t =3 % سداسيا

n = الدفعة نصف سنوية ولمدة 3 سنوات، وبما أن السنة بها سداسيين أي دفعتين تتشكل لدينا 6 دفعات(3*2)

-حساب الجملة:

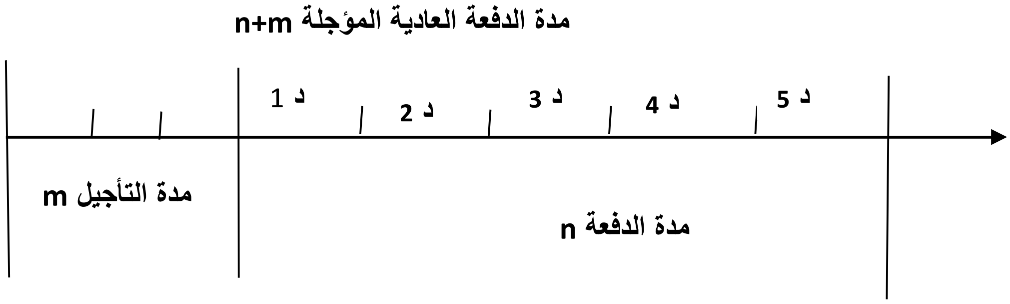
$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{C}\left[\frac{\lfloor (1+i)^{n+1} - 1 \rfloor}{i} - \mathbf{1}\right]$$

$$\boldsymbol{A} = 8000\left[\frac{\lfloor (1+0.03)^{6+1} - 1 \rfloor}{0.03} - 1\right]$$

$$\mathrm{A} = 8000(7.662462 - 1)$$

$$A = 53299.69D$$

***جملة الدفعات غير العادية المؤجلة**



نرمز لمدة الدفعات بالرمز n

نرمز لمدة التأجيل بالرمز m

من الشكل نلاحظ أن جملة الدفعات تساوي :

$$A = C(1+t)^n + C(1+t)^{n-1} + C(1+t)^{n-2} + \cdots C(1+t)$$

إذن:

جملة الدفعات لم تتأثر بفترة التأجيل، وبالتالي فإن جملة الدفعات غير العادية المؤجلة تحسب بنفس علاقة أو قانون جملة الدفعات غير العادية العاجلة

أي:

$$\boldsymbol{A = C\left[\frac{\left\lfloor (1+i)^{n+1} - 1 \right\rfloor}{i} - 1\right]}$$

مثال: أودع شخص مبلغ 2500 دج في البنك في بداية كل سنة إبتداء من سنة 1988 وذلك لمدة 10 سنوات، ثم توقف عن الإيداع، ما هو رصيد هذا الشخص في آخر ديسمبر 2002، علما أن معدل الفائدة المركبة 3% سنويا.

الحل:

C = 2500 دج

t =3 %

n =10 دفعات

-حساب الجملة:

نلاحظ أن الشخص قام بدفع دفعات سنوية فورية (بداية المدة) لمدة 10 سنوات(1988-1997) ثم توقف عن الإيداع، بمعنى أنه يتم حساب جملة دفعات غير عادية أو فورية في نهاية 10 سنوات كما يلي:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{C}\left[\frac{\lfloor(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}+1} - 1\ \rfloor}{\mathrm{i}} - \mathbf{1}\right]$$

$$\boldsymbol{A} = 2500\left[\frac{\lfloor(1+0.03)^{10+1} - 1\ \rfloor}{0.03} - \mathbf{1}\right]$$

$$\mathrm{A} = 2500(12.807795 - 1)$$

$$\mathrm{A} = 29519.48\mathrm{DA}$$

أيضا الشخص لم يقم بسحب هذه الجملة المكونة في نهاية السنة العاشرة 29519.48DA وإنما أبقاها في البنك إلى غاية 2002 بمعنى لمدة 5 سنوات (1998-2002)، بمعنى يتم حساب جملة مبلغ واحد وهو 29519.48 موظف لمدة 5 سنوات، كما يلي:

$$\mathrm{A} = \mathrm{C}(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}$$

$$A = 29519.48(1+0.03)^{5}$$

$$\mathrm{A} = 29519.48(1.159274)$$

$$\mathrm{A} = 34221.16\mathrm{DA}$$

مثال: اشترى تاجر بضاعة وسدد ثمنها كالتالي:

2000 دج في نهاية السنة من تاريخ الشراء

1500 دج بعد سنة من سداد المبلغ الأول

500 دج تدفع سنويا لمدة 5 سنوات تدفع الأولى منها بعد سنة من سداد المبلغ الثاني

أحسب جملة ما يسدده التاجر في نهاية المدة، إذا علمت أن معدل الفائدة المركبة 10% سنويا.

الحل:

-حساب الجملة:

نلاحظ أن الجملة التاجر ستكون من جملة مبلغ واحد هو 2000 [illegible] 6 سنوات من [illegible] الأولى إلى غاية السنة السابعة أي تاريخ حساب الجملة) + جملة مبلغ واحد هو 1500 دج لمدة 5 سنوات + جملة دفعات (مبلغ الدفعة الواحدة 500 دج سنويا)

أي:

$$A = 2000(1+0.1)^6 + 1500(1+0.1)^5 + 500[\frac{(1+0.1)^5 - 1}{0.1}]$$

$$\mathrm{A} = 2000(1.771561) + 1500(1.61051) + 500(6.1051)$$

$$\mathrm{A} = 3543.12 + 2415.76 + 3052.55$$

$$\mathrm{A} = 9011.43\mathrm{DA}$$

تمارين محلولة:

أولا: تمارين محلولة حول الفائدة المركبة والمعدلات المتكافئة

التمرين الأول (01): أودعت مؤسسة بأحد البنوك مبلغ 100000 دج بمعدل فائدة 8% سنويًا لمدة خمس سنوات.

المطلوب:

1- أحسب الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى والثالثة؟

2- أحسب الجملة المحققة في نهاية مدة التوظيف؟

التمرين الثاني (02): وظف شخص مبلغ 7000 دج، في أحد البنوك فتحصل بعد سنوات على مبلغ 8508.54 دج.

المطلوب:

1- أحسب معدل التوظيف؟

التمرين الثالث (03): وظف مبلغ 160000 دج لمدة 4 سنوات، فكانت جملته في نهاية السنة الثانية 184900 دج.

المطلوب:

1- أحسب معدل التوظيف؟
2- أحسب الفوائد المحصلة بعد نهاية مدة التوظيف؟
3- بافتراض أن الجملة المحصلة تم إعادة توظيفها بمعدل 8%، فأنتجت فائدة بعد مدة زمنية قدرها 100283.7 دج، أحسب مدة التوظيف الجديدة؟

التمرين الرابع (04): إقترض شخص من أحد البنوك مبلغ لمدة 6 سنوات بمعدل فائدة سنوي 6%، وبعد سنة واحدة أعاد توظيف المبلغ المقترض في بنك آخر لمدة خمس 5 سنوات بمعدل 6.5%، فكان الفرق بين الجملتين 4116.76 دج.

المطلوب:

1- أحسب قيمة المبلغ المقترض؟

التمرين الخامس (05): أحسب المعدلات المتكافئة مع المعدلات التالية:

1- معدل سداسي مكافئ لمعدل سنوي 10%.
2- معدل فصلي (ثلاثي) مكافئ لمعدل سنوي 9.5%.
3- معدل شهري مكافئ لمعدل سنوي 6%.

4- معدل ثلاثي مكافئ لمعدل سداسي 5%.

5- معدل سنوي مكافئ لمعدل شهري 1%.

التمرين السادس (06): مبلغين مجموعهما 25000 دج، وظف الأول بمعدل فائدة بسيطة 6%، والثاني بمعدل فائدة مركبة 4.5%، فأنتجا بعد 20 سنة من التوظيف قيمة محصلة متساوية

$(1.0045)^{20}=2.411714$.

المطلوب:

1- أحسب قيمة كل مبلغ؟

التمرين السادس (07): مبلغين وظفا بتاريخ واحد، الأول قيمته 20000 دج بمعدل 5%، والثاني قيمته 22000 دج، بمعدل 4.5% سنويًا.

المطلوب:

1- أحسب المدة اللازمة للتوظيف حتى تتساوى جمليهما؟

ثانيا: تمارين حول الدفعات

التمرين الأول (01): يودع شخص في آخر كل سنة مبلغ 1500 دج لمدة 8 سنوات بمعدل فائدة 6%.

المطلوب: أحسب الفوائد المحققة عند نهاية مدة التوظيف؟

التمرين الثاني (02): تقدر جملة 9 دفعات متساوية لىخر السنة بـ: 9990دج، وهذا بمعدل رسملة 8% سنويًا.

المطلوب: أحسب قيمة الدفعة؟

التمرين الثالث (03): يودع شخص في أحد البنوك 500 دج أول كل سنة لمدة 12 سنة، فإذا علمت أنّ البنك إحتسب فوائد مركبة بمعدل 8% خلال 10 السنوات الأولى و9% سنويًا خلال السنتين الأخيرتين.

المطلوب: أحسب الجملة المكتسبة؟

التمرين الرابع (04): عند توظيف دفعات سنوية متساوية قيمتها 4000 دج في بداية كل سنة، فإنّها تنتج جملة قدرها 24976.08 دج، أما إذا إعتبرنا الدفعات السابقة تدفع في آخر السنة فإنها تنتج جملة قدرها 23233.56 دج.

المطلوب:

2- أحسب معدل الفائدة؟

3- احسب عدد الدفعات؟

4- ما هو التاريخ الذي يمكن فيه تعويض الأوراق السابقة بورقة جديدة قيمتها الإسمية هي مجموع القيم الإسمية الثلاث؟

التمرين الخامس (05): تبلغ القيمة الحالية لسلسلة دفعات آخرة المدة 16987.81دج، قيمة كل منها 2200 دج، سعر الفائدة 5%

المطلوب: أحسب عدد الدفعات؟

حلول تمارين الفائدة المركبة والمعدلات المتكافئة

حل التمرين الأول(01):

حساب الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى والثالثة:

- حساب الفائدة في نهاية السنة الأولى:

$$i = c(1+t)^n - c$$

$$i_1 = c[(1+t)-1] = 100000[(1+0\cdot08)-1] = 8000_{\text{دج}}$$

$$i_1 = 8000_{\text{دج}}$$

- حساب الفائدة في نهاية السنة الثالثة:
- $i_3 = c[(1+t)-1] = 100000[(1+0\cdot08)^3-1]$

$$i_3 = 100000(0\cdot259712) = 25971\cdot2_{\text{دج}}$$

حساب الجملة المحققة بعد خمس سنوات:

$$V = C(1+t)^n = 100000(1+0\cdot08)^5 = 146932\cdot8$$

$$V = 146932\cdot8_{\text{دج}}$$

حل التمرين الثاني (02):

حساب معدل التوظيف:

$$V = C(1+t)^n \to 8508\cdot54 = 7000(1+t)^4$$

$$\rightarrow 1\cdot 215505714 = 7000(1+t)^4$$

$$\rightarrow t = \sqrt[4]{1\cdot 215505714} - 1 = 0\cdot 05$$

$$\rightarrow t = 5\%$$

حل التمرين الثالث (03):

حساب معد التوظيف:

$$V = C(1+t)^n \rightarrow 184900 = 160000(1+t)^2$$

$$(1+t)^2 = 1\cdot 155625 \rightarrow t = \sqrt[2]{1\cdot 155625} - 1$$

$$(1+t)^2 = 1\cdot 155625 \rightarrow t = \sqrt[2]{1\cdot 155625} - 1$$

$$t = 0\cdot 075 = 7\cdot 5\%$$

-الفوائد المحصل عليها بعد أربع سنوات (نهاية المدة):

$$i = c(1+t)^n - c$$
$$i = 160000(1+0\cdot 075)^4 - 160000 = 213675\cdot 06 - 160000$$

$$i = 53675\cdot 06_{\text{دج}}$$

- بافتراض أن الجملة المحصلة تم إعادة توظيفها بمعدل 8%، فانتجت فائدة بعد مدة زمنية قدرها 100283،7.

