1.الأقساط الوحيدة الصافية لوثائق التأمين التي بموجبها تدفع مبالغ التأمين في حالة الحياة فقط.

1.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين الوقفية البحتة*

وفقاً لوثيقة أو عقد الوقفية البحتة تلتزم شركة التأمين بأن تدفع المبلغ المنصوص عليه في العقد للمؤمن عليه في حال بقائه على قيد الحياة حتى نهاية فترة التأمين، أما في حالة وفاته قبل انتهاء مدة التعاقد فلا تدفع الشركة أي شيء للورثة، أما الالتزامات المترتبة على المؤمن عليه فهي دفع قسط التأمين عند توقيع العقد.

ليكن nEx الرمز المعبر للقسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين تلتزم وفقها شركة التأمين بدفع مبلغ قدره وحدة نقدية واحدة الى المؤمن له الموجود على العمر x وذلك بشرط بقائه على قيد الحياة وبعد مرور n سنة، واذا توفي قبل مرور n سنة، فلا يترتب على شركة التأمين أي التزامات.

للحصول على العلاقة الرياضية لـ: nEx نعتمد على القاعدة العامة للتكلفة:

القيمة الحالية للالتزامات المتوقعة لشركة التأمين= التزامات المؤمن لهم

لإيجاد التزامات المؤمن لهم، نفترض وجود L_X مؤمن له مشارك في عملية التأمين بحيث يدفع كل منهم عند توقيع العقد مبلغ: nEx وحدة نقدية.

ومن أجل ايجاد الالتزامات المتوقعة لشركة التأمين بعد مرور n سنة، نفترض أنه ستكون وحدة نقدية واحدة لكل مؤمن له بقي على قيد الحياة من L_X شخص، أي بقيمة L_{X+n} وحدة نقدية، وقيمتها الحالية عند توقيع العقد هي: $L_{X+n}\mu^{-n}$ وحدة نقدية.

وبالتعويض في قاعدة التكلفة نجد:

$$L_X\, nEx = L_{x+n}\mu^{-n} \quad \text{.....(01)}$$

بقسمة طرفي المعادلة (01) على L_X نجد:

$$nEx = \frac{L_{x+n}\mu^{-n}}{L_x} \quad \text{.....(02)}$$

* يفهم من تسمية الوقفية البحتة، أن استحقاق مبلغ التأمين متوقف على بقاء المؤمن عليه حياً حتى نهاية مدة العقد

ونعلم من خلال ما تعرضنا له في الفصل الثالث أن احتمال حياة شخص عمره x لمدة n سنة تالية هي: $P_x = \frac{L_{x+n}}{L_x}$، ومن يمكن التعبير عن العلاقة الرياضية (02) بالصيغة التالية:

$$nEx = {}_nP_x\mu^{-n} \quad \text{.....(03)}$$

ويمكن استنتاج علاقة رياضية لـ: nEx بطريقة أخرى، وذلك من خلال ضرب طرفي العلاقة رقم(02) في المقدار μ^{-x} على النحو التالي:

$$nEx = \frac{L_{x+n}\mu^{-x}}{L_x\mu^{-x}}\mu^{-n} = \frac{L_{x+n}\mu^{-(x+n)}}{L_x\mu^{-x}} \quad \text{.....(04)}$$

ومن خلال جدول الرموز الحسابية توصلنا الى أن: $D_x = L_x\mu^{-x} \Rightarrow D_{x+n} = L_{x+n}\mu^{-(x+n)}$، وبالتعويض في العلاقة رقم (04) نحصل على صيغة أخرى لـ: nEx، وهو ما توضحه العلاقة رقم(05).

$$nEx = \frac{D_{x+n}}{D_x} \quad \text{.....(05)}$$

من خلال العلاقات الرياضية السابقة يمكن حساب القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين وقفية بحتة، حيث تلتزم من خلالها شركة التأمين بدفع مبلغ قدره C وحدة نقدية الى المؤمن له، وذلك بشرط بقائه حياً لمدة n سنة هو:

$$C_nE_x = C\frac{D_{x+n}}{D_x} \quad \text{.....(06)}$$

مثال: أحسب القسط الوحيد الصافي الذي يدفعه الشخص (y) الذي عمره 50 سنة، ليحصل على وثيقة تأمين وقفية بحتة قيمتها: 120000 وحدة نقدية، علماً أن مدة سريانها* 12 سنة.

الحل:

لدينا المعطيات التالية: $x = 40ans, n = 12, C = 120000$

وبما أننا أمام وثيقة تأمين وقفية بحتة، وبتطبيق العلاقة رقم(06) وبالرجوع الى الملحق رقم(02) الخاص بجدول الرموز الحسابية، يمكن حساب القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل الشخص (y) على النحو التالي:

* المقصود بمدة سريان وثيقة التأمين أي يجب توفر بقاء الشخص حياً طيلة هذه المدة حتى يستفيد من مبلغ الوثيقة.

$$120000\,{}_{12}E_{50} = 120000\,\frac{D_{62}}{D_{50}}$$

$$\Rightarrow 120000\,E_{50} = 120000\,\frac{6156.739}{11617.34} = 63595.3393um$$

2.1.الأقسط الوحيدة الصافية لوثائق تأمين الحياة: بموجب وثائق أو عقود دفعات الحياة يترتب على شركة التأمين أن تدفع الى المؤمن له دفعات متساوية طيلة بقائه على قيد الحياة أو خلال فترة معينة من حياته بشرط بقائه حياً، حيث تتوقف تلك الدفعات بوفاة المؤمن له، وتختلف أنواع دفعات الحياة تبعاً لاختلاف مدة سريانها، ولاختلاف مدة سريانها وموعد استحقاق مبلغ الدفعة، وبالتالي يمكن أن نميز أنواع الاقساط الوحيدة الصافية تبعا لطبيعة الدفعات وذلك على النحو التالي:

1.2.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مدى الحياة:

من أجل التوصل الى العلاقة الرياضية للقسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين في حالة دفعات عادية، حيث نرمز للقسط الوحيد الصافي في هذه الحالة بالرمز a_x.

