جامعة العربي بن مهيدي– أم البواقي–

كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير

كلية العلوم الاقتصادية　　　　السنة الثالثة نقدي وبنكي　　　　السنة الجامعية 2018/2017

التصحيح النموذجي للإمتحان الأول في مقياس مدخل في الاقتصاد القياسي

التمرين الأول: (7 ن)

1. تعتمد طريقة المربعات الصغرى في تقديرها لمعالم نموذج الانحدار الخطي البسيط على تدنئة مجموع مربعات البواقي (الأخطاء) أو بمعنى أخر $Min\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2$ أو $Min\sum_{i=1}^{n}\left(Y_i-\hat{Y}_i\right)^2$ (1.5ن)

2. يأخذ معامل التحديد أعلى قيمة له وهي الواحد عندما تقع كل نقاط الملاحظات (Y_i,X_i) على الخط المقدر $\hat{Y}_i=\hat{\beta}_0+\hat{\beta}_1X_i$ (1ن)

3. نلجأ إلى استخدام R^2 المصحح بدلا من استخدام R^2 العادي في نموذج الانحدار الخطي المتعدد نظراً لوجود مجموعة من المشاكل نواجهها مع استعمال R^2 نذكر منها:

- إن R^2 غير حساس لعدد المتغيرات المستقلة والموجودة بالنموذج. (0.75ن)
- يصبح تفسير واستعمال R^2 صعبا عندما يكون النموذج بدون الحد الثابت. (0.75ن)

4. يفترض نموذج الانحدار الخطي البسيط مجموعة من الفرضيات يمكن ذكرها على النحو التالي:

- الأمل الرياضي للأخطاء معدوم : $E(\varepsilon_i)=0$ (0.5ن)
- تجانس (ثبات) تباين الأخطاء: $Var(\varepsilon_i)=E(\varepsilon_i^2)=\sigma^2 \quad ,\forall i=1.....n$ (0.5ن)
- عدم وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء: $Cov(\varepsilon_i,\varepsilon_j)=E(\varepsilon_i\varepsilon_j)=0 \quad ,\forall i\neq j \qquad i,j=1.....n$ (0.5ن)
- أي أن الأخطاء تكون مستقلة عن X_i : $Cov(X_i,\varepsilon_i)=0, \forall i=1,...,n$

5. يتم إدراج الخطأ العشوائي في نموذج الانحدار الخطي لعدة أسباب نذكر منها:

- إهمال بعض المتغيرات المستقلة التي يمكن أن تؤثر على المتغير التابع في النموذج. (0.5ن)
- الصياغة الرياضية غير السليمة للنموذج. (0.5ن)
- حدوث خطأ في كل من تجميع البيانات وقياس المتغيرات الاقتصادية. (0.5ن)

التمرين الثاني: (13 ن)

1. يمكن كتابة المصفوفة $(X'X)^{-1}$ على الشكل التالي:

$$(X'X)^{-1}=\begin{pmatrix} 0.28 & -1.009\times10^{-4} & -0.0073 \\ -1.009\times10^{-4} & 1.29\times10^{-6} & -2.26\times10^{-4} \\ -0.0073 & -2.26\times10^{-4} & \alpha \end{pmatrix}$$

لكن تبقى قيمة α مجهولة يجب البحث عنها

حساب قيمة α :

نعلم أن $\hat{\Omega}_{\hat{\beta}}=\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}(X'X)^{-1}$ ونعلم أيضاً أن عناصر القطر الرئيسي للمصفوفة $\hat{\Omega}_{\hat{\beta}}$ تمثل $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}^{2}$ $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}^{2}$ $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^{2}$.

وعليه يكون $\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^{2}=\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}\alpha$ لينتج $\alpha=\dfrac{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^{2}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}}$........(1)

$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}=1.39\Rightarrow\hat{\sigma}_{\hat{\beta}2}^{2}=1.9321$ ويمثل قيمة البسط في العلاقة رقم (1)

نحسب قيمة $\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}$:

$$R^2=1-\frac{\sum\hat{\varepsilon}_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}\qquad\Rightarrow R^2-1=-\frac{\sum\hat{\varepsilon}_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}$$

$$(1-R^2)=\frac{\sum\hat{\varepsilon}_i^2}{\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2}\qquad\Rightarrow\sum\hat{\varepsilon}_i^2=(1-R^2)\sum_{i=1}^{n}(Y_i-\bar{Y})^2$$

<u>ت.ع:</u> $\sum\hat{\varepsilon}_i^2=(1-0.999912)(6778577.5)=596.5148$ (0.5ن)

$\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}=\dfrac{\sum_{i=1}^{16}\hat{\varepsilon}_i^2}{n-k-1}=\dfrac{596.5148}{16-2-1}=45.8857$ ويمثل المقام في العلاقة رقم (1) (0.5ن)

وعليه وحسب العلاقة رقم (1) يكون $\alpha=\dfrac{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}^{2}}{\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}}=\dfrac{1.9321}{45.8857}=0.0421$ (0.5ن)

و يمكن كتابة المصفوفة $(X'X)^{-1}$ في شكلها النهائي على الشكل التالي:

$$(X'X)^{-1}=\begin{pmatrix}0.28 & -1.009\times10^{-4} & -0.0073\\ -1.009\times10^{-4} & 1.29\times10^{-6} & -2.26\times10^{-4}\\ -0.0073 & -2.26\times10^{-4} & 0.0421\end{pmatrix}$$ (0.5ن)