حساب مدة التوظيف الجديدة:

الجملة المحصلة بعد 4 سنوات تصبح هي الاصل الموظف بعدل 8% لمدة n:

$$i = c(1+t)^n - c$$
$$i = c[(1+t)^n - 1]$$
$$\rightarrow 100283\cdot 7 = 213675\cdot 06[(1+0\cdot 08)^n - 1]$$
$$\rightarrow 0\cdot 469328054 = (1\cdot 08)^n - 1$$
$$\rightarrow 1\cdot 469328054 = (1\cdot 08)^n$$
$$\rightarrow \log 1\cdot 469328054 = \log(1\cdot 08)^n$$
$$\rightarrow \log 1\cdot 469328054 = n \times \log(1\cdot 08)$$

$$\rightarrow n = \frac{\log(1 \cdot 08)}{\log(1 \cdot 469328054)}$$

$$n = 5\text{سنوات}$$

حل التمرين الرابع (04):

حساب قيمة المبلغ المقترض:

$$V_{n_1} - \mathrm{V}_{\mathrm{n}_2} = 4116 \cdot 72$$

$$c(1+t)^n - c(1+t)^n = 4116 \cdot 76$$
$$c(1+0 \cdot 06)^6 - c(1+0 \cdot 065)^5 = 4116 \cdot 76$$
$$1 \cdot 418519112c - 1 \cdot 370086663c = 4116 \cdot 76$$
$$0 \cdot 0048432448C = 4116 \cdot 76$$
$$C = \frac{4116 \cdot 76}{0 \cdot 0048432448} = 85000\text{دج}$$

حل التمرين الخامس (05):

حساب المعدلات المتكافئة مع المعدلات :

* معدل سداسي مكافئ لمعدل سنوي 10%:

$$\mathrm{t}_2 = (1+0 \cdot 1)^{\frac{1}{2}} - 1 = 1 \cdot 0488 - 1 = 4 \cdot 88\%$$

* معدل ثلاثي مكافئ لمعدل سنوي 9.5%:

$$\mathrm{t}_4 = (1+0 \cdot 095)^{\frac{1}{4}} - 1 = (1 \cdot 0229) - 1 = 0 \cdot 0229 = 2 \cdot 29\%$$

* معدل شهري مكافئ لمعدل سنوي 6%:

$$\mathrm{t}_{12} = (1+0 \cdot 06)^{\frac{1}{4}} - 1 = (1 \cdot 0229) - 1 = 0 \cdot 0229 = 2 \cdot 29\%$$

* معدل ثلاثي مكافئ لمعدل سنوي 5%:

وتتم بخطوتين : تحويل المعدل السداسي إلى معدل سنوي مكافئ له:

$$t = (1+\mathrm{t}_2)^2 - 1 = ((1 \cdot 05)^2) - 1 = 0 \cdot 1025 = 10 \cdot 25\%$$

وهذا عبارة عن معدل سنوي، ثم يحول المعدل السنوي إلى المعدل الثلاثي المكافئ له:

$$t_4 = (1 \cdot 1025)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0 \cdot 02469 = 2 \cdot 469\%$$

* المعدل السنوي المكافئ لمعدل شهري 1% هو:

$$t = (1 + \mathrm{t}_{12})^{12} - 1 = (1 \cdot 01)^{12} - 1 = 0 \cdot 1268 = 12 \cdot 68\%$$

حل التمرين السادس (06):

حساب قيمة كل مبلغ:

نفترض أن $_1$ ، c_2 المبلغين الأول والثاني:

لدينا: $c_1 + \mathrm{c}_2 = 25000$

جملة المبلغ الأول بفائدة بسيطة بعد 20 سنة من التوظيف بمعدل 6% تساوي مع جملة المبلغ الثاني بفائدة مركبة بعد 20 سنة من التوظيف بمعدل 4.5%. ونعبر عن ذلك رياضيًا:

$$\mathrm{V}_{\mathrm{n}_1} = \mathrm{V}_{\mathrm{n}_2}$$

$$\mathrm{C}_1(1 + \mathrm{t}_1 \times \mathrm{n}) = \mathrm{C}_2(1 + \mathrm{t})^{\mathrm{n}} \rightarrow \mathrm{C}_1\left(1 + \frac{6}{10} \times 20\right) = \mathrm{C}_2(1 + 0 \cdot 045)^{20}$$

$$2 \cdot 2\mathrm{C}_1 = 2 \cdot 411714\mathrm{C}_2$$

$$C_1 = \frac{2 \cdot 411714}{2 \cdot 2} \times C_2 = 1 \cdot 096233 C_2$$

بتعويض (2)، في (1) نجد:

$$1 \cdot 0962233 C_2 + C_2 = 25000$$

$$2 \cdot 0962233 C_2 + C_2 = 25000 \rightarrow C_2 = \frac{25000}{2 \cdot 0962233} = 11926 \cdot 15_{\text{دج}}$$

$$C_2 = 11926 \cdot 15_{\text{دج}}$$

حل التمرين السابع(07) :

حساب المدة اللازمة للتوظيف حتى تتساوى جملتهما:

$$V_{n_1} = C_1(1+t)^n = 20000(1+0\cdot05)^n$$

$$V_{n_2} = C_2(1+t)^n = 22000(1+0\cdot045)^n$$

$$V_{n_1} = V_{n_2} \rightarrow 20000(1+0\cdot05)^n = 22000(1+0\cdot045)^n$$

$$\frac{22000}{20000} = \frac{(1\cdot05)^n}{(1\cdot045)^n}$$

$$1\cdot1 = \frac{1\cdot05}{1\cdot045}$$

$$\log 1\cdot1 = \log(1\cdot00478469)^n \rightarrow n = \frac{\log 1\cdot1}{\log(1\cdot00478469)} = \frac{0\cdot095310179}{0\cdot0004773279} = 20\text{سنة}$$

ومنه: $n = 20$سنة

حلول تمارين الدفعات:

حل التمرين الأول:

حساب الفوائد المحققة عند نهاية مدة التوظيف:

- حساب الفوائد المحققة:

$i = V - A \times n$، حيث: V: جملة، i: الفائدة، A: قيمة الدفعة، n: عدد الدفعات

ومن الجدول المالي رقم 3 نجد:

$$i = A \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t} - A \cdot n$$

$$i = 1500 \cdot \frac{(1+0\cdot06)^8 - 1}{0\cdot06} - 1500 \times 8$$

$$i = 14846\cdot2 + 12000 = 26846\cdot2$$

$$i = 1500(9 \cdot 897) + 12000 = 14845 \cdot 5$$

حل التمرين الثاني(02):

- حساب قيمة الدفعة

$$V = A \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

بالاستعانة بالجدول المالي رقم (01) نجد:

$$A = V \cdot \frac{t}{(1+t)^n - 1} \rightarrow A = 9980 \cdot \frac{0 \cdot 08}{(1 \cdot 08)^9 - 1} = \frac{0 \cdot 08}{1 \cdot 999 - 1} = 800_{\text{دج}}$$

حل التمرين الثالث (03):

- حساب الجملة المكتسبة خلا ل السنة الأولى:

يتم حل المسألة على مرحلتين، وليكن $t_1 = 8\%$، و $t_2 = 8\%$

المرحلة الأولى:

وفيها نحسب جملة 10 دفعات سنوية لأول المدة قيمة الواحدة 500 دج، بمعدل 8%، ثم نحسب جملتها في تاريخ لاحق لاستحقاقها بسنتين بمعدل 9% سنويًا.

$$V_1 = \left[A \cdot \frac{(1+t_1)^{10} - 1}{t_1}(1+t_1)\right](1+t_2)^2$$

$$V_1 = \left[500 \cdot \frac{(1 \cdot 08)^{10} - 1}{0 \cdot 08} \cdot (1 \cdot 08)\right](1 \cdot 09)^2$$

$$V_1 = [500 \cdot (14 \cdot 487) \cdot (1 \cdot 08)](1 \cdot 188)$$

$$V_1 = 92 \cdot 9370$$

وعليه فجملة دفعة سنوية فورية قيمتها 500 دج لمدة 12 سنة بمعدل فائدة 8% خلال العشر سنوات الأولى بـ: 9% خلال السنتين الأخيرتين.

المرحلة الثانية:

يتم فيها إيجاد جملة دفعة سنوية لأول مدة قيمتها 500دج لمدة سنتين بمعدل 9% (من سنة 10 – 12).

$$V_1 = \left[A \cdot \frac{(1+t_2)^2 - 1}{t_2}(1+t_2)\right] = 500 \cdot \frac{(1 \cdot 09)^2 - 1}{0 \cdot 09} \cdot (1 \cdot 09)$$

$$\rightarrow 500 \times 2 \cdot 090 \times 1 \cdot 09 = 1139 \cdot 05_{\text{دج}}$$

وعليه فجملة دفعة سنوية فورية قيمتها 500 دج لمدة 12 سنة بمعدل فائدة خلال العشر سنوات الأولى و9% خلال السنتين الأخيرتين هي مجموع المرحلتين السابقتين.

$$V = V_1 + V_2 = 9293 \cdot 70 + 1139 \cdot 05 = 10433 \cdot 25_{\text{دج}}$$

حل التمرين الرابع (04):

- حساب عدد الدفعات

$$V = A \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t} \rightarrow \frac{V}{A} = \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$400000 = 25000 \frac{(1 \cdot 11)^n - 1}{0 \cdot 11} \rightarrow \frac{400000}{25000} = \frac{(1 \cdot 11)^n - 1}{0 \cdot 11}$$

$$16 = 25000 \frac{(1 \cdot 11)^n - 1}{0 \cdot 11} \rightarrow 16 \times 0 \cdot 11 = (1 \cdot 11)^n - 1$$

$$1 \cdot 76 + 1 = (1 \cdot 11)^n - 1$$

$$2 \cdot 76 + 1 = (1 \cdot 11)^n$$

$$\log 2 \cdot 7\,6 = \log(1 \cdot 11)^n$$

$$n = \frac{log\, 2 \cdot 76}{\log(1 \cdot 11)} = \frac{1 \cdot 01523068}{0 \cdot 10436} = 9 \cdot 72 \cong 10\text{دفعات}$$

حل التمرين الخامس (05):

حساب معدل الفائدة:

دفعات التسديد (آخر المدة):

$$V = A \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$23233 \cdot 56 = 4000 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$\frac{23233 \cdot 56}{4000} = \frac{(1+t)^n - 1}{t} \cdots\cdots (01)$$

دفعات توظيف أول المدة:

دفعات التسديد (آخر المدة):

$$V = A \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t} \cdot (1+t)$$

$$\rightarrow 24976 \cdot 08 = 4000 \cdot \frac{(1+t)^n - 1}{t} \cdot (1+t)$$
$$\rightarrow \frac{24976 \cdot 08}{4000} = \frac{(1+t)^n - 1}{t} \cdot (1+t)$$

$$\rightarrow 6 \cdot 24402 = \frac{(1+t)^n - 1}{t} \cdot (1+t) \cdots\cdots (02)$$

بتعويض (01) في (02) نجد:

$$\rightarrow 6 \cdot 24402 = 5 \cdot 80839 \cdot (1+t) \cdots\cdots (02)$$
$$\rightarrow \frac{6 \cdot 24402}{5 \cdot 80839} =\cdot (1+t) \rightarrow 1 \cdot 075 = (1+t)$$
$$\rightarrow \mathrm{t} = 1 \cdot 075 - 1 = 0 \cdot 075 \rightarrow t = 7 \cdot 5\%$$

حساب عدد الدفعات: بتعويض t بقيمته في المعادلة (01) نجد:

$$\rightarrow 5 \cdot 80839 = \frac{(1 \cdot 075)^n - 1}{0 \cdot 075} \rightarrow 0 \cdot 435629$$
$$\rightarrow 0 \cdot 435629 = (1 \cdot 075)^n - 1 \rightarrow 0 \cdot 435629 = (1 \cdot 075)^{\mathrm{n}}$$
$$\rightarrow 0 \cdot 435629 = (1 \cdot 075)^n - 1 \rightarrow 0 \cdot 435629 = (1 \cdot 075)^{\mathrm{n}}$$

$$\rightarrow \log 1 \cdot 435629 = \mathrm{n} \log(1 \cdot 075)$$
$$\rightarrow n = \frac{\log 1 \cdot 435629}{\log(1 \cdot 075)} = \frac{0 \cdot 3616}{0 \cdot 07232} = 5$$
$n = 5$دفعات

حل التمرين السادس(06):

حساب عدد الدفعات:

$$V = A \cdot \frac{1 - (1+t)^{-n}}{t}$$
$$16987 \cdot 81 = 2200 \cdot \frac{1 - (1 \cdot 05)^{-n}}{0 \cdot 05}$$
$$\frac{16987 \cdot 81}{2200} = \frac{1 - (1 \cdot 05)^{-n}}{0 \cdot 05}$$
$$\frac{16987 \cdot 81}{2200} \times 0 \cdot 05 = 1 - (1 \cdot 05)^{-n}$$

$$0 \cdot 3860859 = 1 - (1 \cdot 05)^{-n}$$
$$-0 \cdot 38608659 = 1 - (1 \cdot 05)^{-n}$$
$$-\log 0 \cdot 613913409 = -\log(1 \cdot 05)^{-n}$$

$$n = \frac{\log 0 \cdot 613913409}{\log(1 \cdot 05)} = \frac{0 \cdot 487901386}{0 \cdot 048790164} = 10\text{سنوات}$$

$$n = 20\text{سنة}$$

3

المحور الثالث

اختيار الاستثمارات

1- قرار اختيار الاستثمارات: يعتمد المقاول أو متخذ القرار بصفة عامة في المفاضلة واختيار المشاريع أو الاستثمارات، أو الموافقة على تنفيذها على ما يسمى دراسة الجدوى أو "مخطط الأعمال". بداية بالمخطط التسويقي ودراسة السوق وتوقع حجم وقيمة المبيعات، ومرورا بالمخطط الإنتاجي وتوقع كمية الإنتاج بناءا على المخطط التسويقي، وصولا إلى المخطط المالي، لتوقع قيمة التكاليف الاستثمارية والتشغيلية للمشروع، واعتمادا على مخطط الأعمال يتم توقع التدفقات النقدية الداخلة أو الإيرادات التي تتوقع المؤسسة أو المقاول الحصول عليها خلال سنوات المشروع، وكذا التدفقات النقدية الخارجة، أي التكاليف، وصولا لتقدير صافي التدفقات النقدية.

2- طرق المالية لاختيار الاستثمارات: وفي هذا المحور سنحاول تبيان تطبيق الرياضيات المالية فيما يتعلق باختيار وتقييم الاستثمارات، من خلال تحديد الكيفية والنتيجة التي تمكن المقاول وبمعدل معين أن يختار أو يقيم مشروعه، بالتركيز على معايير التقييم التي تستند إلى القيمة الحالية أو الخصم، أي الأخذ بعين الاعتبار الزمن، وتتمثل هذه المعايير في: معيار صافي القيمة الحالية، معيار معدل العائد الداخلي.