لإيجاد a_x ننطلق من القاعدة العامة للتكلفة التي تم التطرق اليها سابقاً.

- ✓ لحساب التزامات المؤمن لهم، نفترض وجود L_x مؤمن له مشارك في عملية التأمين، بحيث يدفع كل منهم عند توقيع العقد مبلغ a_x وبالتالي تكون التزامات المؤمنين لهم هي: $L_x a_x$.
- ✓ لحساب الالتزامات المتوقعة لشركة التأمين، نفترض أنها ستكون وحدة نقدية واحدة لكل مؤمن له، وذلك في نهاية كل سنة ابتداءاً من لحظة توقيع العقد وتستمر الدفعات طيلة بقائه على قيد الحياة، ومنه القيمة الحالية لتلك الدفعات هي مجموع القيم الحالية لها، حيث:

ومنه الصيغة الرياضية لمجموع القيم الحالية للدفعات العادية هي:

$$L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + L_{x+3}\mu^{-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x)} \quad \ldots\ldots(07)$$

وبالتعويض في قاعدة التكلفة نجد أن:

$$L_x a_x = L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + L_{x+3}\mu^{-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x)}$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + L_{x+3}\mu^{-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x)}}{L_x} \quad \ldots\ldots(08)$$

وبضرب البسط والمقام لطرف الثاني للمعادلة رقم (08) بالمقدار μ^{-x} نحصل على:

$$\Rightarrow a_x = \frac{L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + L_{x+3}\mu^{-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x)}}{L_x} \times \frac{\mu^{-x}}{\mu^{-x}}$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{L_{x+1}\mu^{-(x+1)} + L_{x+2}\mu^{-(x+2)} + L_{x+3}\mu^{-(x+3)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-w}}{L_x\mu^{-x}} \quad \ldots\ldots(09)$$

ومن خلال تطرقنا لجدول الرموز الحسابية توصلنا الى: $D_x = L_x\mu^{-x}; D_{x+1} = L_{x+1}\mu^{-(x+1)}; D_w = L_W\mu^{-w}$

وبالتعويض في العلاقة رقم (08) نحصل على:

$$\Rightarrow a_x = \frac{D_{x+1} + D_{X+2} + D_{X+3} + ... + D_w}{D_x}$$

ومن خلال الصيغ الرياضية لحقول جدول الرموز الحسابية وجدنا:

$$N_{x+1} = D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + ... + D_w$$

ومنه نتوصل الى الصيغة التالية: $a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$.....(10)

وبفرض أن مبلغ الدفعة الواحدة هو C، ومنه القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مدى الحياة يعطى وفق الصيغة التالية:

$$Ca_x = C\frac{N_{x+1}}{D_x}.....(11)$$

مثال: اشترى شخص عمره 35 سنة وثيقة تأمين يتم بموجبها الحصول على دفعات قيمة كل منها 20000 وحدة نقدية، بحيث تستحق الدفعة الاولى في نهاية السنة الاولى التالية لتوقيع العقد، والثانية تستحق في نهاية السنة الثانية... وهكذا تستمر الدفعات طيلة بقاء الشخص حياً.

المطلوب: أوجد القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذا الشخص؟

الحل: بما أن الدفعات عادية تستحق في نهاية كل سنة فنحن أمام وثيقة تأمين دفعات عادية مدى الحياة وعليه يتم حساب القسط الوحيد الصافي وفق الصيغة رقم(11) حيث لدينا المعطيات التالية:

$$C_1 = C_2 = ... = C_n = 20000; x = 35 ans;$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (02). والتعويض في الصيغة رقم (11) نجد قيمة القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه هذا الشخص لشركة التأمين كما يلي:

$$20000a_{35} = 20000\frac{N_{361}}{D_{35}} = 20000\frac{405493}{22363.28} = 362641.7949 um$$

2.2.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات فورية مدى الحياة:

من أجل التوصل الى العلاقة الرياضية للقسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين في حالة دفعات فورية، حيث نرمز للقسط الوحيد الصافي في هذه الحالة بالرمز δ_x.

لإيجاد δ_x ننطلق من القاعدة العامة للتكلفة التي تم التطرق اليها سابقاً.

- ✓ لحساب التزامات المؤمن لهم، نفترض وجود L_x مؤمن له مشارك في عملية التأمين، بحيث يدفع كل منهم عند توقيع العقد مبلغ a_x وبالتالي تكون التزامات المؤمنين لهم هي: $L_x\delta_x$.
- ✓ لحساب الالتزامات المتوقعة لشركة التأمين، نفترض أنها ستكون وحدة نقدية واحدة لكل مؤمن له، وذلك في بداية كل سنة ابتداءاً من لحظة توقيع العقد وتستمر الدفعات طيلة بقائه على قيد الحياة، ومنه القيمة الحالية لتلك الدفعات هي مجموع القيم الحالية لها، حيث الصيغة الرياضية لمجموع القيم الحالية للدفعات العادية هي:

$$L_X + L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + L_{x+3}\mu^{-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_{w-1}\mu^{-(w-x-1)} \ldots\ldots\ldots\ldots(12)$$

وبالتعويض في قاعدة التكلفة نجد أن:

$$L_x\delta_x = L_x + L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + L_{x+3}\mu^{-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_{w-1}\mu^{-(w-x-1)}$$

$$\Rightarrow \delta_x = \frac{L_x + L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + L_{x+3}\mu^{-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x-1)}}{L_x} \ldots\ldots\ldots\ldots(13)$$

