

جامعة العربي بن مهدي - أم البواقي -

السنة الجامعية 2022/2021

كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير

مدة الامتحان: ساعة ونصف

السنة الثالثة كمي

قسم العلوم الاقتصادية

**الامتحان الأول في مقياس بحوث العمليات 01**

**التمرين الأول: (6 ن)**

أوجد الحل الأمثل للبرنامج التالي:

$$\text{Max : } Z = 60X_1 + 6X_2$$

$$S / c \left\{ \begin{array}{l} 12X_1 + 30X_2 \leq 66 \\ X_1 \geq 0 ; X_2 \geq 0 \end{array} \right.$$

وهي صحيحة  $X_1 \geq 0 ; X_2 \geq 0$

**التمرين الثاني: (7 ن)**

مؤسسة لها ثلاث مصانع متجانسة الإنتاج، مكلفة بتمويل أربع مخازن في جهات مختلفة بأقل تكلفة، إذ علمت أن كميات عرض كل مصنع وطاقت استقبال كل مخزن، وتكاليف نقل الوحدة الواحدة بالدينار من كل مصنع إلى كل مخزن معروضة في الجدول أدناه:

	المخزن 1	المخزن 2	المخزن 3	المخزن 4	العرض
المصنع 1	10	20	30	40	100
المصنع 2	11	12	13	14	120
المصنع 3	15	25	45	50	140
الطلب	70	130	50	50	

**المطلوب:**

1. اختبر متلوية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدل
2. أوجد حلين أمثلين إن أمكن ذلك

**التمرين الثالث: (7 ن)**

المشروع التالي يظهر مجموعة الأنشطة التي يتكون منها مشروع ما وكذا أوقات تنفيذ كل نشاط والأنشطة السابقة.

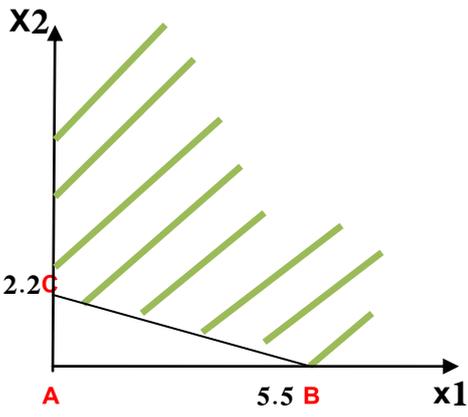
النشاط	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
النشاط السابق	—	A	A	A	C	C	CD	B	E	F	IJG	KH	IJG	ML	IJG
المدة	1	3	4	2	4	6	9	9	8	5	2	3	8	5	3

2. أوجد المسار الحرج

1. أرسم المخطط الشبكي لهذا المشروع

ملاحظة: يمكن الاستعانة بنشاط وهمي واحد فقط

البرنامج الأصلي



ن 0,5

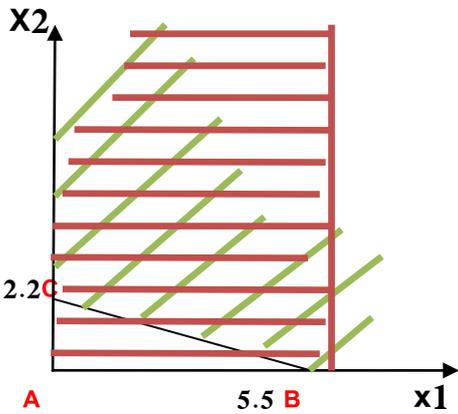
النقطة A  $(x_1, x_2) = (0, 0) \rightarrow z = 0$   
 النقطة B  $(x_1, x_2) = (5.5, 0) \rightarrow z = 333$   
 النقطة C  $(x_1, x_2) = (0, 2.2) \rightarrow z = 13.2$   
 وعليه الحل الأمثل  $(x_1, x_2) = (5.5, 0)$  حيث  $Z = 333$   
 نلاحظ أن قيمة  $x_1$  غير صحيحة ويمكن كتابتها  $5 < x_1 < 6$   
 يمكن استنتاج قيدين القيد الأول  $x_1 < 5$  والقيد الثاني  $x_1 > 6$   
 وعليه فالبرنامج الأصلي يتفرع إلى برنامجين كمايلي: **ن 0,5**