أولا: معيار صافي القيمة الحالية VAN [1]

1-تعريف صافي القيمة الحالية: هي القيمة التي يتم الحصول عليها من الفرق بين التدفقات النقدية الداخلة المخصومة والتدفقات النقدية الخارجة المخصومة، في كل سنة من سنوات عمر المشروع، حيث تشير:

-التدفقات النقدية الداخلة:هي الإيرادات المتوقعة، مثل إيرادات المبيعات، الإعانات والقروض، إيراد التنازل عن الأصول،...الخ.

-التدفقات النقدية الخارجة: تشمل **التكاليف الاستثمارية**، أي التكاليف التي تتحملها المؤسسة أو المقاول لتشغيل المشروع وكذا بداية تشغيله رفي دورته الأولى، وكذلك **التكاليف التشغيلية**، أي التكاليف اللازمة لتنفيذ الإنتاج خلال فترة زمنية معينة، أي نشاط المؤسسة خلال فترة زمنية معينة.

والملاحظ أن التدفقات النقدية الداخلة أو الخارجة السنوية تخصم إل النقطة صفر، أي بدء تنفيذ المشروع، حيث يتم في هذه النقطة(نقطة الخصم) طرح التدفقات النقدية الداخلة من التدفقات النقدية الخارجة للحصول على صافي القيمة الحالية.

2-حساب صافي القيمة الحالية:

يتم حساب صافي القيمة الحالية كما قنا من خلال طرح القيمة الحالية للتدفق النقدي الداخل من القيمة الحالية للتدفق النقدي الخارج.

[1]- باديس بوغرة، **مرجع سابق**، ص ص 254-256.

وفي حالة تكون التدفقات النقدية منتظمة أو متساوية، يتم حساب صافي القيمة الحالية من خلال المعادلة التالية:[1]

$$\mathbf{VAN} = \boldsymbol{R}\left[\frac{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}{\mathbf{i}}\right] - \mathbf{I0}$$

حيث:

VAN= صافي القيمة الحالية

$\boldsymbol{R}$= صافي التدفق النقدي السنوي المتساوي

I0= الاستثمار المبدئي أو التكاليف الاستثمارية

i = معدل الخصم

n= عدد الدفعات أو عدد التدفقات النقدية السنوية

مع الإشارة إلى أن في حالة المفاضلة بين المشاريع وفق هذا المعيار يتم اختيار المشروع الذي يحقق أكبر صافي قيمة حالية، أما في حالة تقييم مشروع واحد فإنه إذا حقق صافي قيمة حالية موجبة يقبل المشروع، وإلا لا يقبل إذا حقق صافي قيمة حالية سالبة.

مثال: قدرت تكلفة مشروع بمبلغ 300000 دج، في حين أن الإيرادات المتوقعة منه تقدر بـ 40000 دج سنويا على مدار 20 سنة من عمره الإنتاجي المقدر، فإذا علمت أن معدل الفائدة 10% سنويا، هل سيقبل المقاول تنفيذ المشروع أم لا؟

الحل:

R= 40000 دج سنويا

I0= 300000 دج

i = 10%

n= 20 دفعة

-حساب صافي القيمة الحالية:

ط1:

$$\mathrm{VAN} = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] - \mathrm{I0}$$

$$\mathrm{VAN} = 40000\left[\frac{1-(1+0.1)^{-20}}{0.1}\right] - 300000$$

$$\mathrm{VAN} = 40000(8.513563) - 300000$$

[1]- منصور بن عوف عبد الكريم، **مرجع سابق**، ص 114.

$$\text{VAN} = 40542.52\ DA$$

ط2:

صافي القيمة الحالية = القيمة الحالية للتدفق النقدي الداخل – القيمة الحالية للتدفق النقدي الخارج

القيمة الحالية للتدفق النقدي الداخل =

$$R\left[\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}{\mathrm{i}}\right]$$

$$40000\left[\frac{1-(1+0.1)^{-20}}{0.1}\right]$$

$$= 40000(8.513563)$$

$$= 340542.52\ DA$$

القيمة الحالية للتدفق النقدي الخارج =300000 دج

صافي القيمة الحالية =

$$\text{VAN} = 340542.52 - 300000$$

$$\boxed{\text{VAN} = 40542.52\ DA}$$

ثانيا: معيار معدل العائد الداخليTRI

1-تعريف معدل العائد الداخلي: معدل العائد الداخلي هو المعدل الذي تتعادل عنده التدفقات النقدية الداخلة مع قيمة الرأسمال المستثمر، كما يعرف بأنه معدل الخصم الذي يعطي قيمة حالية للمشروع تساوي صفر[1]، أي المشروع يحقق توازن لا ربح ولا خسارة، من خلال تغطيته لتكاليف المشروع الاستثمارية والتشغيلية.

إذن يتم تقييم المشاريع أو الاستثمارات بعد تحديد المعدل الداخلي للعائد لكل استثمار، فإذا كان المعدل أقل من معدل الفائدة السائد في السوق، يرفض المشروع، ويقبل المشروع أو الاستثمار الذي يحقق أكبر معدل عائد.[2]

2-حساب معدل العائد الداخلي:[3]

1- باديس بوغرة، **مرجع سابق**، ص 265.

2- ناصر دادي عدون، **مرجع سابق**، ص 161.

3- باديس بوغرة، **مرجع سابق**، ص ص 266–267

إن أهم صعوبة يمكن أن تصادف معيار معدل العائد الداخلي هو عدم معرفة قيمة المعدل i، حيث لتحديده يتم الاعتماد على أسلوب التخمين أو التجربة والخطأ، حيث يتم وفق هذه الطريقة استخدام معدلات خصم مفترضة فإذا شرط القيمة الحالية للتدفق النقدي السنوي مطروح منه التكلفة المبدئية أو تكلفة الحيازة تساوي الصفر، أي:

$$\mathbf{R(1+\mathit{i})^{-n} - I0 = 0}$$

أو في حالة التدفقات النقدية السنوية متساوية نستخدم العلاقة التالية:

$$\mathrm{VAN} = R\left[\frac{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}{\mathrm{i}}\right] - \mathrm{I0}$$

فإن هذا المعدل الذي يحقق الشرط أو التوازن هو معدل العائد الداخلي

وبما أنه من الصعب الحصول على هذا المعدل إلا بعد القيام بعدة تجارب، فإنه إذا اخترنا في بداية الأمر معدل معين 5% مثلا وتحصلنا على قيمة حالية موجبة وقريبة من الصفر فإننا لا بد من أن نختار في المرة المقبلة معدل خصم أعلى من 5% حتى نحصل على قيمة حالية سالبة وقريبة من الصفر، مما يسمح بحساب معدل العائد الداخلي بنتائج أكثر دقة والعكس، ذلك كون معدل العائد الداخلي محصور بين معدل الخصم الذي يجعل القيمة الحالية سالبة عند أصغر قيمة ومعدل الخصم الذي يجعل القيمة الحالية موجبة عند أصغر، ومن ثم نحسب أو نحدد معدل العائد الداخلي بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{TRI = i + \frac{(i2-i1)\quad VAN1}{VAN1-VAN2}}$$

حيث:

VAN1= صافي القيمة الحالية عند معدل الخصم الأكبر

VAN1= صافي القيمة الحالية عند معدل الخصم الأصغر

i1 = معدل الخصم الأصغر

i2 = معدل الخصم الأكبر

ملاحظة: وفق هذه الطريقة يتم المفاضلة بين المشاريع أو الاستثمارات باختيار أو قبول المشروع الذي يحقق أكبر معدل عائد داخلي، ونفس الشيء في حالة مقارنة معدل العائد الداخلي بمعدل العائد الأدنى الذي يرغب المستثمر أو المقاول في تحقيقه.

مثال: تريد مؤسسة تنفيذ أو القيام بمشروع، وعند دراسته وجدت أن التدفقات النقدية الداخلة المتوقعة للمشروع تقدر بـ 40000 دج سنويا خلال عمر المشروع المقدر بـ 5 سنوات، أما التدفقات النقدية الخارجة فتقدر قيمتها الحالية بـ 100000 دج، فإذا علمت أن المؤسسة ترغب في تحقيق معدل عائد قدره *12%* ، هل تقبل المؤسسة المشروع وفق طريقة معدل العائد الداخلي؟

الحل:

R= 30000 دج سنويا

$I0$= 100000 دج

n= 5 سنوات

1- نفترض معدل خصم 17%

بما أن التدفقات النقدية السنوية متساوية فإن:

$$VAN = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] - I0$$

$$VAN = 30000\left[\frac{1-(1+0.17)^{-5}}{0.17}\right] - 100000$$

$$VAN = 30000(3.199346) - 100000$$

$$\boxed{VAN = -4019.62\ DA}$$

بما أن القيمة الحالية سالبة فإننا نخفض المعدل حتى نحصل على قيمة حالية موجبة

2- نفترض معدل خصم 15%

بما أن التدفقات النقدية السنوية متساوية فإن:

$$VAN = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right] - I0$$

$$VAN = 20000\left[\frac{1-(1+0.15)^{-5}}{0.15}\right] - 100000$$

$$VAN = 30000(3.352155) - 100000$$

$$\boxed{VAN = 564.65\ DA}$$

ما دام تحصلنا على قيمة حالية موجبة إذن نحسب معدل العائد الداخلي المحصور بيم المعدلين معدل خصم *17*% و معدل خصم*15*% كما يلي:

$$TRI = i + \frac{(i2-i1)\quad VAN1}{VAN1-VAN2}$$

$$TRI = 15 + \frac{(17-15)\quad 564.65}{564.65 -(-4019.62)}$$

$$TRI = 15 + \frac{1129.3}{4584.27}$$

$$TRI = 15 + 0.25$$

$$\mathbf{TRI = 15.25\%}$$

إذن بما أن معدل العائد الداخلي 15.25% أكبر من معدل العائد الذي ترغب المؤسسة في تحقيقه فإنه تقبل المؤسسة المشروع.

تمارين حول تقييم واختيار الاستثمارات

التمرين 01: ترغب مؤسسة إنتاجية في توسيع مصنعها، ولتحقيق ذلك توفر لها عرضين أو مشروعين للتوسيع، وعليها أن تختار الأفضل بينهما

المشروع 1:

تكلفة المشروع 600000 دج، حيث تسمح هذه التكلفة بالحصول على إيراد أو تدفق سنوي يقدر بـ 120000 دج لمدة 10 سنوات.

المشروع 2:

تكلفة المشروع 300000 دج، حيث تسمح هذه التكلفة بالحصول على إيراد أو تدفق سنوي يقدر بـ100000 دج لمدة 5 سنوات، حيث يمكن لهذا المشروع أن يجدد بصفة مماثلة لمدة جديدة قدرها 5 سنوات.

المطلوب: أي المشروعين تختار المؤسسة إذا كان معدل الفائدة 8 % باعتماد طريقة صافي القيمة الحالية.

التمرين 02: تريد مؤسسة المفاضلة بين مشروعين:

المشروع الأول: يمول بواسطة قرض يسدد بالطريقة التالية:

40000 دج في نهاية سنة 1990 فور حصولها على الاستثمار

30000 دج في نهاية سنة 1991

30000 دج في نهاية سنة 1992

30000 دج في نهاية سنة 1993

60000 دج في نهاية سنة 1995

يسمح هذا الاستثمار للمؤسسة بتحقيق ايراد سنوي صافي يقدر بـــ 36000 دج خلال 6 سنوات.

المشروع الثاني: يتمثل في شراء آلة جديدة عند نهاية سنة 1990 مدة استعمالها 6 سنوات.

35000 دج فورا، والباقي يسدد بواسطة 6 دفعات سنوية صافية متساوية الأولى منها تدفع في نهاية سن 1994، قيمة كل منها 1500 دج

يسمح هذا الاستثمار للمؤسسة بتحقيق ايراد سنوي صافي يقدر بـــ 3000 دج خلال 6 سنوات

قيمة الآلة في نهاية السنة السادسة تقدر بـــ 20000 دج

بيع الآلة القديمة تقدر بـــ 14000 دج

المطلوب: إذا كان معدل الفائدة 10 % ما هو الاستثمار الذي يحقق أعلى مردودية للمؤسسة.

التمرين 03: تستشيرك مؤسسة في إمكانية قبولها لمشروع حيث كانت القيمة الحالية للتدفقات النقدية الخارجة أو تكلفة المشروع تساوي 200000 دج، في حين قدرت إيرادات المتوقعة له هي 75000 دج سنويا لمدة 7 سنوات، فإذا علمت أن المؤسسة ترغب في تحقيق معدل عائد قدره *17%*.

المطلوب: بماذا تنصح المؤسسة، إذا قررت اعتماد:

1- طريقة صافي القيمة الحالية
2- طريقة معدل العائد الداخلي؟

التمرين 04: إليك مشروع ما لخصت إيراداته السنوية وتكاليف تشغيله في الجدول التالي:

السنوات	الإيرادات السنوية	تكاليف التشغيلية
1	6000	0
2	5500	2800
3	3000	1000
4	1500	2200
5	1000	500

فإذا كانت قيمة المشروع البيعية المتوقعة هي 6000 دج

المطلوب: إذا علمت أن معدل الخصم 8% هل تقبل المؤسسة المشروع؟

التمرين 05: تم دراسة مشروع عمره المتوقع 4 سنوات، وعند حساب قيمته الحالية الصافية للتدفقات النقدية عند معدل خصم 15% كانت موجبة بقيمة 5696 دج، وعند معدل الخصم 20% كانت سالبة بقيمة 832 دج.