وبضرب البسط والمقام لطرف الثاني للمعادلة رقم (13) بالمقدار μ^{-x} نحصل على:

$$\Rightarrow \delta_x = \frac{L_x + L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + L_{x+3}\mu^{-3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x-1)}}{L_x} \times \frac{\mu^{-x}}{\mu^{-x}}$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{L_x\mu^{-x} + L_{x+1}\mu^{-(x+1)} + L_{x+2}\mu^{-(x+2)} + L_{x+3}\mu^{-(x+3)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-1)}}{L_x\mu^{-x}} \ldots\ldots\ldots\ldots(14)$$

ومن خلال تطرقنا لجدول الرموز الحسابية توصلنا الى:

$$D_x = L_x\mu^{-x}; D_{x+1} = L_{x+1}\mu^{-(x+1)}; D_w = L_{w-1}\mu^{-(w-1)}$$

وبالتعويض في العلاقة رقم (14) نحصل على:

$$\Rightarrow \delta_x = \frac{D_x + D_{x+1} + D_{X+2} + D_{X+3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_{w-1}}{D_x}$$

ومن خلال الصيغ الرياضية لحقول جدول الرموز الحسابية وجدنا:

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w$$

ومنه نتوصل الى الصيغة التالية: $\delta_x = \frac{N_x}{D_x}$ ..... (15)

وبفرض أن مبلغ الدفعة الواحدة هو C، ومنه القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مدى الحياة يعطى وفق الصيغة التالية:

$$C\delta_x = C\frac{N_x}{D_x} \ldots\ldots\ldots\ldots(16)$$

مثال: أحسب القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات تستحق في بداية كل سنة مبلغ كل منها 25000 وحدة نقدية وتستمر مدى الحياة لسيدة عمرها عند توقيع العقد 28 سنة.

الحل:

بما أن الدفعات تستحق في بداية كل سنة فنحن أمام وثيقة تأمين دفعات فورية مدى الحياة وعليه يتم حساب القسط الوحيد الصافي وفق الصيغة رقم(16) حيث لدينا المعطيات التالية:

$$C_1 = C_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = C_n = 25000; x = 28 ans;$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (02) والتعويض في الصيغة رقم (16) نجد قيمة القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذه السيدة لشركة التأمين كما يلي:

$$25000a_{28} = 25000\frac{N_{28}}{D_{28}} = 25000\frac{613150.3}{29838.12} = 513730.6740um$$

3.2.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤجلة مدى الحياة

يمكن التعبير عن هذا القسط بالرمز m/a_x، حيث تلتزم شركة التأمين بتأدية دفعات دورية سنوية للمؤمن له قيمة كل منها وحدة نقدية واحدة على أن تبدأ الدفعة الاولى في نهاية السنة التالية لـ: mسنة تالية لبدأ الزمن (للحظة توقيع العقد) وتستمر الدفعات طيلة بقاء المؤمن له على قيد الحياة.

لحساب m/a_x ننطلق **من** قاعدة التكلفة السابقة وبالتالي فإن:

$$L_x m/a_x = L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(m+2)} + L_{x+3}\mu^{-(m+3)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x)} \ldots\ldots\ldots\ldots(17)$$

وبضرب البسط والمقام لطرف الثاني للمعادلة رقم (13) بالمقدار μ^{-x}نحصل على:

$$\Rightarrow m/a_x = \frac{L_x + L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(m+2)} + L_{x+m+3}\mu^{-(m+3)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x)}}{L_x} \times \frac{\mu^{-x}}{\mu^{-x}}$$

$$\Rightarrow m/a_x = \frac{L_{x+m+1}\mu^{-(x+m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(x+m+2)} + L_{x+m+3}\mu^{-(x+m+3)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-w}}{L_x\mu^{-x}} \ldots\ldots\ldots\ldots(18)$$

ومن خلال تطرقنا لجدول الرموز الحسابية توصلنا الى: $D_{x+1} = L_{x+1}\mu^{-(x+1)} \Rightarrow D_{x+m+1} = L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)}$

وبالتعويض في العلاقة رقم (18) نحصل على:

$$\Rightarrow m/a_x = \frac{D_{x+m+1} + D_{x+m+2} + D_{x+m+3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w}{D_x}$$

ومن خلال الصيغ الرياضية لحقول جدول الرموز الحسابية وجدنا:

$$N_{x+1} = D_{x+m+1} + D_{x+m+2} + D_{x+m+3} + \ldots.. + D_w \Rightarrow N_{x+m+1} = D_{x+m+1} + D_{x+m=2} + D_{x+m+3} \ldots\ldots\ldots + D_w$$

ومنه نتوصل الى الصيغة التالية: $m/a_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x} \ldots\ldots\ldots\ldots(19)$

وبفرض أن مبلغ الدفعة الواحدة هو C، ومنه القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤجلة مدى الحياة يعطى وفق الصيغة التالية:

$$Cm/a_x = C\frac{N_{x+m+1}}{D_x} \ldots\ldots\ldots\ldots(20)$$

مثال: أحسب القسط الوحيد الصافي لدفعات حياة عادية مؤجلة لمدة 10 سنوات، مبلغ كل منها 20000 وحدة نقدية، وذلك لشخص عمره 50 سنة عند تاريخ توقيع العقد.

