

Exercice 01 : Donner le polynôme d'interpolation de la fonction f dont on connaît les valeurs suivantes

$(0,1) ; (1,1) ; (2,2) ; (3,3)$

1. Par la méthode directe (par la matrice de Vandermonde)
2. Par la méthode de Lagrange.

Exercice 02 :

L'Algérie recense sa population presque tous les dix ans. La table ci dessous résume les résultats du recensement dans la période 1977-2008

Année	1977	1987	1998	2008
Population	16063821	22715633	29100867	34080030

En analysant ces données, peut on savoir quelle était la population en 1980 ?

Exercice 03 : En relevant toutes les 10 secondes la vitesse d'écoulement de l'eau dans une conduite cylindrique, on a obtenu :

t (s)	0	10	20	30
V (m/s)	2,00	1,89	1,72	1,44

1. Construire le polynôme de Lagrange passant par les 3 premiers points.
2. Construire le polynôme de Lagrange passant par les 4 premiers points. Est –ce possible d'utiliser les calculs faits en 1. ?
3. Donner l'expression analytique de terme d'erreur pour les polynômes obtenus en 1. et 2.
4. Trouver une approximation de la vitesse en $t = 15$ à l'aide des deux polynômes obtenus.

Exercice 4 : Refaire l'exercice 4 en utilisant la méthode de Newton.

Exercice 05 :

(a) Trouver le polynôme qui interpole la fonction $f(x) = \ln(x)$ aux nœuds $x_0 = 1$; $x_1 = 2$ et $x_2 = 3$ en utilisant la méthode de Newton-Gregory progressive.

(b) Donner une estimation de l'erreur d'interpolation en $x = \frac{3}{2}$ en prenant comme nœud supplémentaire $x = 4$

(c) Calculer une borne supérieure de l'erreur en $x = \frac{3}{2}$.

(d) Sur l'intervalle $[2, 3]$, le graphe du polynôme trouvé en b) est-il au-dessus de celui de $f(x)$, ou en dessous.

Exercice 06 : Etant données les valeurs suivantes :

$$\log 2,0 = 0,30103 ; \log 2,1 = 0,32222 ; \log 2,2 = 0,34242 ; \log 2,3 = 0,36173$$

$$\log 2,4 = 0,38021 ; \log 2,5 = 0,39794 ; \log 2,6 = 0,41497 ; \log 2,7 = 0,43136$$

Calculer $\log 2,63$ en utilisant les polynômes d'interpolation de Newton de degré 3 et 4 les plus

appropriés (le choix des points utilisés doit être fait de façon à minimiser l'erreur d'interpolation)

Exercice 07 : (effet de Runge TP) soit la fonction $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ définie sur $[-5,5]$, comparer f et P_n le polynôme d'interpolation de Lagrange on représente ces deux fonctions sur un même graphique pour $n=5,10,20$.