جامعة العربي بن مهيدي ام البواقي

كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية و علوم التسيير

محاضرات في الاقتصاد الجزئي 2

الفصل الاول

الفصل الاول : نظرية الانتاج
1- الانتاج في الفترة القصيرة
1-1- تعريف الإنتاج في الفترة القصيرة وخصائصه
1-2- الانتاج الكلي و المتوسط و الحدي
1-3- العلاقة بين الانتاج الكلي، الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط
1-4- مراحل الانتاج
1-5- قانون تناقص الغلة
2-دالة الانتاج في الفترة الطويلة
2-1- تغير عوامل الانتاج
2-2- دالة الانتاج كوب دوغلاس
2-3- غلة الحجم
3-الانتاج عند وجود عاملين متغيرين
3-1-منحنيات الناتج المتساوي
3-2- المعدل الحدي للإحلال التقني
3-3- توازن المنتج
3-4- مسار التوسع للمؤسسة
4-مرونة الانتاج
4-1-مرونة عوامل الانتاج
4-2- مرونة الاحلال
5- دالة العرض
5-1- تعريف العرض
5-2- انواع العرض
5-3- العوامل المؤثرة في العرض
5-4-دالة العرض للسوق
5-5-مرونة العرض

الفصل الاول: نظرية الانتاج

يعتبر العرض و الطلب قوى السوق ، و اذا كنا قد تطرقنا الى المستهلك و الطلب في السداسي الأول فسنتطرق خلال هذا السداسي الى المنتج و العرض.

1- الانتاج في الفترة القصيرة

1-1-تعريف الإنتاج في الفترة القصيرة و خصائصه

1-1-1- تعريف الانتاج

يعرف الإنتاج على انه عميلة مزج لعوامل الإنتاج و التي تسمى المدخلات مثل العمل و راس المال و تسمي العناصر المحسوسة *tangible* و تنظيم و تكنولوجيا او العناصر غير المحسوسة *Intangible* و هذا للحصول على منتوجات تسمى المخرجات *Outputs*.

و اذا كنا في المدى القصير فان تغير حجم الانتاج يكون بتغير العناصر المتغيرة مثل العمل و المواد الاولية بينما تبقى العوامل الاخرى ثابتة ومن ثم فانه في المدى القصير تقسم عوامل الإنتاج إلى عوامل ثابتة و عوامل متغيرة.

و العوامل الثابتة هي التي تميز الطاقة الانتاجية و لذلك فهي لا تتغير في المدى القصير، و بما ان عوامل الانتاج نادرة ندرة نسبية فان لكل عامل تكلفة و من هنا نجد تكاليف الانتاج في المدى القصير تنقسم الى تكاليف متغيرة خاصة بعناصر الإنتاج المتغيرة و تكاليف ثابتة خاصة بعناصر الانتاج الثابتة.

اما في المدى الطويل و نقصد به المدة الزمنية التي يمكن للمؤسسة ان تغير فيها من طاقتها الانتاجية كادخال استثمارات جديدة، فكل العوامل تصبح متغيرة و بالتالي يمكن زيادة الانتاج و الطاقة الانتاجية معا، و تعتبر الكمية المنتجة كدالة لعناصر الانتاج و ان كمية الانتاج هي المتغير التابع و عناصر الانتاج هي المتغيرات المستقلة و التي تتحكم في كمية الإنتاج، و يمكن كتابة كما يلي:

$$Q= F (L،K،T،...)$$

حيث يمثل كل من:

Q = كمية المنتجة

L = العمل

K = راس المال

T = التكنولوجيا

F = دالة

و من اجل تبسيط الدراسة نقتصر على عاملين فقط هما العمل و رأس المال. و دوال الانتاج متعددة و معقدة و تعتبر دالة الانتاج المتجانسة من الدرجة الأولى من نوع دالة **كوب دوغلاس** ابسط و اشهر هذه الدوال. ان دالة الانتاج مستمرة و قابلة للاشتقاق، فلها مشتقات من الدرجة الاولى معرفة في المجال الموجب.