الحل:

بما أن الدفعات تستحق في نهاية السنة ومؤجلة لمدة 10 سنوات فنحن أمام وثيقة تأمين دفعات عادية مؤجلة مدى الحياة وعليه يتم حساب القسط الوحيد الصافي وفق الصيغة رقم(20) حيث لدينا المعطيات التالية:

$$C_1 = C_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots = C_n = 20000; x = 50ans; m = 10ans$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (02) والتعويض في الصيغة رقم (20) نجد قيمة القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذا الشخص لشركة التأمين كما يلي:

$$20000_{10}/a_{50} = 20000\frac{N_{61}}{D_{50}} = 20000\frac{73913.47}{11617.34} = 127246.8052um$$

4.2.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات فورية مؤجلة مدى الحياة

يمكن التعبير عن هذا القسط بالرمز m/δ_x، حيث تلتزم شركة التأمين بتأدية دفعات دورية سنوية للمؤمن له قيمة كل منها وحدة نقدية واحدة على أن تبدأ الدفعة الاولى في بداية السنة التالية لـ: mسنة تالية لبدأ الزمن (للحظة توقيع العقد) وتستمر الدفعات طيلة بقاء المؤمن له على قيد الحياة.

لحساب m/δ_x ننطلق **من** قاعدة التكلفة السابقة وبالتالي فإن:

$$L_x m/\delta_x = L_{x+m}\mu^{-m} + L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(m+2)} + L_{x+3}\mu^{-(m+3)} + \ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x)} \ldots\ldots\ldots(21)$$

وبضرب البسط والمقام لطرف الثاني للمعادلة رقم (22) بالمقدار μ^{-x}نحصل على:

$$\Rightarrow m/\delta_x = \frac{L_{x+m}\mu^{-m} + L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(m+2)} + L_{x+m+3}\mu^{-(m+3)} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-(w-x)}}{L_x} \times \frac{\mu^{-x}}{\mu^{-x}}$$

$$\Rightarrow m/\delta_x = \frac{L_{x+m}\mu^{-m} + L_{x+m+1}\mu^{-(x+m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(x+m+2)} + L_{x+m+3}\mu^{-(x+m+3)} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + L_w\mu^{-w}}{L_x\mu^{-x}} \ldots\ldots\ldots(22)$$

ومن خلال تطرقنا لجدول الرموز الحسابية توصلنا الى: $D_x = L_x\mu^{-x} \Rightarrow D_{x+m} = L_{x+m}\mu^{-m}$

وبالتعويض في العلاقة رقم (22) نحصل على:

$$\Rightarrow m/\delta_x = \frac{D_{x+m} + D_{x+m+1} + D_{x+m+2} + D_{x+m+3} + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + D_w}{D_x}$$

ومن خلال الصيغ الرياضية لحقول جدول الرموز الحسابية وجدنا:

$$N_{x+m} = D_{x=m} + D_{x+m+1} + D_{x+m+2} + D_{x+m+3} + \ldots.. + D_w \Rightarrow N_{x+m} = D_{x+m} + D_{x+m+1} + D_{x+m=2} + D_{x+m+3} \ldots.. + D_w$$

ومنه نتوصل الى الصيغة التالية: $m/\delta_x = \frac{N_{x+m}}{D_x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(23)$

وبفرض أن مبلغ الدفعة الواحدة هو C، ومنه القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤجلة مدى الحياة يعطى وفق الصيغة التالية:

$$Cm/a_x = C\frac{N_{x+m}}{D_x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(24)$$

مثال: أحسب القسط الوحيد الصافي لدفعات حياة فورية مؤجلة لمدة 8 سنوات، مبلغ كل منها 30000 وحدة نقدية، وذلك لشخص عمره 45 سنة عند تاريخ توقيع العقد.

الحل:

بما أن الدفعات تستحق في بداية السنة ومؤجلة لمدة 08 سنوات فنحن أمام وثيقة تأمين دفعات فورية مؤجلة مدى الحياة وعليه يتم حساب القسط الوحيد الصافي وفق الصيغة رقم(24) حيث لدينا المعطيات التالية:

$$C_1 = C_2 = ... = C_n = 30000; x = 45ans; m = 08ans$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (02) والتعويض في الصيغة رقم (24) نجد قيمة القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذا الشخص لشركة التأمين كما يلي:

$$30000_8 / \delta_{45} = 20000\frac{N_{53}}{D_{45}} = 30000\frac{141534.7}{14583.75} = 291148.7786um$$

5.2.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤقتة(محددة)

لنرمز بـ: $a_{x\neg_n}$ للقسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين تلتزم الشركة بموجبها بتأدية دفعات دورية سنوية عددها n وقيمة كل منها وحدة نقدية واحدة، حيث تبدأ الدفعة الأولى في نهاية السنة التالية لبدأ الزمن(لحظة توقيع العقد).

وباتباع نفس الخطوات السابقة وبتطبيق قاعدة التكلفة نجد:

$$L_x a_{x\neg_n} = L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + ... + L_{x+n}\mu^{-n} .....(25)$$

$$\Rightarrow a_{x\neg_n} = \frac{L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + ... + L_{x+n}\mu^{-n}}{L_x}$$

وبضرب البسط والمقام بالمقدار μ^{-x} نحصل على:

$$a_{x\neg_n} = \frac{L_{x+1}\mu^{-(x+1)} + L_{x+2}\mu^{-(x+2)} + ... + L_{x+n}\mu^{-(x+n)}}{L_x\mu^{-x}} .....(26)$$

وباعتبار أن: . $D_{x+1} = L_{x+1}\mu^{-(x+1)}$ وبالتعويض في المعادلة رقم (26) نحصل على:

$$a_{x\neg_n} = \frac{D_{X+1} + D_{X+2} + ... + D_{x+n}}{D_x} .....(27)$$

بالتدقيق في البسط نلاحظ أنه يساوي الى الفرق التالي:

$$[D_{x+1} + D_{X+2} + ... + D_w] - [D_{x+n+1} + D_{x+n+2} + ... + D_w]$$

وقد توصلنا فيما سبق الى أن:

$$N_{X+1} = D_{x+1} + D_{X+2} + ... + D_{x+n}$$

$$\Rightarrow N_{x+n+1} = D_{x+n+1} + ... + D_w$$

وبالتالي فإن البسط يمكن التعبير عنة بالعلاقة التالية:. $N_{x+1} - N_{x+n+1}$ وبالتعويض في العلاقة رقم (27) نحصل على:

$$a_{x\neg_n} = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} .....(28)$$

