المحور الثالث: مقاييس النزعة المركزية

مقدمة:

إن عملية الإحصاء ليس فقط عملية جمع البيانات الرقمية وعرضها في جداول أو رسومات بيانية، إذ في كثير من الأحيان نكون في حاجة إلى حساب بعض المؤشرات، التي يمكن الاعتماد عليها في وصف الظاهرة من حيث القيمة التي تتوسط القيم، وكذلك التعرف على مدى تجانس القيم التي يأخذها المتغير، وأيضا ما إذا كان هناك قيم شاذة أم لا.
والاعتماد على العرض البياني لا يكفي، لهذا سوف نتطرق في المحور إلى ما يسمى بمقاييس النزعة المركزية.

- مقاييس النزعة المركزية:

وتسمى كذلك مقاييس الموضع أو الموقع أو المتوسطات وهي القيمة التي تتمركز القيم حولها ومن هذه المقاييس

1- المتوسط الحسابي:

هو من أهم مقاييس النزعة المركزية وأكثرها استخداما في النواحي التطبيقية، وهو مجموع القيم أو البيانات مقسوم على عددها ويرمز له بالرمز $(\overline{X})$

* الوسط الحسابي للبيانات المفردة: (البيانات الخام)

$$\overline{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$\overline{X}$ ← الوسط الحسابي
$\sum$ ← المجموع الكلي للمشاهدات (البيانات)
X_i ← البيانات أو القيم أو المشاهدات
n ← حجم العينة أو عدد الأفراد

مثال:
البيانات التالية تمثل درجات 10 طلاب في اختبار التحصيل الدراسي في مقياس الكيمياء لقسم الرياضة.
المطلوب حساب الوسط الحسابي لهذه الدرجات؟

60 80 42 38 37 60 80 73 80 60

الحل:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{60+80+73+80+60+37+38+42+80+60}{10} = \frac{610}{10}$$

$$\bar{X} = 61$$

* الوسط الحسابي للبيانات طبوبة:

من المعلوم أن القيم الأصلية لا يمكن معرفتها من جداول التوزيع التكراري حيث هذه القيمة موضوعة في شكل فئات، لذا يتم التعبير عن كل مجموعة من القيم التي تقع داخل حدود الفئة بمركز هذه الفئة، حيث القانون يكون كالتالي:

$$\bar{X} = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F_i}$$

$\bar{X}$ ← المتوسط الحسابي

$\sum$ ← المجموع الكلي للمشاهدات

$F_i X_i$ ← تكرار الفئة X مركزها

مثال:

أوجد الوسط الحسابي لبيانات عينة لمؤدي الوثب العمودي من الثبات. إذا علمت أن القيم الموفرة، هي عبارة عن فرق الارتفاع في حالتي الثبات مع رفع اليد والوثب.

25 . 15 . 28 . 22 . 20 . 17 . 13 . 28 . 20 . 25 . 17 . 15 . 23 . 17
28 . 30 . 16 . 15 . 13 . 15 . 22 . 17 . 29 . 20 . 17 . 17 . 15 . 21
. 13 . 16

الحل:

$n = 30 \quad \log 30 = 1.47$

$K = 1 + (3,32 \times \log n) = 1 + (3,32 \times 1.47) = 5,88 \simeq \boxed{6}$

$\Delta = \frac{H - L}{K} = \frac{30-13}{6} = 2,83 \simeq \boxed{3}$

الفئات	F_i	X_i	$F_i X_i$
15 - 13	9	14	126
18 - 16	8	17	136
21 - 19	4	20	80
24 - 22	3	23	69
27 - 25	2	26	52
30 - 28	4	29	116

$\sum F_i X_i = 579$

$\sum F_i = 30$

$$\bar{X} = \frac{\sum F_i X_i}{\sum F}$$

$$\bar{X} = \frac{579}{30} = \boxed{19,3}$$ ← الوسط الحسابي

مزايا وعيوب الوسط الحسابي:

يتميز الوسط الحسابي بالمزايا التالية:

- أنه سهل الحساب
- يأخذ في الاعتبار كل القيم
- أكثر المقاييس إستخداما وفهما

ومن عيوبه:

- أنه يتأثر بالقيم الشاذة والمتطرفة
- يصعب حسابه في حالات البيانات الوصفية
- يصعب حسابه في جداول التوزيع التكراري المفتوحة.