و يمكن كتابة المصفوفة $\hat{\Omega}_{\hat{\beta}}$ والتي تساوي $\hat{\Omega}_{\hat{\beta}}=\hat{\sigma}_{\varepsilon}^{2}(X'X)^{-1}$ على الشكل التالي: $\hat{\Omega}_{\hat{\beta}}=45.8857(X'X)^{-1}$ ثم الشكل النهائي:

$$\hat{\Omega}_{\hat{\beta}}=\begin{pmatrix}12.8479 & -46.2986\times10^{-4} & -0.3349\\ -46.2986\times10^{-4} & 59.1925\times10^{-6} & -103.7016\times10^{-4}\\ -0.3349 & -103.7016\times10^{-4} & 1.9321\end{pmatrix}$$ (1ن)

2. حساب $\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_0}$ و $\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_1}$ وانحرافاتها المعيارية: من المصفوفة $\hat{\Omega}_{\hat{\beta}}$ نجد:

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}_0} = 12.8479 \Rightarrow \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0} = 3.5843$$ (1ن)

$$\hat{\sigma}^2_{\hat{\beta}1} = 59.1925 \times 10^{-6} \Rightarrow \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1} = 7.6936 \times 10^{-3}$$ (1ن)

3. إيجاد قيمة $\text{cov}\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0\right)$. $\text{cov}\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right)$. $\text{cov}\left(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_0\right)$: من المصفوفة $\hat{\Omega}_{\hat{\beta}}$ نجد:

$$\text{cov}\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_0\right) = -46.2986 \times 10^{-4}$$ (0,5ن)

$$\text{cov}\left(\hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2\right) = -103.7016 \times 10^{-4}$$ (0,5ن)

$$\text{cov}\left(\hat{\beta}_2, \hat{\beta}_0\right) = -0.3349$$ (0,5ن)

4. أحسب قيمة $\overline{R}^2$:

$$\overline{R}^2 = 1 - \left(1 - R^2\right)\left(\frac{n-k-1}{n-1}\right) = 1 - (1 - 0.999912)\frac{16-1}{16-2-1} = 0.9998$$ (1,5ن)

5. مجال الثقة ل β_0 و β_1 و β_2 بنسبة معنوية $\alpha = 0.05$ ، إذ علمت أن $t_t = 2.160$

- المعلم β_0 :

$$\beta_0 \in \left[\hat{\beta}_0 - t_{0.025}\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}, \hat{\beta}_0 + t_{0.025}\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}\right]$$

$$\beta_0 \in \left[-11.02 - (2.160)(3.5843), \quad -11.02 + (2.160)(3.5843)\right]$$

(1ن) $$\beta_0 \in \left[-18.762 \ , \ -3.278\right]$$

- المعلم β_1 :

$$\beta_1 \in \left[\hat{\beta}_1 - t_{0.025}\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}, \hat{\beta}_1 + t_{0.025}\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}\right]$$

$$\beta_1 \in \left[0.76 - (2.160)(7.6936), \quad 0.76 + (2.160)(7.6936)\right]$$

(1ن) $$\beta_1 \in \left[0.7434 \ , \ 0.7766\right]$$

- المعلم β_2 :

$$\beta_2 \in \left[\hat{\beta}_2 - t_{0.025}\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}, \hat{\beta}_2 + t_{0.025}\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}\right]$$

$$\beta_2 \in \left[1.95 - (2.160)(1.39), \quad 1.95 + (2.160)(1.39)\right]$$

(1ن) $$\beta_2 \in \left[-1.0524 \ , \ 4.9524\right]$$

6. اختبار المعنوية الإحصائية لمعالم النموذج

- **المعلم** β_0 : **(0,5ن)** $H_0 : \beta_0 = 0$ (فرضية العدم)

ضد : $H_1 : \beta_0 \neq 0$ (الفرضية البديلة)

$$\left|\frac{\hat{\beta}_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}}\right| > t_{n-2,\frac{\alpha}{2}} \qquad t_c = \frac{\hat{\beta}_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} = \frac{-11.02}{3.5843} = -3.0745$$

نقبل H_1 أي أن المعلم β_0 له معنوية إحصائية

- **المعلم** β_1 : **(0,5ن)** $H_0 : \beta_1 = 0$ (فرضية العدم)

ضد : $H_1 : \beta_1 \neq 0$ (الفرضية البديلة)

$$\left|\frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}}\right| > t_{n-2,\frac{\alpha}{2}} \qquad t_c = \frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} = \frac{0.76}{0.0076} = 100$$

نقبل H_1 أي أن المعلم β_1 له معنوية إحصائية

- **المعلم** β_2 : **(0,5ن)** $H_0 : \beta_2 = 0$ (فرضية العدم)

ضد : $H_1 : \beta_2 \neq 0$ (الفرضية البديلة)

$$\left|\frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}}\right| < t_{n-2,\frac{\alpha}{2}} \qquad t_c = \frac{\hat{\beta}_2}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}} = \frac{1.95}{1.39} = 1.4028$$

نقبل H_0 أي أن المعلم β_2 ليس له معنوية إحصائية.

اختبار المعنوية الإحصائية الكلية: (0,5ن)

فرضية صفرية $H_0 : \beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 0$

ضد : فرضية بديلة $H_1 : \exists \beta_j \neq 0,\ j = 1,2$

$$F = \frac{R^2 / k}{\left(1 - R^2\right)/(n-k-1)} = \frac{0.999912/2}{(1-0.999912)/(16-2-1)} = 74611.9402$$

$$F = 74611.9402 > F_{0.05}(2,7) = 4.74$$

وعليه نقبل الفرضية البديلة H_1 أي أن للنموذج معنوية إحصائية بنسبة معنوية $\alpha = 5\%$.

<u>**انتهى**</u>