ويمكن كتابة العلاقة الأخيرة بصيغة أخرى:

$$a_{x\neg_n} = \frac{N_{x+1}}{D_x} - \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$\Rightarrow a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} \Rightarrow n/a_x = \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$\Rightarrow a_{x\neg_n} = a_x - n/a_x$$

ومن أجل قيمة لكل دفعة تساوي C وحدة نقدية، يكون القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤقتة مساوياً الى:

$$Ca_{x\neg_n} = C\frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{D_x} \text{.....(29)}$$

مثال:

يرغب أحد الأشخاص بشراء وثيقة تأمين تتيح له الحصول على دخل سنوي في نهاية كل سنة مقداره 80000 وحدة نقدية، وذلك لحين اتمامه العمر 55 سنة، فإذا علمت أن عمر الشخص 34 سنة، فأوجد القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذا الشخص.

الحل:

بما أن الدفعات تستحق في نهاية السنة ولمدة (55− 34= 11سنة) ، حيث تبدأ الدفعة الأولى بعد مرور سنة من لحظة توقيع العقد. فنحن أمام وثيقة تأمين دفعات عادية مؤقتة، وعليه يتم حساب القسط الوحيد الصافي وفق الصيغة رقم(29) حيث لدينا المعطيات التالية:

$$C_1 = C_2 = \text{.....} = C_{21} = 80000; x = 34ans; n = 21ans$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (02) والتعويض في الصيغة رقم (29) نجد قيمة القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذا الشخص لشركة التأمين كما يلي:

$$80000a_{x\neg_n} = 80000\frac{N_{35} - N_{56}}{D_{34}} = 80000\frac{427856.3 - 112802.1}{23312.4} = 1081155.78um$$

6.2.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات فورية مؤقتة (محددة)

لنرمز بـ: $\delta_{x\neg_n}$للقسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين تلتزم الشركة بموجبها بتأدية دفعات دورية سنوية عددها n وقيمة كل منها وحدة نقدية واحدة، حيث تبدأ الدفعة الأولى في بدأ الزمن (لحظة توقيع العقد).

وباتباع نفس الخطوات السابقة وبتطبيق قاعدة التكلفة نجد:

$$L_x\delta_{x\neg_n} = L_x + L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + \text{.....} + L_{x+n-1}\mu^{-(n-1)} \text{.....(30)}$$

$$\Rightarrow \delta_{x\neg_n} = \frac{L_x + L_{x+1}\mu^{-1} + L_{x+2}\mu^{-2} + \text{.....} + L_{x+n-1}\mu^{-(n-1)}}{L_x}$$

وبضرب البسط والمقام بالمقدار μ^{-x}نحصل على:

$$\delta_{x\neg_n} = \frac{L_x\mu^{-x} + L_{x+1}\mu^{-(x+1)} + L_{x+2}\mu^{-(x+2)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_{x+n-1}\mu^{-(x+n-1)}}{L_x\mu^{-x}} \ldots\ldots\ldots(31)$$

وباعتبار أن: . $D_x = L_x\mu^{-x}$ وبالتعويض في المعادلة رقم (31) نحصل على:

$$\delta_{x\neg_n} = \frac{D_x + D_{X+1} + D_{X+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_{x+n-1}}{D_x} \ldots\ldots\ldots(32)$$

بالتدقيق في البسط نلاحظ أنه يساوي الى الفرق التالي:

$$[D_x + D_{x+1} + D_{X+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w] - [D_{x+n} + D_{x+n+1} + D_{x+n+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w]$$

وقد توصلنا فيما سبق الى أن:

$$N_X = D_x + D_{x+1} + D_{X+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w$$

$$\Rightarrow N_{x+n} = D_{x+n} + D_{x+n+1} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w$$

وبالتالي فإن البسط يمكن التعبير عنة بالعلاقة التالية:. $N_x - N_{x+n}$ وبالتعويض في العلاقة رقم (32) نحصل على:

$$\delta_{x\neg_n} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \ldots\ldots\ldots(33)$$

ويمكن كتابة العلاقة الأخيرة بصيغة أخرى:

$$\delta_{x\neg_n} = \frac{N_x}{D_x} - \frac{N_{x+n+1}}{D_x}$$

$$\Rightarrow \delta_x = \frac{N_{x+1}}{D_x} \Rightarrow n/\delta_x = \frac{N_{x+n}}{D_x}$$

$$\Rightarrow \delta_{x\neg_n} = \delta_x - n/\delta_x$$

ومن أجل قيمة لكل دفعة تساوي C وحدة نقدية، يكون القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤقتة مساوياً الى:

$$C\delta_{x\neg_n} = C\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} \ldots\ldots\ldots(34)$$

مثال:

يرغب شخص عمره 45 سنة في شراء وثيقة تأمين تتيح له الحصول على دفعات قيمة كل منها 35000 وحدة نقدية لحين بلوغه تمام الستين من العمر. وذلك من أجل الحصول على دفعات في بداية كل سنة، فما هو القسط الوحيد الصافي لهذه الوثيقة؟

الحل:

بما أن الدفعات تستحق في بداية السنة ولمدة (60- 45= 15سنة) ، حيث تبدأ الدفعة الأولى لحظة توقيع العقد. فنحن أمام وثيقة تأمين دفعات فورية مؤقتة، وعليه يتم حساب القسط الوحيد الصافي وفق الصيغة رقم(34) حيث لدينا المعطيات التالية:

$$C_1 = C_2 = ... = C_{15} = 80000; x = 45ans; n = 15ans$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (02) والتعويض في الصيغة رقم (34) نجد قيمة القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذا الشخص لشركة التأمين كما يلي:

$$35000\delta_{x\neg_n} = 35000\frac{N_{45} - N_{60}}{D_{45}} = 35000\frac{241579.9 - 80851.7}{14583.75} = 385736.659um$$

7.2.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤجلة مؤقتة

لنرمز بـ: ${}_{m\ln}a_x$ للقسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين يتم بموجبها قيام شركة التأمين بتقديم nدفعة دورية سنوية للمؤمن له، قيمة كل منها وحدة نقدية واحدة، حيث تبدأ الدفعة الأولى في نهاية السنة التالية لمرور m سنة من بدأ الزمن.