المطلوب: حساب معدل العائد الداخلي؟

4

المحور الرابع

استهلاك القروض

1- مفاهيم أساسية: كما هو معلوم فإن الشخص المدين أو المؤسسة التي تحتاج إلى الأموال تلجأ إلى عملية الاقتراض متوسطة أو طويلة الأجل، سواء من شخص أو بنك أو أي مؤسسة مالية، لذا وعند تسديد ذلك القرض تلجأ إلى عملية استهلاك القروض.

يأخذ القرض صورة مبلغ أو مبالغ معينة فيسمى **بالقرض العادي**، وقد يأخذ صورة سندات كل منها يمثل جزء من القرض فيسمى **القرض السندي**.[1]

فالقرض العادي هو الذي استلم من طرف مقرض واحد (البنك، شخص، مؤسسة مالية،...الخ)، على عكس القرض السندي الذي يشترك فيه عدة مقرضين.[2]

إن سداد القرض بمعنى المبلغ الأصلي وفوائده مرة واحدة عند تاريخ استحقاقه لا تلائم مصلحة المدين، لذا فإن المتعاقدين على القرض طويلة الأجل يتفقون على استهلاكها وتسويتها على فترات زمنية معينة، من خلال أقساط متساوية من الأصل فقط دون الفائدة أو ما تسمى **طريقة القسط المتناقص أو ما تسمى طريقة قسط الاستهلاك المتساوي**، أو عن طريق أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا أو ما يسمى **طريقة القسط المتساوي** .[3]

وسيتم هنا التركيز على استهلاك القرض العادي من خلال طريقتي القسط المتساوي والمتناقص.

2- استهلاك القروض قصيرة الأجل:

أولا: طريقة استهلاك القروض بدفعات أو أقساط متساوية

طريقة القسط المتساوي هي من أهم الطرق السائدة، يقوم المدين بموجبها بسداد القرض على دفعات متساوية في نهاية فترات زمنية منتظمة عادة ما تكون سنة، بمعنى دفعات عادية(دفعات نهاية المدة)، حيث يضم (يساهم) مبلغ الدفعة أو القسط الذي يرمز له بالرمز a في سداد جزء من أصل القرض بالإضافة إلى سداد جزء من الفوائد المستحقة.[4]

1-حساب القسط أو الدفعة المتساوية

بما أن الأقساط متساوية في نهاية كل فترة زمنية باعتبار أن القرض يسدد عادة في نهاية الفترة فإن القيمة الحالية لهذه الأقساط أو الدفعات (العادية) تساوي مبلغ القرض.

إذن:[5]

[1]- عمر عبد الجواد عبد العزيز، **مرجع سابق**، ص369.

[2]- منصور بن عوف عبد الكريم، **مرجع سابق**، ص 121.

[3]- باديس بوغرة، **مرجع سابق**، ص199.

[4]- أحمد عبد الله درويش، **مرجع سابق**، ص 170.

[5] - Miloudi Boubaker, **Op Cit**, pp118-119.

قيمة القرض = القيمة الحالية للأقساط أو الدفعات العادية

أي:

$$\mathbf{Vo} = \boldsymbol{a}[\frac{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}{\mathbf{i}}]$$

$$\boldsymbol{a} = \frac{Vo}{\frac{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}{\mathbf{i}}}$$

$$\boldsymbol{a} = \mathbf{Vo}[\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}]$$

حيث:

$\boldsymbol{a}$= قيمة القسط أو الدفعة الثابت

Vo = قيمة أو أصل القرض

i = معدل الفائدة

n= مدة القرض

الكسر $\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}$ تعطى قيمته مباشرة من الجدول المالي رقم 05

كما يمكن استخلاص قانون القسط الثابت من خلال قانون الجملة، وذلك بمساواة جملة أصل القرض مع جملة الأقساط المخصصة لاستهلاك القرض

أي:

$$\mathbf{Vo}(\mathbf{1}+\boldsymbol{i})^{\boldsymbol{n}} = \boldsymbol{a}[\frac{\mathbf{(1+i)^{n}-1}}{\mathbf{i}}]$$

$$\boldsymbol{a} = \mathbf{Vo}[\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}]$$

2-جدول استهلاك القرض[1]

[1]- لوصيف كميلية، **الرياضيات المالية**، دار البدر للنشر والتوزيع، العلمة، 2005، ص 100.

يتم الإتفاق بين المدين والبنك على تسديد القرض على أقساط أو دفعات متساوية، حيث تتضمن الدفعة على جزء من القرض يسمى الاستهلاك، والفائدة على مبلغ القرض المتبقي، **حيث:**

الفائدة = مبلغ القرض في بداية الفترة * معدل الفائدة المركبة

$$\mathbf{I = Vo * i}$$

$$\boldsymbol{a} = \mathbf{Vo}\left[\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}\right]$$ = قيمة القسط أو الدفعة الثابتة

قيمة القسط الثابت = الاستهلاك + الفائدة ⟸ الاستهلاك = قيمة القسط الثابت – الفائدة

$$\boldsymbol{m} = \boldsymbol{a} - \mathbf{I}$$

مبلغ القرض في نهاية الفترة = مبلغ القرض في بداية الفترة – استهلاك الفترة

مع الإشارة إلى أن مبلغ القرض في بداية الفترة هو نفسه أو يساوي مبلغ القرض في نهاية الفترة السابقة

والملاحظ أن الاستهلاكات تتزايد من فترة إلى أخرى، في حين الفائدة تتناقص (إذ أنها تحسب من مبلغ القرض في بداية الفترة الذي يتناقص نتيجة لتخفيض أو طرح قيمة الاستهلاك في كل فترة).

مثال1: اقترض شخص من البنك مبلغ 100000 دج وتعهد على سداده على 5 أقساط سنوية متساوية، فإذا علمت أن معدل الفائدة 5% سنوي. قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

Vo = 100000 دج

i = 5% سنويا

n= 5 دفعات

- اعداد جدول استهلاك القرض:

الفترة	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة $\mathbf{I}$	القسط الثابت $\boldsymbol{a}$	الاستهلاك m	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01	100000	5000	23097.5	18097.5	81902.5
02	81902.5	4095.125	23097.5	19002.375	62900.125
03	62900.125	3145.00	23097.5	19952.5	42947.625
04	42947.625	2147.381	23097.5	20950.119	21997.506

0	21997.625	23097.5	1099.875	21997.506	05

* الفائدة في الفترة الأولى = 100000 * 0.05 = 5000 دج.

*القسط أو الدفعة الثابتة :

$$a = \mathrm{Vo}[\frac{\mathrm{i}}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}]$$

$$a = 100000[\frac{0.05}{1-(1+0.05)^{-5}}]$$

$$a = 100000(0.230975)$$

$$a = 23097.5 \text{ DA}$$

*استهلاك الفترة الأولى = القسط الثابت – فائدة الفترة الأولى

= 23097.5 – 5000 = 18097.5 دج

* مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = مبلغ القرض في بداية الفترة الأولى – استهلاك الفترة الأولى

= 100000- 18097.5 = 81902.5 دج

* مبلغ القرض في بداية الفترة الثانية = مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = 81902.5 دج

وهكذا نعيد حساب نفس العناصر للفترات الأخرى المتبقية.

مثال 2[1]: اقترض شخص مبلغ 25324.5 دج من البنك على أن يسدد الأصل والفوائد على أقساط متساوية تدفع كل نصف سنة لمدة 3 سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة السنوي 12 % ,أن الفوائد تضاف سداسيا، قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

Vo= 25324.5 دج

i = 12% سنويا، وما دامت الفوائد تدفع سداسيا إذن المعدل السنوي 12% يحول إلى معدل سداسي 12/2 = 6% نصف سنوي.

n= الفوائد تدفع سداسيا لمدة 3 سنوات، بمعنى تعطي **n** = 2*3 = 6 دفعات

إعداد جدول استهلاك القرض:

[1]- باديس بوغرة، **مرجع سابق**، ص214.

الفترة	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة I	القسط الثابت a	الاستهلاك m	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01	25324.5	1519.47	5150	3630.53	21693.97
02	21693.97	1301.63	5150	3848.37	17845.6
03	17845.6	1070.73	5150	4079.27	13766.33
04	13766.33	825.97	5150	4324.03	9442.3
05	9442.3	566.53	5150	4583.47	4858.83
06	4858.83	291.52	5150	4858.48	0

* الفائدة في الفترة الأولى = 25324.5 * 0.06 = 1519.47 دج.

*القسط الثابت :

$$a = \mathrm{Vo}[\frac{\mathrm{i}}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}]$$

$$a = 25324.5[\frac{0.06}{1-(1+0.06)^{-6}}]$$

$$a = 25324.5(0.203362)$$

$$a = 5150 \ \ \mathrm{DA}$$

*استهلاك الفترة الأولى = القسط الثابت – فائدة الفترة الأولى

= 5150 – 1519.47 = 3630.53 دج

* مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = مبلغ القرض في بداية الفترة الأولى – استهلاك الفترة الأولى

= 25324.5- 3630.53 = 21693.97 دج

* مبلغ القرض في بداية الفترة الثانية = مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = 21693.97 دج

وهكذا نعيد حساب نفس العناصر للفترات الأخرى المتبقية.

3- العلاقة بين الاستهلاكات

– من جدول الاستهلاك رأينا أن مجموع الاستهلاكات يساوي مجموع مبلغ القرض (أصل القرض)، أي مبلغ القيمة الحالية Vo ، أي:[1] $\mathbf{Vo} = \boldsymbol{m1} + \boldsymbol{m2} + \boldsymbol{m3} + \cdots + \boldsymbol{mn}$

1- منصور بن عوف عبد الكريم، **مرجع سابق**، ص 123.

- وإذا بحثنا عن العلاقة بين الاستهلاكات نفسها، فإننا إذا قسمنا استهلاكين متتاليين $m2$ و$m1$ مثلا فإننا نجد أنهما يعطيان قيمة ثابتة، أي:[1]

$$\frac{m2}{m1} = (1 + i)$$

بالرجوع إلى المثال رقم 1 نجد مثلا :

$$\frac{19002.375}{18097.5} = (1 + 0.05)$$

بمعنى أن الاستهلاك في أي سطر = الاستهلاك السابق له * $(1 + i)$، وبالتالي فإن الاستهلاكات تكون فيما بينها متتالية هندسية حدها الأول هو$m1$ وأساسها $(1 + i)$ وعدد حدودها **n**.

أي:

$$m2 = m1(1 + i)$$

$$m3 = m2(1 + i) = m1(1 + i)^{2}$$

$$m4 = m3(1 + i) = m1(1 + i)^{3}$$

$$\boxed{mn = m1(1 + i)^{n-1}}$$

4-العلاقة بين الاستهلاك ومبلغ القرض

-العلاقة بين الاستهلاك الأول ومبلغ القرض[2]

انطلاقا من أن مجموع الإستهلاكات يساوي أصل القرض، **أي:**

$$Vo = m1 + m2 + m3 + \cdots + mn$$

$$Vo = m1 + m1(1 + i) + m1(1 + i)^{2} + \cdots + m1(1 + i)^{n-1}$$

وبما أن الاستهلاكات تكون فيما بينها متتالية هندسية حدها الأول هو$m1$ وأساسها $(1 + i)$ وعدد حدودها **n**، **فإن:**

$$Vo = m1\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

[1]- ناصر دادي عدون، **مرجع سابق**، ص 122.

[2]- زعيبط نور الدين، **محاضرات في الرياضيات المالية**، دار الفجر للطباعة والنشر، قسنطينة، 2008، ص 99.

ومنه:

$$\boldsymbol{m1} = \mathbf{Vo}[\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}]$$

مثال: أعد خمسة سطور الأولى من جدول استهلاك قرض لمدة 10 سنوات، إذا علمت أن الاستهلاك الأول يساوي 43426.5 دج، وأن الاستهلاك الثالث يساوي 49719.000 دج

الحل:

$m1 =$ 43426.500 دج

$m3 =$ 49719.000 دج

-حساب معدل الفائدة:

لدينا :

$$m3 = m2(1+i) = m1(1+\mathrm{i})^{2}$$

$$49719.000 = 43426.500(1+\mathrm{i})^{2}$$

$$\sqrt{\frac{49719.000}{43426.500}} - 1 = \mathrm{i}$$

$$1.0700 - 1 = \mathrm{i}$$

$$0.07 = \mathrm{i}$$

إذن معدل الفائدة هو 7%

-حساب أصل القرض:

$$\mathrm{Vo} = m1[\frac{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}{\mathrm{i}}]$$

$$\mathrm{Vo} = 43426.500[\frac{(1+0.07)^{10}-1}{0.07}]$$

$$\mathrm{Vo} = 43426.500(13.816447)$$

$$\mathrm{Vo} = 600000\ \mathrm{DA}$$

- حساب القسط الثابت:

$$a = Vo[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}]$$

$$a = 600000[\frac{0.07}{1-(1+0.07)^{-10}}]$$

$$a = 600000(0.1423775)$$

$$a = 85426.5 \text{ DA}$$

-إعداد 5 سطور الأولى من جدول استهلاك القرض:

الفترة	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة **I**	القسط الثابت ***a***	الاستهلاك *m*	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01	600000	42000	85426.5	43426.5	556573.5
02	556573.5	38960.145	85426.5	46466.355	510107.145
03	510107.145	35707.500	85426.5	49719.000	460388.145
04	460388.145	32227.170	85426.5	53199.330	407188.815
05	407188.815	28503.217	85426.5	56923.283	350265.532

-العلاقة بين قيمة القسط الثابت والاستهلاك الأخير[1]

من جدول الاستهلاك لاحظنا أن المبلغ القرض في بداية الفترة للسنة الأخيرة(المبلغ المتبقي للتسديد للسنة الأخيرة) يساوي مبلغ الاستهلاك لتلك السنة، أي:

$$\text{Vn} = mn$$

وأيضا لدينا:

قيمة القسط الثابت أو الدفعة تساوي المبلغ القرض في بداية الفترة للسنة الأخيرة(المبلغ المتبقي للتسديد للسنة الأخيرة) * معدل الفائدة، أي:

$$a = mn + \text{Vn} * \text{i}$$

$$a = mn + mn * \text{i}$$

$$\boldsymbol{a = \mathbf{mn}(1 + \mathbf{i})}$$

إذن:

1- منصور بن عوف عبد الكريم، **مرجع سابق**، ص 127.