البرنامج الثاني

$$\text{Max : } Z = 60x_1 + 6x_2$$

$$s / c \begin{cases} 12x_1 + 30x_2 \leq 66 \\ x_1 \geq 6 \end{cases}$$

وهي صحيحة  $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$  **ن 0,5**



ن 0,5

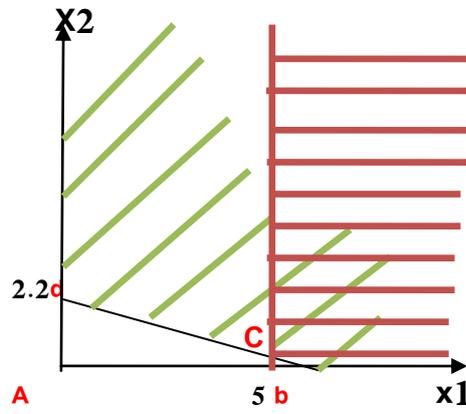
برنامج متناقض  
 وليس له حلول لذلك  
 يتم الاستغناء عنه

البرنامج الأول

$$\text{Max : } Z = 60x_1 + 6x_2$$

$$s / c \begin{cases} 12x_1 + 30x_2 \leq 66 \\ x_1 \leq 5 \end{cases}$$

وهي صحيحة  $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$  **ن 0,5**



ن 0,5

النقطة A  $(x_1, x_2) = (0, 0) \rightarrow z = 0$   
 النقطة B  $(x_1, x_2) = (5, 0) \rightarrow z = 300$   
 النقطة C  $(x_1, x_2) = (5, 0.2) \rightarrow z = 301,2$   
 النقطة d  $(x_1, x_2) = (0, 2.2) \rightarrow z = 13.2$   
 وعليه الحل الأمثل  $(x_1, x_2) = (5, 0.2)$  حيث  $Z = 301.2$   
 نلاحظ أن قيمة  $x_2$  غير صحيحة ويمكن كتابتها  $0 < x_2 < 1$   
 يمكن استنتاج قيدين القيد الأول  $x_2 < 0$  والقيد الثاني  $x_2 > 1$   
 وعليه فالبرنامج الثاني يتفرع إلى برنامجين كمايلي: **ن 0,5**

البرنامج الرابع

$$\text{Max : } Z = 60X_1 + 6X_2$$

$$s / c \begin{cases} 12X_1 + 30X_2 \leq 66 \\ X_1 \geq 6 \\ X_2 \leq 0 \end{cases}$$

وهي صحيحة  $X_1 \geq 0 ; X_2 \geq 0$

0.5 ن

البرنامج الثالث

$$\text{Max : } Z = 60X_1 + 6X_2$$

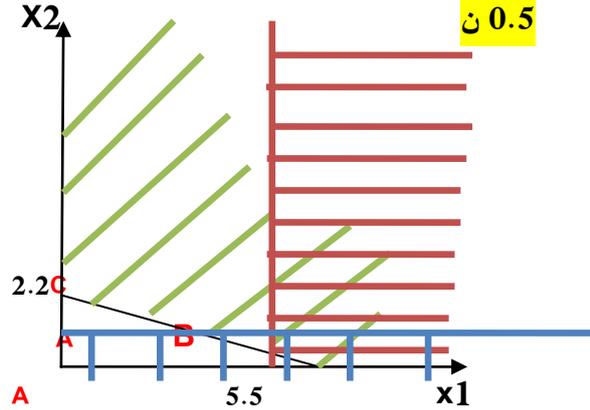
$$s / c \begin{cases} 12X_1 + 30X_2 \leq 66 \\ X_1 \leq 5 \\ X_2 \geq 1 \end{cases}$$