2-1-1-خصائص الانتاج في الفترة القصيرة

تعتبر الفترة القصيرة فترة انتاجية واحدة وقد تكون سنة او اكثر او اقل. و في الفترة القصيرة هناك عوامل انتاج ثابتة و اخرى متغيرة، فاذا كان لدينا عاملي انتاج هما العمل و رأس المال فان العمل يعتبر عامل الانتاج المتغير و راس المال عامل الانتاج الثابت لان هناك حواجز تقنية و مالية تمنع تغيره في المدى القصير.

2-1-الانتاج الكلي و المتوسط و الحدي

1-2-1- الانتاج الكلي: La Production Totale

الانتاج الكلي هو عبارة عن كمية المخرجات المتحصل عليها بعد استعمال عوامل الانتاج المتغيرة و الثابثة. و نرمز له ب Pt او Qt .

2-2-1- **الانتاج المتوسط** La Production Moyenne

الانتاج المتوسط للعامل المتغير هو الحصة المتوسطة للعامل من الانتاج الكلي و بالتالي:

الانتاج المتوسط = الانتاج الكلي \ العامل المتغير

و يكتب رياضيا كما يلي :

$$PM = \frac{Qt}{L}$$

1-2-3-الانتاج الحدي La Production marginale

الانتاج الحدي هو عبارة عن التغير في الانتاج الكلي و الناتج عن التغير في عنصر الانتاج المتغير (العمل) بوحدة واحدة اي انتاجية العامل الاخير و بالتالي:

الانتاج الحدي = التغير في الانتاج الكلي \ التغير في عنصر الانتاج المتغير

و تكتب كما يلي:

$$Pm = \frac{\delta Qt}{\delta L}$$

مثال : لديك الجدول التالي و الذي يبين الانتاج الكلي و المتوسط و الحدي لمنتج ما

Pm	PM	Qt	L	K
-	-	0	0	5
		19	1	5
		44	2	5
		72	3	5
		100	4	5
		125	5	5
		144	6	5
		154	7	5
		152	8	5
		135	9	5

نقوم أولا بحساب الإنتاج المتوسط و الحدي للعامل المتغير بالعلاقات السابقة كما يلي:

Pm	PM	Qt	L	K
-	-	0	0	5
19	19	19	1	5
25	22	44	2	5
28	24	72	3	5
28	25	100	4	5
25	25	125	5	5
19	24	144	6	5
10	22	154	7	5
-2	19	152	8	5
-17	15	135	9	5

نأخذ الالات و العمل كعناصر إنتاجية ، في الجدول تعتبر الالات العنصر الثابت و تساوي 5، وبالتالي نلاحظ ان مساهمة العامل الاول في الانتاج بمقدار 19 وحدة ولهذا الإنتاج الكلي 19 بالنسبة للعامل الأول، والإنتاج الحدي هو 19، والإنتاج المتوسط هو 19 ، لان إنتاج العامل الأول هو نفس الإنتاج الحدي و هو نفس الإنتاج الكلي.

وإذا وظفنا عامل آخر نجد أن الإنتاج الكلي ارتفع الى 44 وحدة، أما الإنتاج الحدي فنحن نعرف أن العامل الأول أنتج 19 وحدة، وبذلك أنتج العامل الثاني 25 وحدة. إذا نستطيع القول أن العامل الثاني يسهم في الإنتاج بمقدار 25 وحدة.

و الإنتاج المتوسط للعامل الثاني يمكن حسابها عن طريق قسمة الإنتاج الكلي للعامل الأول والثاني على عدد العمال و تساوي 22 وحدة، إذاً الإنتاج الحدي للعامل الثاني هو 25 وحدة، والإنتاج المتوسط للعامل الثاني هو 22 وحدة.

بالنسبة للعامل الثالث، نجد أن الإنتاج الكلي ارتفع من 44 إلى 72، إذاً نحسب الإنتاج الحدي بنفس الطريقة السابقة لأن التـغير في الإنتـاج الكلي = 72-44= 28 والتـغير في عـدد العمال = 3-2=1. أي إن العامل الثالث أسهم بالإنتاج بمقدار 28 وحدة هذه هي الإنتاجية الحدية .