ضمن هذه الوثيقة نكون أمام دفعات مؤجلة بمقدار mسنة ومؤقتة بمقدار n سنة.

بالأسلوب نفسه الذي اتبعناه سابقا يمكن أن نكتب حسب قاعدة السابقة ما يلي:

$$L_{x\ m\ln}a_x = L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(m+2)} + ... + L_{x+m+n}\mu^{-(m+n)} .....(35)$$

وهكذا نجد:

$${}_{m\ln}a_x = \frac{L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(m+2)} + ... + L_{x+m+n}\mu^{-(m+n)}}{L_x}$$

بضرب البسط والمقام بالمقدار μ^{-x} نحصل على:

$${}_{m\ln}a_x = \frac{L_{x+m+1}\mu^{-(x+m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(x+m+2)} + ... + L_{x+m+n}\mu^{-(x+m+n)}}{L_x\mu^{-x}} .....(36)$$

نعلم من خلال ما سبق: $D_{x+1} = L_{x+1}\mu^{-x} \Rightarrow D_{x+m+1}$. وبالتعويض في المعادلة رقم (36) نحصل على .

$${}_{m\ln}a_x = \frac{D_{x+m+1} + D_{X+m+2} + D_{X+m+3} + ... + D_{x+m+n}}{D_x} .....(37)$$

بالتدقيق في البسط نلاحظ أنه يساوي الى الفرق التالي:

$$[D_{x+m+1} + D_{X+m+2} + ... + D_w] - [D_{x+m+n+1} + D_{x+m+n+2} + ... + D_w]$$

ومن خلال ما سبق ومن خلال الصيغ الرياضية لحقول جدول الرموز الحسابية استنتجنا:

$$N_{x+m+1} = D_{x+m+1} + D_{x+m+2} + ... + D_w$$

$$\Rightarrow N_{x+m+n+1} = D_{x+m+n+1} + D_{x+m+n+2} ..... + D_w$$

وبالتالي فإن البسط يمكن التعبير عنة بالعلاقة التالية:. $N_{x+n+1} - N_{x+m+n+1}$ وبالتعويض في العلاقة رقم (37) نحصل على:

$${}_{m/n}a_x = \frac{N_{x+m+1} - N_{x+m+n+1}}{D_x} .....(38)$$

ويمكن كتابة العلاقة الأخيرة بصيغة أخرى:

$$_{m\ln}a_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x} - \frac{N_{x+m+n+1}}{D_x}$$

$$\Rightarrow m/a_x = \frac{N_{x+m+1}}{D_x} \Rightarrow m+n/a_x = \frac{N_{x+m+n+1}}{D_x}$$

$$\Rightarrow {}_{m\ln}a_x = m/a_x - m+n/a_x$$

ومن أجل قيمة لكل دفعة تساوي C وحدة نقدية، يكون القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤقتة مساوياً الى:

$$C\,{}_{m/n}a_x = C\frac{N_{x+m+1} - N_{x+m+n+1}}{D_x} \text{.....(39)}$$

مثال: أحسب القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين تلتزم بموجبها بتقديم دفعات عادية الى المؤمن، قيمة كل منها: 35000 وحدة نقدية، حيث تستحق الدفعة الأولى في نهاية الـ: 12 سنة اعتبارا من لحظة توقيع العقد، وتستمر الدفعات حتى بلوغ الشخص الستين من العمر.

الحل:

بما أن الدفعات تستحق في نهاية السنة مؤجلة لمدة 12 سنة ومؤقتة لمدة 60 –(35+12+1)=13 سنة، حيث تبدأ الدفعة الأولى لبعد مرور سنة من توقيع العقد. فنحن أمام وثيقة تأمين دفعات فورية مؤجلة مؤقتة، وعليه يتم حساب القسط الوحيد الصافي وفق الصيغة رقم(39) حيث لدينا المعطيات التالية:

$$C = 35000; x = 35ans; m = 12ans, n = 13ans$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (02) والتعويض في الصيغة رقم (39) نجد قيمة القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذا الشخص لشركة التأمين كما يلي:

$$35000\,{}_{12/13}a_x = 35000\frac{N_{35+12+1} - N_{35+12+13+1}}{D_{35}} = 35000\frac{N_{48} - N_{61}}{D_{35}} = 35000\frac{199710.8 - 73913.47}{22363.28} = 196881.072$$

8.2.1.القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات فورية مؤجلة مؤقتة

لنرمز بـ: ${}_{m\ln}\delta_x$ للقسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين يتم بموجبها قيام شركة التأمين بتقديم nدفعة دورية سنوية للمؤمن له، قيمة كل منها وحدة نقدية واحدة، حيث تبدأ الدفعة الأولى في بداية السنة التالية لإتمام الشخص المؤمن له العمر $x+m$.

ضمن هذه الوثيقة نكون أمام دفعات مؤجلة بمقدار mسنة ومؤقتة بمقدار n سنة.