قيمة القسط الثابت أو الدفعة = الاستهلاك الأخير * (1+i)

ومنه:

الاستهلاك الأخير = القسط الثابت * $(1+\mathrm{i})^{-1}$

أي:

$$\boxed{\mathbf{mn} = \boldsymbol{a}\,(\mathbf{1}+\mathbf{i})^{-\mathbf{1}}}$$

-علاقة مجموع الاستهلاكات الأولى[1]

ليكن لدينا x استهلاك، مجموع الاستهلاكات إلى غاية الفترة x من جدول استهلاك القرض هو:

$$\sum_{n=1}^{x} mn = m1 + m2 + m3 + \cdots + mx$$

$$\sum_{n=1}^{x} mn = m1 + m1(1+i) + m1(1+i)^{2} + \cdots + \mathrm{m1}(1+\mathrm{i})^{x-1}$$

وبتطبيق معادلة حساب المتتالية الهندسية نجد مجموع الاستهلاكات إلى غاية الفترة x بالإعتماد على الاستهلاك الأول تساوي:

$$\boldsymbol{\sum_{n=1}^{x} mn = m1\left[\frac{(1+\mathrm{i})^{x}-1}{\mathrm{i}}\right]}$$

أما مجموع الاستهلاكات إلى غاية الفترة x بالإعتماد على أصل القرض فيمكن إيجادها كما يلي:

لدينا:

$$m1 = \mathrm{Vo}\left[\frac{\mathrm{i}}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}\right]$$

إذن:

$$\sum_{n=1}^{x} mn = \mathrm{Vo}\left[\frac{\mathrm{i}}{1-(1+\mathrm{i})^{-\mathrm{n}}}\right]\left[\frac{(1+\mathrm{i})^{x}-1}{\mathrm{i}}\right]$$

$$\boldsymbol{\sum_{n=1}^{x} mn = \mathrm{Vo}\left[\frac{(1+\mathrm{i})^{x}-1}{(1+\mathrm{i})^{\mathrm{n}}-1}\right]}$$

حيث:

n= عدد سنوات القرض

x = عدد الأقساط الأولى

[1]- روينة عبد السميع، **مرجع سابق**، ص72.

مثال:أوجد الاستهلاكات الثلاث الأولى في المثال2

الحل:

-حساب الاستهلاكات الثلاث الأولى:

ط1:

$$\sum_{n=1}^{3} mn = m1 + m2 + m3$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = 3630.53 + 3848.37 + 4079.27$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = 11558.17\ DA$$

ط2: بالإعتماد على الاستهلاك الأول:

$$\sum_{n=1}^{x} mn = m1[\frac{(1+\text{i})^{x}-1}{\text{i}}]$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = m1[\frac{(1+\text{i})^{3}-1}{\text{i}}]$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = 3630.53[\frac{(1+0.06)^{3}-1}{0.06}]$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = 3630.53(3.1836)$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = 11558.16\ DA$$

ط3: بالاعتماد على مبلغ القرض:

$$\sum_{n=1}^{x} mn = \text{Vo}[\frac{(1+\text{i})^{x}-1}{(1+\text{i})^{\text{n}}-1}]$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = 25324.5\left[\frac{(1+0.06)^{3}-1}{(1+0.06)^{6}-1}\right]$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = 25324.5(0.456409)$$

$$\sum_{n=1}^{3} mn = 11558.32\ DA$$

5-حساب المتبقي من القرض بعد سداد القسطx

من جدول استهلاك القرض نجد أن قيمة القرض بعد سداد القسط x يساوي إلى أصل القرض مطروح منه الاستهلاكات بعد سداد القسط x ، فإذا رمزنا لقيمة القرض بعد سداد القسط x بالرمز Vx، أي:[1]

$$Vx = \text{Vo} - \sum_{n=1}^{x} mn$$

$$\text{Vo} - \text{Vo}[\frac{(1+\text{i})^{x}-1}{(1+\text{i})^{\text{n}}-1}]$$

$$Vx = \text{Vo}[\frac{[(1+\text{i})^{\text{n}}-1]-[(1+\text{i})^{x}-1]}{(1+\text{i})^{\text{n}}-1}]$$

$$\boldsymbol{Vx = \text{Vo}[\frac{(1+\text{i})^{\text{n}}-(1+\text{i})^{x}}{(1+\text{i})^{\text{n}}-1}]}$$

مثال:أوجد القيمة المتبقية من القرض بعد سداد القسط الرابع في المثال 1

الحل:

-حساب القيمة المتبقية من القرض بعد سداد القسط الرابع:

ط1:

$$Vx = \text{Vo} - \sum_{n=1}^{x} mn$$

$$Vx = 25324.5 - (3630.53 + 3848.37 + 4079.27 + 4324.03)$$

$$Vx = 9442.3 \quad \text{DA}$$

ط2:

$$Vx = \text{Vo}[\frac{(1+\text{i})^{\text{n}}-(1+\text{i})^{x}}{(1+\text{i})^{\text{n}}-1}]$$

$$Vx = 25324.5[\frac{(1+0.06)^{6}-(1+0.06)^{4}}{(1+0.06)^{6}-1}]$$

$$Vx = 25324.5(0.372845)$$

$$Vx = 9442.1 \quad \text{DA}$$

6-بعض العلاقات المهمة

- الفرق بين فائدتين يساوي الفرق بين استهلاكين.

[1]- زعيبط نور الدين، **مرجع سابق**، ص 100.

- بما أن القسط الثابت يساوي فائدة فترة أو سنة معينة + استهلاك نفس السنة، **فإن:**

مجموع الأقساط المدفوعة = مجموع الفوائد + مجموع الاستهلاكات

2- استهلاك القروض طويلة الاجل:

طريقة استهلاك القروض بإستهلاكات متساوية أو دفعات متغيرة

تسمى هذه الطريقة أيضا بطريقة الاستهلاك بأقساط متغيرة أو متناقصة، حيث بمقتضاها يتم استهلاك أصل القرض أو مبلغ القرض فقط على أساس أقساط من استهلاكات متساوية مع سداد الفوائد على المتبقي من أصل القرض في بداية الفترة (المبلغ القرض في بداية الفترة).[1]

1-حساب قسط الاستهلاك المتساوي[2]

قيمة الاستهلاك الثابت تحسب مباشرة بقسمة أصل أو مبلغ القرض على عدد الدفعات المحددة لإستهلاك القرض، **أي:**

قسط الاستهلاك المتساوي = قيمة القرض / عدد الدفعات أو فترات استهلاك القرض

إذن:

$$m = \frac{\mathbf{Vo}}{\mathbf{n}}$$

حيث:

m= قيمة قسط الاستهلاك الثابت

Vo = قيمة أو أصل القرض

n= مدة القرض

2-جدول استهلاك القرض[3]

يتضمن جدول استهلاك القرض وفق هذه الطريقة على:

- أصل القرض في بداية المدة، الذي يعتبر نفسه أصل القرض في نهاية المدة أو الفترة.

- الفوائد المستحقة كل فترة **I** ، حيث أن فائدة فترة معينة تحسب بالعلاقة التالية:

1- باديس بوغرة، **مرجع سابق**، ص199.

2- ناصر دادي عدون، **مرجع سابق**، ص 134.

3- باديس بوغرة، **مرجع سابق**، ص ص 200-201.

الفائدة = مبلغ القرض في بداية الفترة * معدل الفائدة المركبة

حيث مبلغ القرض في بداية الفترة = مبلغ القرض في بداية الفترة السابقة – استهلاك الفترة السابقة أو بعبارة أخرى يساوي مبلغ القرض في نهاية الفترة.

- قيمة أو قسط الاستهلاك الثابت m، الذي يحسب بقسمة قيمة القرض على عدد الفترات.
- قيمة القسط أو الدفعة الواجبة السداد a ، حيث تتضمن الدفعة الاستهلاك والفائدة، والملاحظ أن قيمة الدفعة في هذه الطريقة ستكون متغيرة وليست ثابتة .

مثال: اقترض شخص من البنك مبلغ 100000 دج وتعهد على سداده على 5 أقساط سنوية، على أن تسدد الفوائد على المبلغ المتبقي من القرض في نهاية كل سنة، فإذا علمت أن معدل الفائدة 5% سنوي. قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

Vo = 100000 دج

i = 5% سنويا

n= 5 دفعات

- إعداد جدول استهلاك القرض:

* الفائدة في الفترة الأولى = 100000 * 0.05 = 5000 دج.

*قسط الاستهلاك الثابت :

$$m = \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}}$$
$$m = \frac{100000}{5} = 20000\ \mathrm{DA}$$

* مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = مبلغ القرض في بداية الفترة الأولى – استهلاك الفترة الأولى

= 100000- 20000 = 80000 دج

* مبلغ القرض في بداية الفترة الثانية = مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = 80000 دج

وهكذا نعيد حساب نفس العناصر للفترات الأخرى المتبقية.

الفترة	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة I	القسط a	الاستهلاك الثابت m	مبلغ القرض في نهاية الفترة

01	100000	5000	25000	20000	80000
02	80000	4000	24000	20000	60000
03	60000	3000	23000	20000	40000
04	40000	2000	22000	20000	20000
05	20000	1000	21000	20000	0

3- بعض العلاقات المهمة[1]

- بما أن:

قسط الاستهلاك المتساوي = قيمة القرض / عدد الدفعات أو فترات استهلاك القرض

فإن:

أصل القرض يساوي إلى الاستهلاك الثابت * عدد الفترات أو الدفعات

أي:

$$\mathbf{Vo} = \boldsymbol{m} * \mathbf{n}$$

- قيمة الدفعة لأي فترة تساوي قيمة الدفعة للفترة التي تسبقها منقوص منها فائدة استهلاك الفترة

حيث:

الدفعة أو القسط للفترة الأولى= الاستهلاك + الفائدة

$$a1 = m + \mathrm{I}$$

$$a1 = \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}} + \mathrm{Vo} * \mathrm{i}$$

$$a(x+1) = m + \mathrm{I}(x+1) = \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}} + \mathrm{V}(x+1) * \mathrm{i}$$

ولدينا:

$$\mathrm{V}(x+1) = \mathrm{V}x - \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}}$$

إذن:

[1]- ناصر دادي عدون، **مرجع سابق**، ص ص 136-137.

$$a(x+1) = \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}} + \left(\mathrm{V}x - \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}}\right) * \mathrm{i}$$

$$a(x+1) = \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}} + \mathrm{V}x * \mathrm{i} - \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}} * \mathrm{i}$$

$$\boldsymbol{a(x+1) = ax - \frac{\mathbf{Vo}}{\mathbf{n}} * \mathbf{i}}$$

مثال: بتطبيق القانون على المثال السابق، أوجد قيمة الدفعة أو القسط الثالث

الحل:

لدينا:

$$a(x+1) = ax - \frac{\mathrm{Vo}}{\mathrm{n}} * \mathrm{i}$$

$$a(2+1) = a2 - m * \mathrm{i}$$

$$a3 = a2 - m * \mathrm{i}$$

$$a3 = 24000 - 20000 * 0.05$$

$$\mathrm{ax} = 23000\ \mathrm{DA}$$

-الدفعة أو القسط الأخير يساوي جملة الاستهلاك لفترة واحدة، **حيث:**

الدفعة الأخيرة = قسط الاستهلاك المتساوي+ فائدة مبلغ القرض في بداية الفترة الأخيرة

وبما أن:

مبلغ القرض في بداية الفترة الأخيرة = قسط الاستهلاك المتساوي

فإن:

الدفعة الأخيرة = قسط الاستهلاك المتساوي+ قسط الاستهلاك المتساوي* معدل الفائدة

$$ax = m + m * \mathrm{i}$$

$$\boldsymbol{ax = m(1 + \mathbf{i})}$$

مثال: بتطبيق القانون على المثال السابق، أوجد قيمة القسط أو الدفعة الأخيرة.

الحل:

$$ax = m(1 + \mathrm{i})$$

$$ax = 20000(1 + \mathbf{0.}05)$$

$$ax = 20000(1.05)$$

$$\mathrm{ax} = 21000\ \mathrm{DA}$$

- مجموع الأقساط أو الدفعات تساوي قيمة الدفعة الأولى مضاف إليها قيمة الدفعة الأخيرة مقسمة على 2 ، الحاصل مضروب في عدد الدفعات، **حيث:**

مجموع المتتالية الحسابية = (الحد الأول + الحد الأخير/2)* عدد حدودها

وباستعمال هذه العلاقة نجد :

$$\boxed{\boldsymbol{\sum_{x=1}^{\mathrm{n}} ax = \left[\frac{a1+an}{2}\right] * \mathrm{n}}}$$

مثال: بالتطبيق على المثال السابق، أوجد مجموع الدفعات.

