حلول تمارين الفائدة المركبة والمعدلات المتكافئة

حل التمرين الأول(01):

حساب الفائدة المحصل عليها في نهاية السنة الأولى والثالثة:

- حساب الفائدة في نهاية السنة الأولى:

$$i = c(1+t)^n - c$$

$$i_1 = c[(1+t)-1] = 100000[(1+0\cdot 08)-1] = 8000_{دج}$$

$$i_1 = 8000_{دج}$$

- حساب الفائدة في نهاية السنة الثالثة:
- $i_3 = c[(1+t)-1] = 100000[(1+0\cdot 08)^3 - 1]$

$$i_3 = 100000(0\cdot 259712) = 25971\cdot 2_{دج}$$

حساب الجملة المحققة بعد خمس سنوات:

$$V = C(1+t)^n = 100000(1+0\cdot 08)^5 = 146932\cdot 8$$

$$V = 146932\cdot 8_{دج}$$

حل التمرين الثاني (02):

حساب معدل التوظيف:

$$V = C(1+t)^n \rightarrow 8508\cdot 54 = 7000(1+t)^4$$

$$\rightarrow 1\cdot 215505714 = 7000(1+t)^4$$

$$\rightarrow t = \sqrt[4]{1\cdot 215505714} - 1 = 0\cdot 05$$

$$\rightarrow t = 5\%$$

حل التمرين الثالث (03):

حساب معد التوظيف:

$$V = C(1+t)^n \rightarrow 184900 = 160000(1+t)^2$$

$$(1+t)^2 = 1 \cdot 155625 \rightarrow t = \sqrt[2]{1 \cdot 155625} - 1$$

$$(1+t)^2 = 1 \cdot 155625 \rightarrow t = \sqrt[2]{1 \cdot 155625} - 1$$

$$t = 0 \cdot 075 = 7 \cdot 5\%$$

-الفوائد المحصل عليها بعد أربع سنوات (نهاية المدة):

$$i = c(1+t)^n - c$$
$$i = 160000(1+0 \cdot 075)^4 - 160000 = 213675 \cdot 06 - 160000$$

$$i = 53675 \cdot 06\text{دج}$$

- بافتراض أن الجملة المحصلة تم إعادة توظيفها بمعدل 8%، فانتجت فائدة بعد مدة زمنية قدرها 100283،7،

حساب مدة التوظيف الجديدة:

الجملة المحصلة بعد 4 سنوات تصبح هي الاصل الموظف بعدل 8% لمدة n:

$$i = c(1+t)^n - c$$
$$i = c[(1+t)^n - 1]$$
$$\rightarrow 100283 \cdot 7 = 213675 \cdot 06[(1+0 \cdot 08)^n - 1]$$
$$\rightarrow 0 \cdot 469328054 = (1 \cdot 08)^n - 1$$
$$\rightarrow 1 \cdot 469328054 = (1 \cdot 08)^n$$
$$\rightarrow \log 1 \cdot 469328054 = \log(1 \cdot 08)^n$$
$$\rightarrow \log 1 \cdot 469328054 = n \times \log(1 \cdot 08)$$
$$\rightarrow n = \frac{\log(1 \cdot 08)}{\log(1 \cdot 469328054)}$$

$$n = 5\text{سنوات}$$

حل التمرين الرابع (04):

حساب قيمة المبلغ المقترض:

$$V_{n_1} - V_{n_2} = 4116 \cdot 72$$

$$c(1+t)^n - c(1+t)^n = 4116 \cdot 76$$
$$c(1+0\cdot 06)^6 - c(1+0\cdot 065)^5 = 4116 \cdot 76$$
$$1 \cdot 418519112c - 1 \cdot 370086663c = 4116 \cdot 76$$
$$0 \cdot 0048432448C = 4116 \cdot 76$$
$$C = \frac{4116 \cdot 76}{0 \cdot 0048432448} = 85000_{\text{دج}}$$

حل التمرين الخامس (05):

حساب المعدلات المتكافئة مع المعدلات :

* معدل سداسي مكافئ لمعدل سنوي 10%:

$$\mathrm{t}_2 = (1+0\cdot 1)^{\frac{1}{2}} - 1 = 1 \cdot 0488 - 1 = 4 \cdot 88\%$$