بالأسلوب نفسه الذي اتبعناه سابقا يمكن أن نكتب حسب قاعدة السابقة ما يلي:

$$L_{x\ {}_{m\ln}\delta_x} = L_{x+m}\mu^{-m} + L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(m+2)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_{x+m+n-1}\mu^{-(m+n-1)} \text{.....(40)}$$

وهكذا نجد:

$${}_{m\ln}\delta_x = \frac{L_{x+m}\mu^{-m} + L_{x+m+1}\mu^{-(m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(m+2)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_{x+m+n-1}\mu^{-(m+n-1)}}{L_x}$$

بضرب البسط والمقام بالمقدار μ^{-x} نحصل على:

$$ {}_{m\ln}\delta_x = \frac{L_{x+m}\mu^{-m} + L_{x+m+1}\mu^{-(x+m+1)} + L_{x+m+2}\mu^{-(x+m+2)} + \ldots\ldots\ldots\ldots + L_{x+m+n-1}\mu^{-(x+m+n-1)}}{L_x\mu^{-x}} \ldots\ldots(41) $$

نعلم من خلال ما سبق: $D_x = L_x\mu^{-x} \Rightarrow D_{x+m} = L_{x+m}\mu^{-m}$. وبالتعويض في المعادلة رقم (41) نحصل على .

$$ {}_{m\ln}\delta_x = \frac{D_{x+m} + D_{x+m+1} + D_{X+m+2} + D_{X+m+3} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_{x+m+n-1}}{D_x} \ldots\ldots(42) $$

بالتدقيق في البسط نلاحظ أنه يساوي الى الفرق التالي:

$$ [D_{x+m} + D_{x+m+1} + D_{X+m+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w] - [D_{x+m+n} + D_{x+m+n+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w] $$

ومن خلال ما سبق ومن خلال الصيغ الرياضية لحقول جدول الرموز الحسابية استنتجنا:

$$ N_{x+m} = D_{x+m} + D_{x+m+1} + D_{x+m+2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w $$

$$ \Rightarrow N_{x+m+n} = D_{x+m+n} + D_{x+m+n+1} + D_{x+m+n+2} \ldots\ldots\ldots\ldots + D_w $$

وبالتالي فإن البسط يمكن التعبير عنة بالعلاقة التالية: $N_{x+n} - N_{x+m+n}$. وبالتعويض في العلاقة رقم (42) نحصل على:

$$ {}_{m/n}\delta_x = \frac{N_{x+m} - N_{x+m+n}}{D_x} \ldots\ldots\ldots\ldots(43) $$

ويمكن كتابة العلاقة الأخيرة بصيغة أخرى:

$$ {}_{m\ln}\delta_x = \frac{N_{x+m}}{D_x} - \frac{N_{x+m+n}}{D_x} $$

$$ \Rightarrow m/\delta_x = \frac{N_{x+m}}{D_x} \Rightarrow m+n/\delta_x = \frac{N_{x+m+n}}{D_x} $$

$$ \Rightarrow {}_{m\ln}\delta_x = m/\delta_x - m+n/\delta_x $$

ومن أجل قيمة لكل دفعة تساوي C وحدة نقدية، يكون القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات عادية مؤقتة مساوياً الى:

$$ C\,{}_{m/n}\delta_x = C\frac{N_{x+m} - N_{x+m+n}}{D_x} \ldots\ldots\ldots\ldots(44) $$

مثال: أحسب القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين دفعات دورية سنوية فورية قيمة كل منها 50000 وحدة نقدية، تبدأ الدفعة الأولى عند بلوغ الشخص (الموجود الأن على العمر 35 سنة) العمر 45 سنة، وتبدأ الدفعات حتى يتم الخامسة والستين.

الحل:

بما أن الدفعات تستحق في بداية السنة ومؤجلة لمدة 10 سنوات ومؤقتة لمدة 65 −(35+10)=20 سنة، حيث تبدأ الدفعة الأولى بعد مرور 10 سنوات من توقيع العقد. فنحن أمام وثيقة تأمين دفعات فورية مؤجلة ومؤقتة، وعليه يتم حساب القسط الوحيد الصافي وفق الصيغة رقم(44) حيث لدينا المعطيات التالية:

$$C = 50000; x = 35ans; m = 10ans, n = 20ans$$

وبالرجوع الى الملحق رقم (02) والتعويض في الصيغة رقم (44) نجد قيمة القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من قبل هذا الشخص لشركة التأمين كما يلي:

$$50000_{10/20}\delta_x = 50000\frac{N_{35+10} - N_{35+10+20}}{D_{35}} = 50000\frac{N_{45} - N_{65}}{D_{35}} = 50000\frac{241579.9 - 50014.28}{22363.28} = 428303.94um$$

3. تمارين غير محلولة

التمرين الأول:

1. اشترى شخص وثيقة تأمين لابنه البالغ عمره **9** سنوات، قيمتها **75000** وحدة نقدية، تستحق عند بلوغه تمام العمر 25 سنة.

المطلوب: أحسب القسط الوحيد الصافي لهذه الوثيقة.

2. اشترى أحد الأشخاص وثيقة تأمين وقفية بحتة عندما كان عمره **45** سنة مقابل دفعه لقسط وحيد صافي قدره **15000** وحدة نقدية، حيث يستحق مبلغ التأمين عند بلوغه تمام العمر **60** سنة.**المطلوب: أوجد مبلغ التأمين لهذه الوثيقة.**

التمرين الثاني:

1. اشترى شخص عمره **36** سنة وثيقة تأمين يتم بموجبها الحصول على دفعات قيمة كل منها **30000** وحدة نقدية، بحيث تستحق الدفعة الأولى في نهاية السنة الأولى التالية لتوقيع العقد والثانية تستحق في نهاية السنة الثانية...وهكذا تستمر الدفعات طيلة بقاء الشخص على قيد الحياة.

المطلوب: أحسب القسط الوحيد الصافي لهذه الوثيقة.