الحل:

ط1:

$$\sum_{x=1}^{\mathrm{n}} ax = a1 + a2 + a3 + a4 + a5$$

$$\sum_{x=1}^{\mathrm{n}} ax = 25000 + 24000 + 23000 + 22000 + 21000$$

$$\boxed{\sum_{x=1}^{\mathrm{n}} ax = 115000\ DA}$$

ط2:

$$\sum_{x=1}^{\mathrm{n}} ax = \left[\frac{a1+an}{2}\right] * \mathrm{n}$$

$$\sum_{x=1}^{\mathrm{n}} ax = \left[\frac{25000+21000}{2}\right] * 5$$

$$\boxed{\sum_{x=1}^{\mathrm{n}} ax = 115000\ DA}$$

-الفرق بين فائدتين متتاليتين يساوي فائدة قسط الاستهلاك الثابت

مثال: بالتطبيق على المثال السابق، أوجد قسط الاستهلاك الثابت، إذا علمت أن فائدة السنة الثالثة تساوي 3000 دج، وفائدة السنة الرابعة تساوي 2000 دج، أما معدل الفائدة فهو 5% سنويا.

الحل:

لدينا: الفرق بين فائدتين متتاليتين يساوي فائدة قسط الاستهلاك الثابت

إذن:

$$a3 - a4 = m * \mathrm{i}$$

$$3000 - 2000 = m * 0.05$$

$$1000 = m * 0.05$$

$$\boxed{m = 20000\ DA}$$

تمارين حول استهلاك القروض

التمرين 01: إقترض شخص من البنك مبلغ 500000 دج بمعدل فائدة مركبة 4% ، يسدد على 5 فترات نصف سنوية، وقد اتفق الشخص مع البنك على تسديد الفوائد وأصل القرض في نهاية المدة.

المطلوب: حدد المبلغ الذي يدفعه المدين.

التمرين 02: قرض بقيمة أ يستهلك بواسطة 10 أقساط سنوية متساوية، فإذا كان الاستهلاك الثالث يساوي 4207.40 دج ، الإستهلاك السادس يساوي 4870.60دج

المطلوب: أحسب:- معدل القرض.

- مبلغ القرض.
- القسط الثابت.
- الباقي من القرض بعد سداد القسط الثامن.

التمرين 03: قرض بقيمة أ يستهلك بواسطة 6 أقساط متساوية، نسبة الاستهلاك الثالث من الإستهلاك الأول تساوي 1.0816 ، أما الفرق بينهما فهو 3690.66 دج .

المطلوب: أوجد:- معدل القرض.

- الإستهلاك الأول.
- قيمة القرض.
- قيمة القسط الثابت.

التمرين 04: قرض يسدد على 15 دفعة سنوية ثابتة بنسبة فائدة 9%، إذا كان المبلغ المستهلك حتى الدفعة السادسة مباشرة هو 76871.16981 دج .

المطلوب: - احسب الإستهلاك الأول.

- باقي القرض بعد الدفعة السادسة.

- اعد الأسطر الأربعة الأولى من جدول الإستهلاك.

التمرين 05 : أكمل انجاز الجدول التالي:

الرقم	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة I	الإستهلاك	القسط	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01		60000			
02					
03					
04					
05			180991.98		
06			191851.69		

التمرين 06: لدينا المعلومات التالية من جدول استهلاك القرض:

-عدد الدفعات= عشرة.

-مجموع الإستهلاك الرابع والسادس = 19350.68 دج

-الفرق بين الإستهلاك الرابع والسادس = 943.38 دج

المطلوب: حساب: - معدل القرض.

- الإستهلاك العاشر.

- مبلغ الدفعة أو القسط.

- قيمة القرض.

التمرين 07: اقترض شخص مبلغ 50000 دج وقد اتفق مع البنك على استهلاكه خلال 5 سنوات عن طريق أقساط سنوية متساوية من الأصل فقط، على أن تحسب الفوائد على المبلغ المتبقي من القرض في نهاية كل سنة، بمعدل فائدة 8 % سنويا

المطلوب: إعداد جدول استهلاك هذا القرض.

5

المحور الخامس

التقنيات البورصية

1- **تقييم السندات والعوامل التي تؤثر على قيمة السند:** عادة ما تحتاج المؤسسات أو الشركات لمبالغ مالية كبيرة ولمدة طويلة، أين يصعب لها اقتراض أو طلب هذه المبالغ من البنوك والمؤسسات المالية، لذا تلجأ هذه المؤسسات أو الشركات أو ما تسمى بالجهة المقترضة بإصدار سندات يحق للمؤسسات والجمهور الاكتتاب فيها، حيث تكون هذه السندات ذات قيم متساوية تسمى بالقيمة الاسمية.

أولا: مفهوم السند

1- تعريف السند: هو عبارة عن صك مكتوب يعتبر دينا لحامله أو مالكه على الجهة أو المؤسسة الصادرة له، بمعدل فائدة ومدة معينين في السند، وهو قابل التداول.[1]

فالسندات أوراق مالية لها قيمة اسمية واحدة وقابلة للتداول، تصدرها شركات المساهمة أي تصدرها أو تطرحها للاكتتاب سواء العام أو الخاص، أين تتعهد الشركة الصادرة لها بسداد قيمة السندات وفقا لشروط الإصدار.

يتضمن السند عدة معلومات إضافة إلى اسم المؤسسة أو الجهة المصدرة له وبياناتها لجعل الجمهور يقبلون عليها، تتمثل هذه المعلومات في:[2]

- القيمة الاسمية للسند: وهي القيمة المكتوبة أو المدونة ضمنه، والتي يتم على أساسها حساب الفوائد الدورية للسند.

- القيمة الاستهلاكية للسند(قيمة التسديد): وهي القيمة التي تعطيها المؤسسة أو الجهة المصدرة للسند لحامله عند تاريخ استحقاقه، أي القيمة التي يتحصل عليها حامل السند.

مع العلم أن القيمة الاستهلاكية يمكن أن تتساوى مع القيمة الاسمية للسند، كما يمكن أن تكون أكبر، في هذه الحالة يعني أن المؤسسة قد أصدرت السند بعلاوة تسمى علاوة الإصدار، قيمة هذه العلاوة تساوي الفرق بين القيمتين (القيمة الاستهلاكية والقيمة الاسمية)، كما يمكن أن تكون أقل من القيمة الاسمية للسند، في هذه الحالة يعني أن المؤسسة قد أصدرت السند بخصم، قيمة هذا الخصم تساوي الفرق بين القيمتين.

- معدل فائدة السند: وهو معدل الفائدة الذي يجب أن يكون ثابت طول مدة الاقتراض.

- تاريخ استحقاق السند: أي تاريخ استهلاك أو تسديد قيمة السند.

- مدة القرض وتواريخ دفع الفوائد الدورية، والتي يجب أن تحدد عند الإصدار ويتضمنها أيضا السند.

علما أن قيمة السند تقسم إلى عدة قيم متساوية، بمعنى أن القيمة تقسم إلى أقساط أو لعدد من السندات الجزئية المتساوية المبلغ والمنتظمة الفترة، حيث يتقاضى حامل السند في نهاية كل فترة أو بموجب كل سند جزئي الفائدة الدورية الخاصة بالسند عن تلك الفترة.

2- أنواع السندات: هناك عدة أنواع للسندات منها:

---

[1]- أحمد عبد الله درويش، **مرجع سابق**، ص 187.

[2]- عمر عبد الجواد عبد العزيز ، **مرجع سابق**، ص ص393-394.

- سند اسمي: بمعنى أنه مرتبط باسم حامل معين وهو المسجل لدى الجهة المصدرة له، فإذا أراد حامل السند بيعه وجب عليه إعلام الجهة المصدرة باسم المشتري الجديد للسند.

- سند لحامله: بمعنى السند غير مسجل عليه اسم المشتري وإنما عبارة لحامله، أي يحق لحامله التنازل عنه لأي شخص دون الحاجة لإعلام الجهة المصدرة للسند.

2- استهلاك القروض السندية

عندما تكون المؤسسة أو الجهة المصدرة للسند بحاجة إلى قروض طويلة الأجل بمبالغ كبيرة فإنها تلجأ إلى إصدار السندات، حيث تقوم بداية بإعلام الجمهور بعملية الإكتتاب العام، وبمجرد الإنتهاء من العملية الأخيرة يتم إصدار السندات، حيث لا يمكن شراء أو بيع السندات بعد هذه العملية في المؤسسة، إلا من خلال بورصة الأوراق المالية (سوق تداول الأوراق المالية).

ويقصد بعملية تقييم السندات معرفة قيمة السند الشرائية أو السوقية في تاريخ معين وبمعدل فائدة معين، علما أن معدل الفائدة المكتوب في السند قد يكون أكبر أو أقل من معدل الفائدة السائد في السوق، كما أن القيمة السوقية للسند تتأثر بعدة عوامل أهمها:[1]

- معدل الفائدة في السوق وكذا معدل فائدة السند.

- القيمة الإستهلاكية أو قيمة تسديد السند وهل هي أكبر أو أقل أو تساوي القيمة الإسمية.

- المدة المتبقية حتى تاريخ استهلاك السند.

- قوة أو ضعف المركز المالي للمؤسسة المصدرة للسند.

- حالة سوق تداول الأوراق المالية أو البورصة من حيث العرض والطلب.

وبما أن حامل السند يستفيد من القيمة الاستهلاكية أو قيمة تسديد السند في نهاية المدة والتي تدفع دفعة واحدة، إلى جانب فوائد السند أو عوائده والتي تدفع في نهاية كل فترة زمنية معينة، فإن قيمة السند السوقية في أي تاريخ تساوي القيمة الحالية لإيراداته أو فوائده، مضاف إليها القيمة الحالية لقيمته الاستهلاكية (قيمة تسديده)، حيث تحسب القيمة الحالية على أساس معدل الفائدة السائد في السوق في تاريخ تقييم السند.

إذن:[2]

قيمة السند السوقية = القيمة الحالية لقيمة تسديد السند + القيمة الحالية لفوائد السند

حيث:

[1]- أحمد عبد الله درويش، **مرجع سابق**، ص 188.

[2]- عمر عبد الجواد عبد العزيز، **مرجع سابق**، ص 396.

القيمة الحالية لقيمة تسديد السند: الملاحظ أن القيمة الاستهلاكية أو قيمة تسديد السند هي قيمة ثابتة تستحق في نهاية مدة السند، يرمز لها بالرمز R ، لذا فإن قيمتها الحالية يمكن حسابها بإستخدام الجدول المالي رقم 02 أي القيمة الحالية لدينار واحد VA.

القيمة الحالية لفوائد السند: نلاحظ أن فوائد السند هي مبالغ دورية ثابتة ومتساوية، أي تمثل دفعات متساوية، لذا يمكن حساب قيمتها الحالية باستخدام الجدول رقم 04، أي القيمة الحالية لدفعات عادية مقدارها دينار واحد يرمز لها بالرمز C لعدد الدفعات n بمعدل فائدة i.

ومنه القيمة السوقية للسند تساوي:

$$A = R * \mathbf{VA} + (\mathbf{I} * \mathbf{Cn}) * \mathbf{i}$$

حيث:

A = القيمة السوقية للسند

R = القيمة الاستهلاكية أو تسديد السند

VA = القيمة الحالية لدينار واحد للقيمة الاستهلاكية

I = الفوائد الدورية للسند

C = القيمة الحالية لدينار واحد لدفعة عادية

i = معدل فائدة السند السوقي

n = مدة السند

وبما أن قيمة تسديد السند أو القيمة الاستهلاكية كما قلنا أنها يمكن أن تكون أكبر من القيمة الاسمية أو مساوية لها أو أكبر منها، فإنه بناء على ذلك هناك 3 حالات لحساب قيمة السند السوقية، هي:

1-قيمة تسديد السند (القيمة الاستهلاكية) تساوي القيمة الاسمية للسند:

مثال1: سند قيمته الاسمية5000 دج ومعدل فائدته السنوية 7% ، يستهلك بعد 20 سنة بقيمته الاسمية، ما هو ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق 10% سنويا.

الحل:

I = 5000 * 0.07 = 350 دج

R = القيمة الاسمية = 5000 دج (القيمة الاستهلاكية = القيمة الاسمية)

i = 0.1

n =20

VA = 0.148643 (من الجدول رقم 1 المعدل 0.1 والمدة 20)

C =8.513563 (من الجدول رقم 4 المعدل 0.1 والمدة 20)

إذن قيمة السند السوقية أو ثمن شراء السند ***A*** تساوي:

$$A = R * \text{VA} + (\text{I} * \text{C})$$
$$A = 5000 * (0.148643) + (350 * 8.513563)$$
$$A = 743.215 + 2979.74$$
$$A = 3722.95\ DA$$

نلاحظ أن ثمن شراء السند أقل من قيمته الاسمية، وهذا راجع إلى أن معدل الفائدة للسند أقل من معدل الاستثمار أو الفائدة السائدة في السوق عند الشراء.

مثال2: سند قيمته الاسمية5000 دج ومعدل فائدته السنوية 9% ، يستهلك بعد 20 سنة بقيمته الاسمية، ما هو ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق 5% سنويا.