2- الوسيط:

يعتبر الوسيط ثاني أهم مقاييس النزعة المركزية، إذ يقيس الموقع أو الموضع

والوسيط: هو النقطة التي تقع تماما في منتصف توزيع الدرجات بعد ترتيبها تصاعديا أو تنازليا بحيث يسبقها نصف عدد الدرجات و يتلوها النصف الآخر ويرمز له بالرمز Me

- حساب الوسيط من الدرجات الخام:

يعتمد حساب الوسيط إعتمادا كبيرا على عدد الدرجات ونوعها فردية أم زوجية بحيث:

* إذا كان لدينا عدد القيم n عدد فردي فيمكننا أن نتحصل على الوسيط بطريقتين هما:

أ- عن طريق الملاحظة المجردة للقيمة الوسطى

ب- عن طريق العلاقة $\frac{n+1}{2}$

وهذا إذا تم ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا

* إذا كان لدينا عدد القيم n عدد زوجي فيمكننا أن نتحصل على الوسيط كذلك بطريقتين: الأولى: الملاحظة

الثانية: تطبيق القانون $\frac{n}{2}$ نتحصل على قيمتين وسيطتين نقوم بجمعهما والقسمة على 2، وذلك بعد الترتيب تصاعديا أو تنازليا

مثال:

أوجد الوسيط لدرجات قوة التلاميذ 16 - 13 - 9 - 9 - 10 - 11

الحل:

نرتب القيم تصاعديا أو تنازليا

9
9
10
11
13
16

n عدد زوجي فالقانون $n/2$ و $n/2+1$ إذن [3] ترتيب Me

$$Me = \frac{10+11}{2} = 10,5$$

* حساب الوسيط حالة التوزيع التكراري:

لإيجاد الوسيط من القيم نحسب التكرار المجمع الصاعد أو النازل والحدود الفعلية (الحقيقية) للفئات

الفئات	F_i	الحدود الفعلية		ت.م.ص	ت.م.ن
17 - 18	1	16,5	- 18,5	1	39
19 - 20	5	18,5	- 20,5	6	38
21 - 22	8	20,5	- 22,5	14	33
23 - 24	8	22,5	- 24,5	22	25
25 - 26	5	24,5	- 26,5	27	17
27 - 28	6	26,5	- 28,5	33	12
29 - 30	1	28,5	- 30	34	6
31 - 32	1	30,5	- 32,5	35	5
33 - 34	1	32,5	- 34,5	36	4
35 - 36	2	34,5	- 36,5	38	3
37 - 38	1	36,5	- 38,5	39	1
	39				

- لحساب الوسيط من التكرار المجمع الصاعد نقوم بتحديد الفئة الوسيطية بالعلاقة: $\frac{\sum F_i}{2}$ أو $n/2$ إذا الفئة الوسيطية هي: $39/2 = 19,5$ ثم نطبق القانون:

$$Me = L_1 + \left[\frac{\sum F/2 - F_1}{FMe} \times C\right]$$

L_1 ← الحد الأدنى الحقيقي للفئة الوسيطية

$\sum F$ ← مجموع التكرارات الطبيعي

F_1 ← التكرار المجمع الصاعد للفئة قبل الفئة الوسيطية.

FMe ← التكرار الطبيعي للفئة الوسيطية

C ← طول الفئة الوسيطية

ومن الجدول: $L_1 = 22,5$ / $\sum F = 39$ / $F_1 = 14$ / $FMe = 8$ / $C = 2$

$$Me = 22,5 + \left[\frac{39/2 - 14}{8} \times 2\right] = 22,5 + 1,36 = 23,86$$

لحساب الوسيط من التكرار المجمع النازل. وبعد تحديد الفئة الوسيطية

$$Me = L_2 - \left[\frac{\sum F/2 - F_2}{FMe} \times C\right]$$

$L_2 = 24,5$ / $\sum F = 39$ / $Fe = 17$
$FMe = 8$ / $C = 2$

$$Me = 24,5 - \left[\frac{39/2 - 17}{8} \times 2\right] = 24,5 - 0,62 = 23,88$$

* مزايا وعيوب الوسيط:

من مزايا الوسيط:

- لا يتأثر بالقيم الشاذة أو المتطرفة
- يسهل في الحساب

من عيوبه:

- أنه لا يأخذ عند حسابه كل القيم في الاعتبار فهو يعتمد على قيمتين أو قيمتين فقط
- يصعب حسابه في حالة البيانات الوصفية الكيفية كما يأسس

4- المنوال :

هو قياس آخر من مقاييس النزعة المركزية وتمكن تعريفه بأنه القيمة الأكثر شيوعا في مجموعة من القيم و يؤكد ذلك بالمنوال المفردة M₀ والدرجة الأكثر تكرارا في التوزيع ويرمز له بالرمز M_0

حساب المنوال من الدرجات الخام :

مثال : أوجد المنوال من البيانات التالية : 17 - 20 - 18 - 13 - 15 - 17 - 20 - 19

17

من التعريف نلاحظ أن الرقم الأكثر تكرارا هو 17 ⇐ $M_0 = 17$

حساب المنوال في جداول التوزيع التكراري :

لحساب المنوال من الفئات التكرارية نتبع 2 ولا عة أكبر تكرار في الجدول ثم نأخذ الفئة التي ترتفع بها و تسمى بالفئة المنوالية ثم نقوم بتطبيق قانون كارل بيرسون

$$M_0 = L + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2} \times c\right]$$

L : هو الحد الأدنى للفئة المنوالية

d_1 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية و الفئة السابقة لها

d_2 : الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة الموالية لها

c : طول الفئة

مثال : لديك الجدول التكراري التالي : أحسب المنوال .

الفئات	f	ح- الفعلية
13 - 11	11	10,5 - 13,5
16 - 14	3	13,5 - 16,5
19 - 17	9	16,5 - 19,5
22 - 20	13	19,5 - 22,5
25 - 23	11	22,5 - 25,5
28 - 26	3	25,5 - 28,5

* تحديد الفئة المنوالية وهي الفئة الأكثر تكرارا *

الفئة المنوالية :

$L = 19,5 \;/\; d_1 = 13 - 9 = 4 \;/\; C = 3$

$d_2 = 13 - 11 = 2$

$M_0 = 19,5 + \left[\frac{4}{4+2} \times 3\right]$

$M_0 = 19,5 + 2 = 21,5$

3. العلاقة بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة :

تبنى على أساس العلاقة القائمة بين مقاييس النزعة المركزية الثلاثة التي رأيناها تحديد طبيعة المنحنى من حيث تماثله أو التواءه ودون اللجوء إلى رسم المنحنى

عادة نقارن المتوسط الحسابي $\bar{x}$ بالمنوال Mo باعتبار أن الوسيط Me يكون دائما بينهما ، إن لم يكن مساويا لهما.

- فإذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x}$ أكبر من المنوال Mo فالمنحنى موجب الإلتواء
- فإذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x}$ أصغر من المنوال Mo فالمنحنى سالب الإلتواء
- إذا كان المتوسط الحسابي $\bar{x}$ والمنوال Mo والوسيط Me متساوية

فالمنحنى معتدل

منحنى معتدل	$\rightarrow$	$\bar{x} = Me = Mo$
موجب الإلتواء	$\rightarrow$	$\bar{x} > Me > Mo$
سالب الإلتواء	$\rightarrow$	$\bar{x} < Me < Mo$

---

4. الرباعيات :

إذا كان الوسيط هو قيمة المتغير الإحصائي الذي يقسم البيانات الإحصائية إلى قسمين متساويين فإن الرباعيات هي عبارة عن 3 قيم تقسم البيانات ، إلى 4 أقسام متساوية كل قسم يمثل 25% من البيانات أي ربع البيانات ، ويرمز له بالرمز Q بحيث :

Q_1 : هو القيمة التي يقل عندها ربع القيم ، أي يقل عندها 25% من القيم

Q_2 : هو القيمة التي يقل عندها نصف القيم ، أي يقل عندها 50% من القيم وهي الوسيط