2. أحسب القسط الوحيد الصافي لدفعات حياة فورية مبلغ كل منها **20000** وحدة نقدية، تستمر بالنسبة لسيدة عمرها عند توقيع العقد **25** سنة.
3. أحسب القسط الوحيد الصافي لدفعات حياة عادية مؤجلة لمدة **07** سنوات، مبلغ كل منها **15000** وحدة نقدية لرجل عمره بتاريخ توقيع العقد **48** سنة
4. اشترى شخص عمره 45 سنة وثيقة تأمين تؤهله للحصول على دفعات قيمة كل منها **100000** وحدة نقدية، بحيث تبدأ الدفعات بعد مرور خمس سنوات من بدأ الزمن وتستمر طيلة بقائه على قيد الحياة.المطلوب: **أحسب القسط الوحيد الصافي لهذه الوثيقة.**

5. يرغب أحد الأشخاص بشراء وثيقة تأمين تتيح له الحصول على راتب سنوي مقداره **70000** وحدة نقدية لحين إتمامه الخمسين من العمر، فإذا علمت أن عمر الشخص **36** سنة. **المطلوب: أحسب القسط الوحيد الصافي لهذه الوثيقة.**
6. عند شراء شخص عمره **41** سنة لوثيقة تأمين تتيح له الحصول على دفعات قيمة كل منها **30000** وحدة نقدية لحين بلوغه تمام الستين من العمر، رغب في المفاضلة بين الحصول على الدفعات في بداية كل سنة وبين الحصول عليها في نهاية كل سنة حيث سيختار الأسلوب ذو التكلفة الأقل. المطلوب:

حدد الأسلوب الأفضل مستندا إلى قيم القسط الوحيد الصافي.

7. تلتزم الشركة F بتقديم دفعات عادية إلى المؤمن له S ، قيمة كل منها **25000** وحدة نقدية، حيث تستحق الدفعة الأولى في نهاية الـ**12** سنة اعتبارا من لحظة توقيع العقد، وتستمر الدفعات حتى بلوغ الشخص الستين من العمر **المطلوب: أحسب القسط الوحيد الصافي لهذه الوثيقة.**
8. أحسب القسط الصافي لوثيقة تأمين دفعات دورية سنوية فورية قيمة كل منها **60000** وحدة نقدية، تبدأ الدفعة الأولى عند بلوغ الشخص(الموجود الآن على العمر 33 سنة) العمر 45 سنة، وتستمر الدفعات حتى يتم الخامسة والستين، حيث تتوقف.

ملاحظة: تستمر الدفعات قبل الخامس والستين طالما هو على قيد الحياة.

التمرين الثالث:

1. أوجد القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين تلتزم بموجبها شركة التأمين بتقديم دفعات دورية نصف سنوية قيمة كل منها **20000** وحدة نقدية، لشخص عمره عند توقيع العقد **45** سنة، بحيث تبدأ الدفعة الأولى في نهاية النصف الأول التالي للحظة توقيع العقد وتستمر الدفعات طيلة بقاء الشخص على قيد الحياة.
2. ما هو القسط الوحيد الصافي اللازم لتأمين دفعات دورية شهرية قيمة كل منها **10000** وحدة نقدية لشخص عمره **36** سنة، حيث تبدأ الدفعة الأولى لحظة توقيع العقد وتستمر طيلة بقاء الشخص على قيد الحياة.
3. أوجد القسط الوحيد الصافي لوثيقة تأمين تلتزم بموجبها الشركة بتقديم دفعات دورية شهرية لشخص عمره **47** سنة، قيمة كل دفعة **3000** وحدة نقدية بحيث تبدأ الدفعة الأولى نهاية الشهر الأول التالي لبلوغ الشخص سن الخمسين وتتوالى الدفعات طيلة بقاء الشخص على قيد الحياة.
4. أحسب القسط الوحيد الصافي الواجب دفعه من شخص عمره **35** سنة ليصل إلى تأمين راتب تقاعدي شهري قدره **2500** وحدة نقدية بدأ من نهاية الشهر التالي لتوقيع العقد وتستمر الدفعات حتى بلوغ الشخص العمر **60** سنة.

5. تعاقد شخص عمره **39** سنة مع إحدى شركات التأمين على أن تدفع له رواتب ربع سنوية دورية قيمة كل منها **90000** وحدة نقدية وبدأ من لحظة توقيع العقد وحتى بلوغه سن الخمسين من العمر إذا بقي حيا وعندها تدفع له الشركة أيضا مبلغ **200000** وحدة نقدية.

المطلوب: أحسب القسط الوحيد الصافي لهذه الوثيقة.

6. أوجد القسط الوحيد الصافي في حالة دفعات دورية عادية وفورية لوثيقة تأمين نصف سنوية مؤجلة بمقدار خمس سنوات لشخص عمره **40** سنة، وتستمر طيلة بقاء الشخص على قيد الحياة ولحين بلوغه الستين من العمر، مع العلم أن قيمة الدفعة الواحدة تساوي **20000** وحدة نقدية.

التمرين الرابع:

1. عقد أحد الأشخاص عمره 55 سنة اتفاقا، بحيث تضمن له دفع **10000** وحدة نقدية نهاية السنة التالية للحظة توقيع العقد، و **20000**وحدة نقدية قي نهاية السنة الثانية التالية لتلك اللحظة، وهكذا تستمر الدفعات بزيادة قدرها **10000** وحدة نقدية سنويا على كل دفعة وطيلة بقاء الشخص على قيد الحياة.

المطلوب

- أحسب القسط الوحيد الصافي الذي يترتب على الشخص دفعه عند التعاقد.
- أحسب القسط الوحيد الصافي الذي يترتب على الشخص دفعه عند التعاقد بافتراض أن الدفعات فورية.