الحل:

I = 5000 * 0.09 = 450 دج

R = القيمة الاسمية = 5000 دج (القيمة الاستهلاكية = القيمة الاسمية)

i = 0.05

n =20

VA = 0.376889 (من الجدول رقم 1 المعدل 0.05 والمدة 20)

C =12.462210 (من الجدول رقم 4 المعدل 0.05 والمدة 20)

إذن قيمة السند السوقية أو ثمن شراء السند ***A*** تساوي:

$$A = R * \text{VA} + (\text{I} * \text{C})$$
$$A = 5000 * (0.376889) + (450 * 12.462210)$$
$$A = 1884.44 + 5607.99$$
$$A = 7492.43\ DA$$

نلاحظ أن ثمن شراء السند أكبر من قيمته الاسمية، وهذا راجع إلى أن معدل الفائدة للسند أكبر من معدل الاستثمار أو الفائدة السائدة في السوق عند الشراء.

2-قيمة تسديد السند (القيمة الاستهلاكية) أكبر من القيمة الاسمية للسند:

مثال1: سند قيمته الاسمية5000 دج ومعدل فائدته السنوية 7% ، يستهلك بعد 20 سنة بعلاوة إصدار قدرها 10 % من قيمته الاسمية، ما هو ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق 10% سنويا.

الحل:

I = 5000 * 0.07 = 350 دج

R = القيمة الاسمية + علاوة الإصدار = 5000 + (5000* 0.1) = 5500 دج

i = 0.1

n =20

VA = 0.148643 (من الجدول رقم 1 المعدل 0.1 والمدة 20)

C =8.513563 (من الجدول رقم 4 المعدل 0.1 والمدة 20)

إذن قيمة السند السوقية أو ثمن شراء السند A تساوي:

$$A = R * \mathrm{VA} + (\mathrm{I} * \mathrm{C})$$
$$A = 5500 * (0.148643) + (350 * 8.513563)$$
$$A = 817.53 + 2979.74$$
$$A = 3797.27DA$$

مثال2: سند قيمته الاسمية2000 دج ومعدل فائدته السنوية 8% يدفع سداسيا، فإذا كان تاريخ الشراء هو جانفي 2000، وتاريخ استهلاك السند هو جانفي 2005، بعلاوة قدرها 10 % من قيمته الاسمية، ما هو ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق 12% سنويا يدفع مرتين.

الحل:

i = معدل الاستثمار 12% سنويا يدفع مرتين بمعنى سداسي، أي **i** = 6%

n =5 سنوات (جانفي 2000 إلى جانفي 2005) نحولها للسداسي فتساوي 10 سداسيات أو فترات

I = الملاحظ أن معدل الفائدة 8% سنوي لذا فالمعدل السداسي = 4%

إذن فالفائدة = 2000 * 0.04 = 80 دج

$\boldsymbol{R}$ = القيمة الاسمية + علاوة الإصدار = 2000 + (2000* 0.06) = 2120 دج

VA = 0.558394 (من الجدول رقم 1 المعدل 0.06 والمدة 10)

C =7.360087(من الجدول رقم 4 المعدل 0.06 والمدة 10)

إذن قيمة السند السوقية أو ثمن شراء السند $\boldsymbol{A}$ تساوي:

$$A = R * \mathrm{VA} + (\mathrm{I} * \mathrm{C})$$

$$A = 2120 * (0.558394) + (80 * 7.360087)$$

$$A = 1183.79 + 588.80$$

$$A = 1772.59 \ \ DA$$

3-قيمة تسديد السند (القيمة الاستهلاكية) أقل من القيمة الاسمية للسند:

مثال: سند قيمته الاسمية1000 دج ومعدل فائدته السنوية 8% ، يستهلك بعد 10 سنوات بخصم قدره 5 % من قيمته الاسمية، ما هو ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق 7% سنويا.

الحل:

I = 1000 * 0.08 = 80 دج

$\boldsymbol{R}$ = القيمة الاسمية - خصم الإصدار = 1000 - (1000* 0.05) = 950 دج

i = 0.07

n =10

VA = 0.508349 (من الجدول رقم 1 المعدل 0.07 والمدة 10)

C =7.023581 (من الجدول رقم 4 المعدل 0.07 والمدة 10)

إذن قيمة السند السوقية أو ثمن شراء السند $\boldsymbol{A}$ تساوي:

$$A = R * \mathrm{VA} + (\mathrm{I} * \mathrm{C})$$

$$A = 950 * (0.508349) + (80 * 7.023581)$$

$$A = 482.93 + 561.88$$

$$A = 1044.81 \ \ DA$$

: استهلاك السندات

تعني استهلاك السندات تسديد الجهة المصدرة لها لقيمتها' الاستهلاكية أو قيمة السداد) وذلك لفائدة حاملها، ويكون ذلك إما بدفعة واحدة في نهاية المدة المحددة في السند، أو على دفعات دورية وفقا للشروط الموضحة في السند، حيث يمكن استهلاك السند في حالة الدفعات الدورية إما عن طريق الاستهلاكات المتساوية من السند بالإضافة إلى الفوائد المستحقة في كل فترة (**دفعات متغيرة**)، وإما عن طريق السداد بأقساط متساوية من قيمة السند والفوائد معا (**دفعات متساوية**) .

مع العلم أن السندات تستهلك بقيمتها الاسمية التي صدرت بها، أو قد تستهلك بقيمة أكبر (علاوة الاصدار)، أو بقيمة أقل (خصم الاصدار).

1-طريقة الأقساط أو الدفعات المتساوية

تشبه هذه الطريقة استهلاك القروض بأقساط متساوية من الأصل والفوائد معا، حيث يتم استهلاك السند بإعداد مختلفة سنويا من السندات المتداولة، بحيث تتساوى جملة ما تدفعه الجهة الصادرة في نهاية كل فترة والفوائد المستحقة في مواعيدها[1]

الاختلاف بين استهلاك القروض واستهلاك السندات وفق هذه الطريقة هو أنه في هذه الأخيرة يتم تحويل الاستهلاك من القرض الذي يمثل جزء من القسط السنوي إلى عدد من السندات تستهلك سنويا، وبما أن هذه الأخيرة تستهلك بعدد صحيح فإنه يتم تقريب الاستهلاكات، مما قد يخل بمبلغ القسط المتساوي ويصبح غير متساوي تقريبا.

مثال1: قرض سندي قيمته الاسمية 50000 دج بواقع 100 دج للسند الواحد بمعدل فائدة 5% سنويا، على أن يستهلك هذه السند بقيمته الاسمية بطريقة الأقساط المتساوية خلال 5 سنوات، قم بإعداد جدول استهلاك السند.

الحل:

قيمة القرض = 50000 دج، القيمة الاسمية للسند الواحد = 100 دج

معدل الفائدة i= 5%

الاستهلاك تم بنفس القيمة الاسمية للسند ، مدة الاستهلاك n = 5 سنوات

القسط المتساوي $\boldsymbol{a}$ = قيمة القرض * القيمة الحالية لدفعات عادية لدينار واحد، **أي:**

$$\boldsymbol{a = \mathrm{Vo}[\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}]}$$

$$a = 50000 * 0.230975$$

$$a = 11548.75\ DA$$

-فائدة السنة الأولى **I1**= قيمة القرض * المعدل

= 50000 * 0.05 = 2500 دج

[1]- أحمد عبد الله درويش، **مرجع سابق**، ص 194.

-استهلاك السنة الأولى$m1$ = القسط الثابت – فائدة الفترة الأولى

= 11548.75 – 2500 = 9048.75 دج

استهلاك نحسب الاستهلاكات الباقية أي استهلاك السنة الثانية، الثالثة، الرابعة، الخامسة حيث:

$$m2 = m1(1+i), m3 = m2(1+i), m4 = m2(1+i), m5 = m4(1+i)$$

فنجد:

$$m2 = m1(1+i) = 9048.75(1+0.05) = 9501.2\ DA$$

$$m3 = m3(1+i) = 9501.2(1+0.05) = 9976.26\ DA$$

$$m4 = m3(1+i) = 9976.26(1+0.05) = 10475.07\ DA$$

$$m5 = m4(1+i) = 10475.07(1+0.05) = 10998.82\ DA$$

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الأولى = قيمة استهلاك السنة الأولى / قيمة السند الواحد

= 9048.75/ 100 = 80.4 أي تقريبا 90 سند

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الثانية = قيمة استهلاك السنة الثانية / قيمة السند الواحد

= 9501.2/ 100 = 95.01 أي تقريبا 95 سند

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الثالثة = قيمة استهلاك السنة الثالثة / قيمة السند الواحد

= 9976.26/ 100 = 99.76 أي تقريبا 100 سند

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الرابعة = قيمة استهلاك السنة الرابعة / قيمة السند الواحد

= 10475.07/ 100 = 104.75 أي تقريبا 105 سند

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الخامسة = قيمة استهلاك السنة الخامسة / قيمة السند الواحد

= 10998.82/ 100 = 109.98أي تقريبا 110 سند

إذن إجمالي السندات المستهلكة = 90 + 95 + 100 + 105 + 110 = 500 سند

الفترة	عدد السندات المتداولة في بداية الفترة	عدد السندات المسددة أو المستهلكة	الاستهلاكات المسددة m	رصيد بداية الفترة	الفائدة المستحقة I	القسط الثابت أو المتساوي تقريبا a	رصيد نهاية الفترة
01	500	90	9000	50000	2500	11500	41000

02	410	95	9500	41000	2050	11550	31500
03	315	100	10000	31500	1575	11575	21500
04	215	105	10500	21500	1075	11575	11000
05	110	110	11000	11000	550	11550	0
المجموع		**500**	**50000**		**7750**	**57750**	

حيث نلاحظ من الجدول أن:

-عدد السندات المتداولة في بداية الفترة = عدد السندات المتداولة في بداية الفترة السابقة – عدد السندات المسددة للفترة السابقة.

- الاستهلاكات المسددة = عدد السندات المسددة * القيمة الاستهلاكية للسند الواحد والتي تساوي في هذا المثال القيمة الاسمية (100 دج)
- رصيد بداية الفترة = رصيد نهاية الفترة للفترة السابقة
- رصيد نهاية الفترة = رصيد بداية الفترة – الاستهلاكات المسددة لنفس الفترة
- الفائدة المستحقة = رصيد بداية الفترة * المعدل

أو عدد السندات المتداولة في بداية الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد(5 دج)

- القسط المتساوي أو الثابت تقريبا = الاستهلاكات المسددة + الفائدة المستحقة
- مجموع الأقساط السنوية = مجموع الاستهلاكات السنوية + مجموع الفوائد المستحقة.

ملاحظة: الملاحظ أن قيمة القسط غير متساوية أو ثابتة في كل الفترات، وهذا راجع إلى تقريب في عدد السندات المستهلكة أو المسددة.

مثال2: قرض سندي قيمته الاسمية 20000 دج بواقع 100 دج للسند الواحد بمعدل فائدة 5% سنويا، على أن يستهلك هذه السند بعلاوة قدرها 10 % من قيمته الاسمية بطريقة الأقساط المتساوية خلال 5 سنوات، قم بإعداد جدول استهلاك السند.

الحل:

قيمة القرض = 20000 دج + 0.1 * 20000 = 22000 دج، القيمة الاسمية للسند الواحد = 100 دج

معدل الفائدة i= 5%

مدة الاستهلاك n = 5 سنوات

القسط المتساوي a = قيمة القرض * القيمة الحالية لدفعات عادية لدينار واحد، **أي:**

$$a = \mathbf{Vo}[\frac{\mathbf{i}}{\mathbf{1-(1+i)^{-n}}}]$$

$$a = 22000 * 0.230975$$

$$a = 5081.45\ DA$$

-فائدة السنة الأولى $I1$= قيمة القرض * المعدل

= 22000 * 0.05 = 1100 دج

-استهلاك السنة الأولى$m1$ = القسط الثابت – فائدة الفترة الأولى

= 5081.45 – 1100 = 3981.45 دج

استهلاك نحسب الاستهلاكات الباقية أي استهلاك السنة الثانية، الثالثة، الرابعة، الخامسة حيث:

$$m2 = m1(1+i), m3 = m2(1+i), m4 = m2(1+i), m5 = m4(1+i)$$

فنجد:

$$m2 = m1(1+i) = 3981.45(1+0.05) = 4180.52\ DA$$

$$m3 = m3(1+i) = 4180.52(1+0.05) = 4389.54\ DA$$

$$m4 = m3(1+i) = 4389.54(1+0.05) = 4609.02\ DA$$

$$m5 = m4(1+i) = 4609.02(1+0.05) = 4839.47\ DA$$

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الأولى = قيمة استهلاك السنة الأولى / قيمة السند الواحد

= 3981.75/ 100 = 39.81 أي تقريبا 40 سند

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الثانية = قيمة استهلاك السنة الثانية / قيمة السند الواحد

= 4180.52/ 100 = 41.80أي تقريبا 42 سند

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الثالثة = قيمة استهلاك السنة الثالثة / قيمة السند الواحد

= 4389.54/ 100 = 43.89أي تقريبا 44 سند

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الرابعة = قيمة استهلاك السنة الرابعة / قيمة السند الواحد

= 4609.01/ 100 = 46.09 أي تقريبا 46 سند

-عدد السندات المستهلكة أو المسددة في نهاية السنة الخامسة = قيمة استهلاك السنة الخامسة / قيمة السند الواحد

= $4839.47/$ 100 = 48.39أي تقريبا 48 سند

إذن إجمالي السندات المستهلكة = 40 + 42 + 44 + 46 + 48 = 220 سند

-جدول استهلاك السند:

الفترة	عدد السندات المتداولة في بداية الفترة	عدد السندات المسددة أو المستهلكة	الاستهلاكات المسددة m	رصيد بداية الفترة	الفائدة المستحقة I	القسط الثابت أو المتساوي تقريبا a	رصيد نهاية الفترة
01	220	40	4000	22000	1100	5100	18000
02	180	42	4200	18000	900	5100	13800
03	138	44	4400	13800	690	5090	9400
04	94	46	4600	9400	470	5070	4800
05	48	48	4800	4800	240	5040	0
المجموع		**220**	**22000**		**3400**	**25400**	

نلاحظ من الجدول أن قيمة القسط غير متساوية أو ثابتة في كل الفترات، وهذا راجع إلى تقريب في عدد السندات المستهلكة أو المسددة.