وهي صحيحة  $X_1 \geq 0 ; X_2 \geq 0$

0.5 ن

0.5 ن

برنامج متناقض  
وليس له حلول لذلك  
يتم الاستغناء عنه



0.5 ن

النقطة A  $(x_1, x_2) = (0, 1) \rightarrow z = 6$   
النقطة B  $(x_1, x_2) = (3, 1) \rightarrow z = 186$   
النقطة C  $(x_1, x_2) = (0, 2.2) \rightarrow z = 13.2$

وعليه الحل الأمثل  $(x_1, x_2) = (3, 1)$  حيث  $Z = 186$

نلاحظ أن قيمة كل من  $x_1$   $x_2$  هي قيم صحيحة وعليه فالحل

هو الحل الأمثل للبرنامج الأصلي 0.5 ن

تصحيح التمرين الثاني:

العرض لا يساوي الطلب: وعليه يتم إضافة عمود (مخزن وهمي) بطاقة استيعاب قدرها 60 وحدة

	المخزن 1	المخزن 2	المخزن 3	المخزن 4	مخزن وهمي	العرض
المصنع 1	10	20	30	40	0	100
	70	30				
المصنع 2	11	12	13	14	0	120
		20	50	50		
المصنع 3	15	25	45	50	0	140
		80			60	
الطلب	70	130	50	50	60	

وبعدها يتم اختبار فيما كان الحل المتوصل إليه أمثل أم لا.

نبدأ بالتحقق من الشرط: عدد الخلايا المشغولة

$$= \text{عدد الصفوف} + \text{عدد الأعمدة} - 1$$

عدد الخلايا المشغولة = 7 وعدد الصفوف +

$$7 = 1 - \text{عدد الأعمدة}$$

وعليه يكون الشرط محقق

• الخطوة الأولى: (1 ن)

		$V_1=10$	$V_2=20$	$V_3=21$	$V_4=22$	$V_5=-5$	
		المخزن 1	المخزن 2	المخزن 3	المخزن 4	مخزن وهمي	العرض
$U_1=0$	المصنع 1	10	20	30	40	0	100
$U_2=-8$	المصنع 2	11	12	13	14	0	120
$U_5=5$	المصنع 3	15	25	45	50	0	140
	الطلب	70	130	50	50	60	

يتم إيجاد قيم كل من  $V_j$  و  $U_i$  من خلال الخلايا المشغولة باستخدام المعادلة التالية:  $V_j + U_i = C_{ij}$  مع أخذ  $U_1=0$

• الخطوة الثانية: (1 ن)

يتم إيجاد التكاليف الحدية للخلايا غير مشغولة عن طريق المعادلة التالية:  $\delta_{ij} = C_{ij} - V_j - U_i$

الخلية غير المشغولة (i, j)	التكاليف الحدية للخلايا غير مشغولة
(1, 3)	$\delta_{13} = 30 - 0 - 21 = 9$ لا تتطلب تحسين
(1, 4)	$\delta_{14} = 40 - 0 - 22 = 18$ لا تتطلب تحسين
(1, 5)	$\delta_{15} = 0 - 0 - (-5) = 5$ لا تتطلب تحسين
(2, 1)	$\delta_{21} = 11 - (-8) - 10 = 9$ لا تتطلب تحسين
(2, 5)	$\delta_{25} = 0 - (-8) - (-5) = 13$ لا تتطلب تحسين
(3, 1)	$\delta_{31} = 15 - 5 - 10 = 0$ لا تتطلب تحسين
(3, 3)	$\delta_{33} = 45 - 5 - 21 = 19$ لا تتطلب تحسين
(3, 4)	$\delta_{34} = 0 - 8 - (-6) = -2$ لا تتطلب تحسين

• الخطوة الثالثة: (1 ن)

يبين الجدول أن كل التكاليف الحدية موجبة، وعليه يكون الحل المتوصل إليه هو الحل الأمثل. وبالتالي تتم عملية النقل على النحو التالي:

1.  $X_{11} = 70$  : يتم نقل 70 وحدة من المصنع 1 إلى المخزن 1.

2.  $X_{12} = 30$  : يتم نقل 30 وحدة من المصنع 1 إلى المخزن 2.

