تمرين 02 :

A - دوال الطلب على السلعتين x و y :

$$\mathcal{L} = (x+2)(y+1) + \lambda (R - xP_x - yP_y)$$

$$\mathcal{L}'_x = y+1 - \lambda P_x = 0 \quad \dots (1)$$

$$\mathcal{L}'_y = x+2 - \lambda P_y = 0 \quad \dots (2)$$

$$\mathcal{L}'_\lambda = R - xP_x - yP_y = 0 \quad \dots (3)$$

بقسمة $\frac{(1)}{(2)}$ نجد :

$$\frac{y+1}{x+2} = \frac{P_x}{P_y} \Rightarrow$$

$$y = \frac{(x+2)P_x - P_y}{P_y} \quad \dots (4)$$

بتعويض (4) في (3) نجد :

$$R - xP_x - (x+2)P_x + P_y = 0$$

$$R - 2xP_x - 2P_x + P_y = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{R - 2P_x + P_y}{2P_x}} \quad \dots (5)$$

بتعويض (5) في (4) نجد :

$$\boxed{y = \frac{R + 2P_x - P_y}{2P_y}}$$

B - التوازن التوازني ومستوى المنفعة

$R = 51$ ، $P_y = 5$ ، $P_x = 2$

$\boxed{U = 90}$ $\boxed{\lambda = 3}$ $\boxed{y = 5}$ $\boxed{x = 13}$

C - استنتاج معادلة سلوتسكي $\frac{dy}{dP_y}$:

بتفاضل المعادلة (3) نجد :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -P_x \\ 1 & 0 & -P_y \\ -P_x & -P_y & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx \\ dy \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda dP_x \\ \lambda dP_y \\ -dR + x dP_x + y dP_y \end{bmatrix}$$

Δ