المحور الرابع : مقاييس التشتت

مقدمة :

لقد تناولنا في الدروس السابقة طرق عرض البيانات الإحصائية وبناء التوزيعات التكرارية وعرضها بيانيا . كما أوردنا وصف أشكالها وبعض خواصها ثم درسنا مقاييس النزعة المركزية التي تصف هذه التوزيعات عدديا .
في بعض الأحيان أن هذه المقاييس غير كافية لتحديد صفة البيانات الإحصائية والبيانات التكرارية فقد يكون لدينا ظاهرتان متساويتان في مقاييس الموقع كالوسط الحسابي إلا أن الظاهرتان مختلفتان أو غير متجانستان مثال عن ذلك :

G01 : 63 70 78 81 85 67 88

G02 : 73 75 77 78 75 74 77

لو قمنا بحساب الوسط الحسابي للمجموعتين سنجد كلاهما يساوي 76 ومع ذلك نلاحظ أن درجات المجموعة الثانية متجانسة عن درجات المجموعة الأولى من أجل ذلك لجأ الإحصائيون إلى استخدام ما يسمى مقاييس التشتت .

مقاييس التشتت :

هي المقاييس التي تقيس مدى تباعد قيم أي توزيع عن بعضها البعض أو متوسط تباعد القيم عن وسطها الحسابي ، وهو بذلك يعطي فكرة عن مدى تجانس أو تباين هذه القيم ، كما يمكن استخدام مقاييس التشتت للمقارنة بين مجموعة أو أكثر

مقاييس التشتت التي لا يستخدم فيها الوسط الحسابي :

وتتمثل هذه المقاييس فيه :

1- المدى المطلق : وهو ناتج من الفرق بين أصغر قيمة وأكبر قيمة لمجموعة من القيم والمشاهدات .

المدى المطلق = أكبر قيمة - أصغر قيمة .

$$EB = H - L$$

الانحراف الربيعي :

وهو المدى الربيعي كذلك ، إذا كان المدى يعتمد على قيمتين متطرفتين هما أصغر قراءة وأكبر قراءة . فإذا كان هناك قيم شاذة يترتب عن استخدامه نتائج غير دقيقة

من أجل ذلك عمد الإحصائيون الى استخدام مقاييس التشتت يعتمد على نصف عدد القيم الوسطى ويهمل نصف عدد القيم المتطرفة ولذا لا يتأثر هذ المقياس بالقيم الشاذة و المتطرفة ويسمى هذا المقياس الانحراف الربيعي ويرمزله Q_D

Qualité Derivation

$$Q_D = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$$

Q_1 = الربيع الأول

Q_3 = الربيع الثالث

مثال :

تم زرع 8 وحدات تجريبية للعشب الطبيعي وتم تسميدها بنوع معين من الأسمدة وكانت بيانات الإنتاج كالتالي : بالهكتار

4,8 - 6,21 - 5,18 - 5,29 - 5,18 - 5,08 - 4,63 - 5,03

حساب الانحراف الربيعي Q_D

الحل :

الإنتاج	4,63	4,8	5,03	5,08	5,18	5,18	5,29	6,21
	1	2	3	4	5	6	7	8

$R_1 = 2.25$ $\qquad$ $R_3 = 6.25$

حساب رتبة Q_1 $R = (n+1)\left(\frac{1}{4}\right) = (8+1)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{9}{4} = 2.25$

$$Q_1 = 4.8 + \left[(2.25-2)(5.03-4.8)\right] = 4.8 + 0.05 = \boxed{4.85}$$

حساب Q_3 $R_3 = (n+1)\frac{3}{4} = (8+1)\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{27}{4} = 6.75$

$$Q_3 = 5.18 + \left[(6.75-6)(5.29-5.18)\right] = \boxed{5.26}$$

$$Q_D = \frac{Q_3 - Q_1}{2} = \frac{5.26 - 4.85}{2} = \boxed{0.20}$$

الانحراف الربيعي قيمته 0,20 هكتار

مقاييس التشتت التي يستخدم فيها الوسط الحسابي :

1 - التباين :

وهو مجموع مربع انحراف كل القيم عن المتوسط الحسابي ويرمز له بالرمز S^2 أي يقيس تباين القيم وتباعدها عن المتوسط الحسابي ويحسب التباين بالعلاقة التالية :

1- لما نتوفر لدينا قراءات من مفردات المجتمع الإحصائي

$$S^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n}$$

2- في حالة العينة :

$$S^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1}$$

مثال :

مسبح يعمل به 15 عاملا وكانت عدد سنوات الخبرة لهؤلاء العمال كمايلي :

5. 13. 7. 14. 12. 9. 6. 8. 10. 13. 14. 6. 11. 12. 10

المطلوب حساب التباين لعدد سنوات الخبرة.

الحل :

1- حساب $\bar{x}$

$$\bar{x} = \frac{5+13+7+14+12+9+6+8+10+13+14+6+11+12+10}{15}$$

$$= \frac{150}{15} = 10$$

$$S^2 = \frac{\sum (x-x)^2}{n} = \frac{130}{15} = 8{,}66$$

سنوات الخبرة	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$
5	-5	25
13	3	9
7	-3	9
14	4	16
12	2	4
9	-1	1
6	-4	16
8	-2	4
10	0	0
13	3	9
14	4	16
6	-4	16
11	1	1
12	2	2
10	0	0

. أما إذا أخذنا عينة من عمال المسبح وطلب منا حساب تباين عدد السنوات 8-13-10-5-9

① حساب $\bar{x}$: $\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{5+10+13+9+8}{5} = 9$

$$S^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2}{n-1} = \frac{34}{5-1} = \frac{34}{4}$$

$$= 8.5$$

السنوات	$x-\bar{x}$	$(x-\bar{x})^2$
9	0	0
5	-4	16
10	1	1
8	-1	1
13	4	16

الانحراف المعياري :

عند استخدام التباين كمقياس من مقاييس التشتت نجد أنه يعتمد على مجموع مربعات الانحرافات . ومن ثم لا يتماشى هذا المقياس مع وحدات قياس المتغير ، وفي المثال السابق نجد أن تباين سنوات الخبرة 8,5 و 8,66 ليس من المنطق عند تفسير هذه النتائج أن نقول تباين سنوات الخبرة 8,5 سنة تربيع لأن وحدات قياس المتغير هو عدد السنوات.

من أجل ذلك لجأ الاحصائيون إلى مقياس منطقي يأخذ في الاعتبار الجذر التربيعي للتباين لكي يناسب وحدات قياس المتغير وهو الانحراف المعياري ويرمز له S

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} \qquad S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

ولحساب الانحراف المعياري لسنوات الخبرة لعمال المسح هي :

عند المجتمع الاحصائي الكلي :

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{8,66}$$

$$S = 2,94$$

عند العينة :

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} = \sqrt{8,5}$$

$$S = 2,92$$

• أما بالنسبة لجداول التوزيع التكراري فإن الانحراف المعياري هو :

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot F}{n}}$$

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 \cdot F}{n - 1}}$$