2-طريقة الاستهلاكات المتساوية

يتم هنا استهلاك السندات بأعداد متساوية سنويا، مع دفع الفوائد على رصيد السندات المتداولة أول كل فترة، أي عن تلك السندات التي لا زالت ملك لحاملها، ومنه تلتزم الجهة المصدرة للسند بدفع دوريا مجموع القيمة التسديد أو الاستهلاكية للسندات المستهلكة في نهاية كل فترة مضاف إلیها الفائدة المستحقة لجملة السندات المتداولة أول الفترة.[1]

مثال1: قرض سندي قيمته الاسمية 100000 دج بواقع 200 دج للسند الواحد بمعدل فائدة 5% سنويا، على أن يستهلك هذه السند بقيمته الاسمية بطريقة الاستهلاكات المتساوية خلال 10 سنوات، قم بإعداد جدول استهلاك السند.

[1]- عمر عبد الجواد عبد العزيز، **مرجع سابق**، ص ص 403-404.

الحل:

معدل الفائدة i= 5%

الاستهلاك تم بنفس القيمة الاسمية للسند ، مدة الاستهلاك n = 10 سنوات

قيمة القرض = 100000 دج، القيمة الاسمية للسند الواحد = 200 دج إذن

عدد السندات المصدرة = قيمة القرض / القيمة الاسمية للسند الواحد

عدد السندات المصدرة = 100000/ 200 = 500 سند

-عدد السندات المستهلكة سنويا = عدد السندات المستهلكة / عدد مرات الاستهلاك

= 500 / 10 = 50 سند

- قيمة السندات المستهلكة سنويا = عدد السندات المستهلكة سنويا * القيمة الاسمية للسند الواحد

= 50 * 200 = 10000 دج

- ما تتحمله المؤسسة سنويا (الدفعة أو القسط)= 10000 + الفائدة على السندات المتداولة في أول الفترة

حيث:

الفائدة الدورية للسند = القيمة الاسمية للسند * المعدل

= 200 * 0.05 = 10 دج

❖ السنة الأولى:

قيمة السندات المتداولة في بداية الفترة (رصيد أول الفترة) = قيمة القرض = 100000 دج

فائدة السنة الأولى = القيمة الاسمية للسند * المعدل

= 100000 * 0.05 = 5000 دج

أو

فائدة السنة الأولى = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 500 * 10 = 5000 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الأولى(الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الأولى

= 10000 + 5000 = 15000 دج

❖ السنة الثانية:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الثانية= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 500 – 50 = 450 سند

فائدة السنة الثانية = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 450 * 10 = 4500 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الثانية(الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الثانية

= 10000 + 4500 = 14500 دج

- السنة الثالثة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الثالثة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 450 – 50 = 400 سند

فائدة السنة الثالثة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 400 * 10 = 4000 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الثالثة(الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الثالثة

= 10000 + 4000 = 14000 دج

- السنة الرابعة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الرابعة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 400 – 50 = 350 سند

فائدة السنة الرابعة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 350 * 10 = 3500 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الرابعة(الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الرابعة

= 10000 + 3500 = 13500 دج

- السنة الخامسة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الخامسة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 350 – 50 = 300 سند

فائدة السنة الخامسة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 300 * 10 = 3000 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الخامسة(الدفعة)= قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الخامسة

= 10000 + 3000 = 13000 دج

- ❖ السنة السادسة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة السادسة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 300 – 50 = 250 سند

فائدة السنة السادسة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 250 * 10 = 2500 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة السادسة(الدفعة)= قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة السادسة

= 10000 + 2500 = 12500 دج

- ❖ السنة السابعة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة السابعة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 250 – 50 = 200 سند

فائدة السنة السابعة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 200 * 10 = 2000 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة السابعة(الدفعة)= قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة السابعة

= 10000 + 2000 = 12000 دج

- ❖ السنة الثامنة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الثامنة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 200 – 50 = 150 سند

فائدة السنة الثامنة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 150 * 10 = 1500 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الثامنة (الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الثامنة

= 10000 + 1500 = 11500 دج

- ❖ السنة التاسعة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة السابعة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 150 – 50 = 100 سند

فائدة السنة التاسعة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 100 * 10 = 1000 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة التاسعة(الدفعة)= قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة التاسعة

= 10000 + 1000 = 11000 دج

❖ السنة العاشرة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة العاشرة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 100 – 50 = 50 سند

فائدة السنة العاشرة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 50 * 10 = 500 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة العاشرة(الدفعة)= قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة العاشرة

= 10000 + 500 = 10500 دج

ومنه يكون جدول استهلاك السند كما يلي:

الفترة	عدد السندات المتداولة في أول الفترة	عدد السندات المسددة أو المستهلكة	قيمة الاستهلاك المتساوي m	الفائدة المستحقة I	القسط a
01	500	50	10000	5000	15000
02	450	50	10000	4500	14500
03	400	50	10000	4000	14000
04	350	50	10000	3500	13500
05	300	50	10000	3000	13000
06	250	50	10000	2500	12500
07	200	50	10000	2000	12000

08	150	50	10000	1500	11500
09	100	50	10000	1000	11000
10	50	50	10000	500	10500
المجموع		**500**	**100000**	**27500**	**127500**

حيث نلاحظ من الجدول أن:

-عدد السندات المتداولة يتناقص من فترة إلى أخرى نتيجة تناقص السندات المستهلكة.

- تحسب قيمة الاستهلاك المتساوي انطلاقا من قيمة تسديد السند أو القيمة الاستهلاكية(حيث كانت في المثال مساوية للقيمة الاسمية للسند)، إلى جانب تحديد عدد السندات المستهلكة سنويا، أي:

قيمة السندات المستهلكة سنويا = عدد السندات المستهلكة سنويا * القيمة الاسمية للسند الواحد

- تحسب الفوائد المستحقة سنويا أو دوريا اعتماد على عدد السندات المتداولة في بداية كل فترة، أي

فائدة الفترة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

-الدفعة أو القسط الذي تدفعه الجهة المصدرة = قيمة الاستهلاك المتساوي + الفائدة السنوية

مثال2: قرض سندي قيمته الاسمية 10000 دج بواقع 200 دج للسند الواحد بمعدل فائدة 10% سنويا، على أن يستهلك هذه السند بعلاوة قدرها 12 % من قيمته الاسمية بطريقة الاستهلاكات المتساوية خلال 5 سنوات، قم بإعداد جدول استهلاك السند.

الحل:

معدل الفائدة i= 10%

الاستهلاك تم بالقيمة الاسمية للسند + علاوة الاصدار ، مدة الاستهلاك n = 5 سنوات

قيمة القرض = 10000 دج + 0.1 * 10000 = 11000 دج، القيمة الاسمية للسند الواحد = 200 دج إذن

عدد السندات المصدرة = قيمة القرض / القيمة الاسمية للسند الواحد

عدد السندات المصدرة = 11000/ 200 = 55 سند

-عدد السندات المستهلكة سنويا = عدد السندات المستهلكة / عدد مرات الاستهلاك

= 55 / 5 = 11 سند

- قيمة السندات المستهلكة سنويا = عدد السندات المستهلكة سنويا * القيمة الاسمية للسند الواحد

= 11 * 200 = 2200 دج

- ما تتحمله المؤسسة سنويا (الدفعة أو القسط)= 2200 + الفائدة على السندات المتداولة في أول الفترة

الفائدة الدورية للسند = القيمة الاسمية للسند * المعدل

= 200 * 0.1 = 20 دج

❖ السنة الأولى:

قيمة السندات المتداولة في بداية الفترة (رصيد أول الفترة) = قيمة القرض = 10000 دج

فائدة السنة الأولى = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 55 * 20 = 1100 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الأولى(الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الأولى

= 2200 + 1100 = 3300 دج

❖ السنة الثانية:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الثانية= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 55 – 11 = 44 سند

فائدة السنة الثانية = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 44 * 20 = 880 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الثانية(الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الثانية

= 2200 + 880 = 3080 دج

❖ السنة الثالثة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الثالثة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 44 – 11 = 33 سند

فائدة السنة الثالثة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 33 * 20 = 660 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الثالثة(الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الثالثة

= 2200 + 660 = 2860 دج

❖ السنة الرابعة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الرابعة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 33 – 11 = 22 سند

فائدة السنة الرابعة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 22 * 20 = 440 دج

ما تتحمله المؤسسة في نهاية السنة الرابعة(الدفعة) = قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الرابعة

= 2200 + 440 = 2640 دج

❖ السنة الخامسة:

عدد السندات المتداولة في أول الفترة الخامسة= عدد السندات المتداولة في الفترة السابقة – عدد السندات المستهلكة سنويا

= 22 – 11 = 11 سند

فائدة السنة الخامسة = عدد السندات المتداولة في أول الفترة * قيمة الفائدة الدورية للسند الواحد

= 11 * 20 = 220 دج

ما تتحمله المؤسسة في السنة الخامسة(الدفعة)= قيمة السندات المستهلكة سنويا + فائدة السنة الخامسة

= 2200 + 220 = 2420 دج

ومنه يكون جدول استهلاك السند كما يلي:

الفترة	عدد السندات المتداولة في أول الفترة	عدد السندات المسددة أو المستهلكة	قيمة الاستهلاك المتساوي m	الفائدة المستحقة $\mathbf{I}$	القسط $\boldsymbol{a}$
01	55	11	2200	1100	3300
02	44	11	2200	880	3080
03	33	11	2200	660	2860
04	22	11	2200	440	2640
05	11	11	2200	220	2420
المجموع		**55**	**11000**	**3280**	**14280**

تمارين حول تقييم واستهلاك السندات

التمرين 01: سند قيمته الاسمية100000 دج ومعدل فائدته السنوية 8% ، يستهلك بعد 10 سنة بقيمته الاسمية، ما هو ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار في السوق 12% سنويا.

التمرين 02: سند قيمته الاسمية5000 دج ومعدل فائدته السنوية 5% يدفع ثلاثيا، فإذا كان تاريخ الشراء هو جانفي 2005، وتاريخ استهلاك السند هو جانفي 2008، بخصم قدره 10 % من قيمته الاسمية، ما هو ثمن شراء السند إذا كان معدل الاستثمار السائد في السوق 12% سنويا يدفع4 مرات.

التمرين 03 : قرض سندي قيمته الاسمية 70000 دج بواقع 200 دج للسند الواحد بمعدل فائدة 7% سنويا، على أن يستهلك هذه السند بقيمته الاسمية خلال 5 سنوات،.

المطلوب: قم بإعداد جدول استهلاك السند بـــ:

- طريقة الأقساط المتساوية.
- طريقة الاستهلاكات المتساوية.

التمرين 04: أصدرت مؤسسة قرضا سنديا يستهلك خلال 5 سنوات بمعدل فائدة 6% سنويا فإذا علمت أن قيمة السندات المستهلكة في نهاية السنة الثانية بلغت 9402 دج ، وأن القيمة الاسمية للسند الواحد هي 50 دج

المطلوب: - حساب قيمة القرض.

- إعداد جدول استهلاك السند بطريقة الأقساط المتساوية.

التمرين 05: أصدرت مؤسسة قرضا سنديا يستهلك خلال 4 سنوات بطريقة الأقساط المتساوية، فإذا علمت أن الاستهلاك الأول بلغ 22192.1 دج، وأن قيمة الاستهلاك الثاني بلغت 23967.44 دج.

المطلوب: - حساب قيمة القرض.

- إعداد جدول استهلاك السند .

قائمة المراجع

- أحمد عبد الله درويش، **مبادىء الرياضيات المالية**، دار الصفاء للنشر والتوزيع، 1997.

- باديس بوغرة، **المدخل إلى الرياضيات المالية وتطبيقاتها**، دار الهدى، الجزائر، 2012.

- حمود رابحي، **الرياضيات المالية**، نوميديا للطباعة والنشر والتوزيع، قسنطينة، 2010.

- زعيبط نور الدين، **محاضرات في الرياضيات المالية**، دار الفجر للطباعة والنشر، قسنطينة، 2008.

- عمر عبد الجواد عبد العزيز، **الرياضيات المالية (فائدة بسيطة وفائدة مركبة)**، دار صفاء للنشر والتوزيع، 1999.

- لوصيف كميلية، **الرياضيات المالية**، دار البدر للنشر والتوزيع، العلمة، 2005.

- منصور بن عوف عبد الكريم، **مدخل إلى الرياضيات المالية**، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، 2003.

- موسي ناصر، **محاضرات في مقياس الرياضيات المالية**، طلبة السنة الثانية تسيير، دفعة 2000، جامعة محمد خيضر، بسكرة.

- ناصر دادي عدون، **الرياضيات المالية**، دار المحمدية، الجزائر،1995.

- روينة عبد السميع، **محاضرات في مقياس الرياضيات المالية**، موجهة لطلبة السنة الثانية علوم التسيير، كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير، جامعة محمد يضر، بسكرة، 2010.

-Miloudi Boubaker, **Mathématiques Financiéres (cours et exercices),** Enag editions, Alger, 1997.