* معدل ثلاثي مكافئ لمعدل سنوي 9.5%:

$$\mathrm{t}_4 = (1+0\cdot 095)^{\frac{1}{4}} - 1 = (1 \cdot 0229) - 1 = 0 \cdot 0229 = 2 \cdot 29\%$$

* معدل شهري مكافئ لمعدل سنوي 6%:

$$\mathrm{t}_{12} = (1+0\cdot 06)^{\frac{1}{4}} - 1 = (1 \cdot 0229) - 1 = 0 \cdot 0229 = 2 \cdot 29\%$$

* معدل ثلاثي مكافئ لمعدل سنوي 5%:

وتتم بخطوتين : تحويل المعدل السداسي إلى معدل سنوي مكافئ له:

$$t = (1+\mathrm{t}_2)^2 - 1 = ((1 \cdot 05)^2) - 1 = 0 \cdot 1025 = 10 \cdot 25\%$$

وهذا عبارة عن معدل سنوي، ثم يحول المعدل السنوي إلى المعدل الثلاثي المكافئ له:

$$t_4 = (1 \cdot 1025)^{\frac{1}{4}} - 1 = 0 \cdot 02469 = 2 \cdot 469\%$$

* المعدل السنوي المكافئ لمعدل شهري 1% هو:

$$t = (1+\mathrm{t}_{12})^{12} - 1 = (1 \cdot 01)^{12} - 1 = 0 \cdot 1268 = 12 \cdot 68\%$$

حل التمرين السادس (06):

حساب قيمة كل مبلغ:

نفترض أن $_1$ ، C_2 المبلغين الأول والثاني:

لدينا: $c_1 + c_2 = 25000$

جملة المبلغ الأول بفائدة بسيطة بعد 20 سنة من التوظيف بمعدل 6% تساوي مع جملة المبلغ الثاني بفائدة مركبة بعد 20 سنة من التوظيف بمعدل 4.5%. ونعبر عن ذلك رياضيًا:

$$\mathrm{V}_{\mathrm{n}_1} = \mathrm{V}_{\mathrm{n}_2}$$

$$\mathrm{C}_1(1 + \mathrm{t}_1 \times \mathrm{n}) = \mathrm{C}_2(1 + \mathrm{t})^{\mathrm{n}} \rightarrow \mathrm{C}_1\left(1 + \frac{6}{10} \times 20\right) = \mathrm{C}_2(1 + 0 \cdot 045)^{20}$$

$$2 \cdot 2\mathrm{C}_1 = 2 \cdot 411714\mathrm{C}_2$$

$$C_1 = \frac{2 \cdot 411714}{2 \cdot 2} \times C_2 = 1 \cdot 096233C_2$$

بتعويض (2)، في (1) نجد:

$$1 \cdot 0962233C_2 + C_2 = 25000$$

$$2 \cdot 0962233C_2 + C_2 = 25000 \rightarrow C_2 = \frac{25000}{2 \cdot 0962233} = 11926 \cdot 15_{\text{دج}}$$

$$C_2 = 11926 \cdot 15_{\text{دج}}$$

حل التمرين السابع(07) :

حساب المدة اللازمة للتوظيف حتى تتساوى جملتهما:

$$V_{\mathrm{n}_1} = \mathrm{C}_1(1 + \mathrm{t})^{\mathrm{n}} = 20000(1 + 0 \cdot 05)^{\mathrm{n}}$$

$$V_{\mathrm{n}_2} = \mathrm{C}_2(1 + \mathrm{t})^{\mathrm{n}} = 22000(1 + 0 \cdot 045)^{\mathrm{n}}$$

$$V_{\mathrm{n}_1} = \mathrm{V}_{\mathrm{n}_2} \rightarrow 20000(1 + 0 \cdot 05)^{\mathrm{n}} = 22000(1 + 0 \cdot 045)^{\mathrm{n}}$$

$$\frac{22000}{20000} = \frac{(1 \cdot 05)^{\mathrm{n}}}{(1 \cdot 045)^{\mathrm{n}}}$$

$$1\cdot 1=\frac{1\cdot 05}{1\cdot 045}$$

$$\log 1\cdot 1=\log(1\cdot 00478469)^{n}\rightarrow n=\frac{\log 1\cdot 1}{\log(1\cdot 00478469)}=\frac{0\cdot 095310179}{0\cdot 0004773279}=20\text{سنة}$$

ومنه: $n=20$سنة

أساتذة المقياس: د/خالدي فراح، أ/ سعيدي زهير