2.  $X_{22} = 20$  : يتم نقل 20 وحدة من المصنع 2 إلى المخزن 2.

3.  $X_{23} = 50$  : يتم نقل 50 وحدة من المصنع 2 إلى المخزن 3.

$X_{24} = 50$  : يتم نقل 50 وحدة من المصنع 2 إلى المخزن 4.

$X_{32} = 80$  : يتم نقل 80 وحدة من المصنع 3 إلى المخزن 2.

أما تكاليف النقل الكلية تكون: (1 ن)

$$Tc = (10)(70) + (20)(30) + (12)(20) + (13)(50) + (14)(50) + (25)(80) = 4890DZ$$

2. من خلال التكلفة الحدية للخلية ( 1 , 3 ) والتي تساوي الصفر يتبين أن الحل الأمثل المتوصل إليه ليس الأمثل الوحيد وبالتالي توجد حلول مثلى أخرى من خلال نقل كميات إلى الخلية المذكورة على النحو التالي:

قمنا أيضا بحساب قيم كل من

$V_j$  و  $U_i$  خلال

		$V_1=10$	$V_2=20$	$V_3=21$	$V_4=22$	$V_5=-5$	
		المخزن 1	المخزن 2	المخزن 3	المخزن 4	مخزن وهمي	العرض
$U_1=0$	المصنع 1	10	20	30	40	0	100
			100				
$U_2=-8$	المصنع 2	11	12	13	14	0	120
			20	50	50		
$U_5=5$	المصنع 3	15	25	45	50	0	140
		70	10			60	
	الطلب	70	130	50	50	60	

يتم إيجاد التكاليف الحدية للخلايا غير مشغولة عن طريق المعادلة التالية:  $\delta_{ij} = C_{ij} - V_j - U_i$

الخلية غير المشغولة ( i , j )	التكاليف الحدية للخلايا غير مشغولة
( 1 , 1 )	$\delta_{11} = 10 - 0 - 10 = 0$ لا تتطلب تحسين
( 1 , 3 )	$\delta_{13} = 30 - 0 - 21 = 9$ لا تتطلب تحسين
( 1 , 4 )	$\delta_{14} = 40 - 0 - 22 = 18$ لا تتطلب تحسين
( 1 , 5 )	$\delta_{15} = 0 - 0 - (-5) = 5$ لا تتطلب تحسين
( 2 , 1 )	$\delta_{21} = 11 - (-8) - 10 = 9$ لا تتطلب تحسين
( 2 , 5 )	$\delta_{25} = 0 - (-8) - (-5) = 13$ لا تتطلب تحسين
( 3 , 3 )	$\delta_{33} = 45 - 5 - 21 = 19$ لا تتطلب تحسين
( 3 , 4 )	$\delta_{34} = 50 - 5 - 22 = 23$ لا تتطلب تحسين
( 3 , 5 )	$\delta_{35} = 0 - 5 - (-5) = 0$ لا تتطلب تحسين

يبين الجدول أن كل التكاليف الحدية موجبة، وعليه يكون الحل المتوصل إليه هو الحل الأمثل. وبالتالي تتم عملية النقل على النحو التالي:

$$X_{12} = 100 \text{ : يتم نقل 100 وحدة من المصنع 1 إلى المخزن 2.}$$

$$X_{22} = 20 \text{ : يتم نقل 20 وحدة من المصنع 2 إلى المخزن 2.}$$

$$X_{23} = 50 \text{ : يتم نقل 50 وحدة من المصنع 2 إلى المخزن 3.}$$

$$X_{24} = 50 \text{ : يتم نقل 50 وحدة من المصنع 2 إلى المخزن 4.}$$

$$X_{31} = 70 \text{ : يتم نقل 70 وحدة من المصنع 3 إلى المخزن 1.}$$

$$X_{32} = 10 \text{ : يتم نقل 10 وحدة من المصنع 3 إلى المخزن 2.}$$

أما تكاليف النقل الكلية تكون: **(1 ن)**

$$Tc = (100)(20) + (20)(12) + (13)(50) + (14)(50) + (70)(15) + (70)(15) = 4890DZ$$