

الامتحان الاستدراكي لمقياس مدخل في الاقتصاد القياسي

التمرين الأول: أجب عن الأسئلة التالية باختصار (10 ن)

1. لماذا يتم إدراج الخطأ العشوائي في نموذج الانحدار الخطي (1,5 ن)
2. يفترض نموذج الانحدار الخطي البسيط مجموعة من الفرضيات أذكرها مع الشرح؟ (4 ن)
3. لماذا نلجأ إلى استخدام R^2 المصحح بدلا من استخدام R^2 العادي في نموذج الانحدار الخطي المتعدد؟ (1,5 ن)
4. متى يأخذ معامل التحديد أعلى قيمة له وهي الواحد؟ (1,5 ن)
5. على ماذا تعتمد طريقة المربعات الصغرى في تقديرها لمعامل نموذج الانحدار الخطي البسيط؟ (1,5 ن)

التمرين الثاني: (10 ن)

ليكن لدينا الجدول التالي والذي يمثل قيم المتغير المستقل X_i والمتغير التابع Y_i .

X_i	Y_i
1	18
2	14
3	9
4	7
5	4
6	3
7	1

المطلوب:

1. أوجد معادلة خط الانحدار المقدر بطريقة المربعات الصغرى المقدر (OLS). (3ن)
2. أحسب قيمة R^2 . (1ن)
3. اختبر المعنوية الإحصائية للمعالم بنسبة معنوية $\alpha = 0.05$ (3ن)
4. أوجد مجال الثقة لمعالم النموذج بنسبة معنوية $\alpha = 0.05$ ، إذ علمت أن $t_i = 2.447$ (3ن)

ملاحظة: على الطالب التقيد بكتابة رقمين بعد الفاصلة مع استخدام التقريب. ويمنع تبادل الآلة الحاسبة بين الطلبة.

بالتوفيق

التصحيح النموذجي للإمتحان الأول لمقياس مدخل في الاقتصاد القياسي

التمرين الأول: (10 ن)

1. يتم إدراج الخطأ العشوائي في نموذج الانحدار الخطي لعدة أسباب نذكر منها:

- إهمال بعض المتغيرات المستقلة التي يمكن أن تؤثر على المتغير التابع في النموذج. (0.5ن)
- الصياغة الرياضية غير السليمة للنموذج. (0.5ن)
- حدوث خطأ في كل من تجميع البيانات وقياس المتغيرات الاقتصادية. (0.5ن)

2. يفترض نموذج الانحدار الخطي البسيط مجموعة من الفرضيات يمكن ذكرها على النحو التالي:

- الأمل الرياضي للأخطاء معدوم : $E(\varepsilon_i) = 0$ (1ن)
- تجانس (ثبات) تباين الأخطاء : $Var(\varepsilon_i) = E(\varepsilon_i^2) = \sigma^2, \forall i = 1, \dots, n$ (1ن)
- عدم وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء : $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = E(\varepsilon_i \varepsilon_j) = 0, \forall i \neq j, i, j = 1, \dots, n$ (1ن)
- الأخطاء تكون مستقلة عن المتغيرات المستقلة X_i : $Cov(X_i, \varepsilon_i) = 0, \forall i = 1, \dots, n$ (1ن)

3. نلجأ إلى استخدام R^2 المصحح بدلا من استخدام R^2 العادي في نموذج الانحدار الخطي المتعدد نظراً لوجود مجموعة من المشاكل نواجهها مع استعمال R^2 نذكر منها:

- إن R^2 غير حساس لعدد المتغيرات المستقلة والموجودة بالنموذج. (0.75ن)
- يصبح تفسير واستعمال R^2 صعبا عندما يكون النموذج بدون الحد الثابت. (0.75ن)

4. يأخذ معامل التحديد أعلى قيمة له وهي الواحد عندما تقع كل نقاط الملاحظات (Y_i, X_i) على الخط المقدر $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ (1.5ن)

5. تعتمد طريقة المربعات الصغرى في تقديرها لمعامل نموذج الانحدار الخطي البسيط على تدنية مجموع مربعات البواقي (الأخطاء)

$$(1.5ن) \quad \text{أو } \text{Min} \sum_{i=1}^n \hat{\varepsilon}_i^2 \quad \text{أو} \quad \text{Min} \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

التمرين الثاني: (10 ن)

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^7 (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^7 (X_i - \bar{X})^2} = \frac{-546}{196} = -2.78$$

1. (3ن) مع رسم الجدول

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = 19.12$$

وعليه تكون معادلة خط الانحدار المقدر كما يلي: $\hat{Y}_i = 19.12 - 2.78X_i$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2} = 1 - \frac{9.27}{228} = 0.96 \quad (1 ن) \quad 2.$$

3. اختبار المعنوية الإحصائية لمعالم النموذج

• المعلم β_0 : (ن1,5) $H_0 : \beta_0 = 0$ (فرضية العدم)

ضد : $H_1 : \beta_0 \neq 0$ (الفرضية البديلة)

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} = 16.66$$

$$\left| \frac{\hat{\beta}_0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}} \right| > t_{n-2, \frac{\alpha}{2}}$$

نقبل H_1 أي أن المعلم β_0 له معنوية إحصائية بنسبة معنوية $\alpha = 0.05$

• المعلم β_1 : (ن1,5) $H_0 : \beta_1 = 0$ (فرضية العدم)

ضد : $H_1 : \beta_1 \neq 0$ (الفرضية البديلة)

$$t_c = \frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} = -10.84$$

$$\left| \frac{\hat{\beta}_1}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}} \right| > t_{n-2, \frac{\alpha}{2}}$$

نقبل H_1 أي أن المعلم β_1 له معنوية إحصائية بنسبة معنوية $\alpha = 0.05$

4. مجال الثقة ل β_0 و β_1 بنسبة معنوية $\alpha = 0.05$

• المعلم β_0 : $\beta_0 \in \left[\hat{\beta}_0 - t_{0.025} \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0}, \hat{\beta}_0 + t_{0.025} \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_0} \right]$

$$(ن1,5) \quad \beta_0 \in [16.21, 22.06]$$

• المعلم β_1 : $\beta_1 \in \left[\hat{\beta}_1 - t_{0.025} \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1}, \hat{\beta}_1 + t_{0.025} \hat{\sigma}_{\hat{\beta}_1} \right]$

$$(ن1,5) \quad \beta_1 \in [-3.42, -2.14]$$