أما متوسط الإنتاج = الإنتاج الكلي ÷ عدد العمال =72 ÷ 3 = 24، إذا الانتاج المتوسط للعمال الثلاثة هو 24 ، وبنفس الطريقة نحسب أيضا بالنسبة للعامل الرابع والخامس وهكذا . ويمكن الاستمرار بنفس الطريقة إلى أن نصل إلى العامل الثامن، فنجد أن العامل الثامن يسهم بمقدار (-4) من الإنتاج، لأن الإنتاج الكلي ينخفض. وبالتالي نجد أن الإنتاج الحدي سالب والإنتاج المتوسط =152 ÷ 8 =19.

و نستنتج من الجدول الملاحظات التالية:

- **تزايد الغلة:** تتزايد الغلة بسبب التخصص وتقسيم للعمل لان الطاقة الإنتاجية للعنصر الثابت مازالت لم تستغل استغلالا امثلا، وبالتالي نجد أن العامل الاضافي يتسبب في زيادة الإنتاج بكمية أكبر من العامل السابق (الانتاجية الحدية) نلاحظ ان الإنتاج الحدي بدأ بالتزايد من (18) إلى (25) إلى (28)، و من مصلحة المؤسسة زيادة عدد العمال.
- **تناقص الغلة** : نلاحظ انه ابتداءا من العامل الخامس بدأت زيادة الانتاج في التناقص حيث ساهم فقط ب (25) وحدة أي ب 3 وحدات اقل من العامل السابق، ونفس الشيء بالنسبة للعامل السادس و السابع، اما بالنسبة للعامل الثامن و التاسع فالانتاجية الحدية سالبة مما يعني أنه تسبب بانخفاض الإنتاج الكلي . إن سبب تناقص الغلة هو تزاحم العمال على الآلات وبالتالي إنتاجية كل عامل ستكون أقل من الذي سبقه . و يطلق على هذه الظاهرة مصطلح قانون تناقص الغلة.

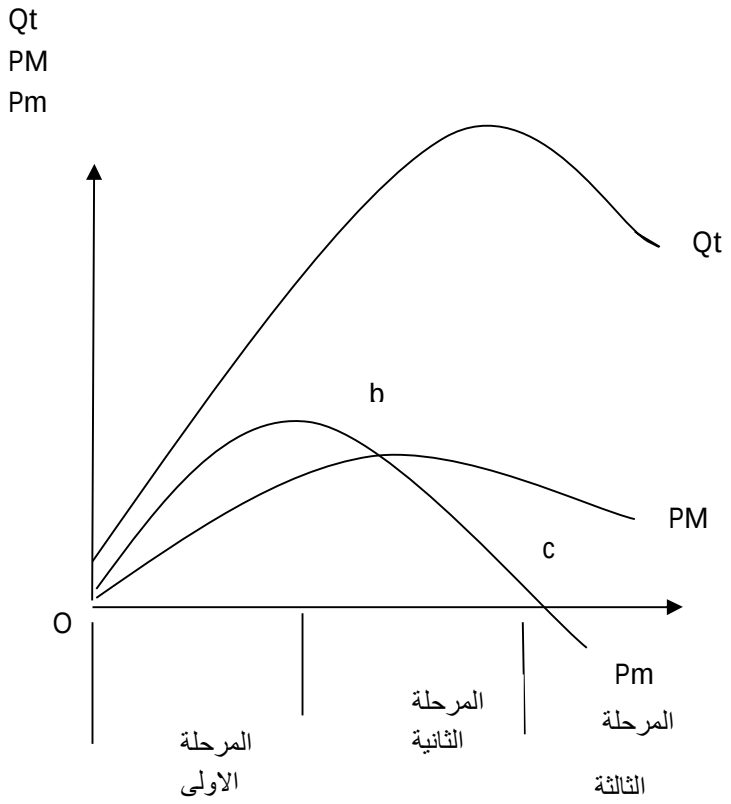
3-1-العلاقة بين الانتاج الكلي، الإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط

ان الفرق بين الانتاج الحدي و الانتاج المتوسط هو ان الانتاج المتوسط هوعبارة عن متوسط حصة كل عامل من الانتاج الكلي و هي متساوية بالنسبة لكل العمال، اما بالنسبة للانتاج الحدي فهو انتاجية أخر عامل و تختلف من عامل لآخر. و إذا كان الإنتاج الحدي يتزايد فلابد

أن يكون الإنتاج المتوسط أقل من الإنتاج الحدي وهو ما نطلق عليه تزايد الغلة. و إذا وصل الإنتاج المتوسط أعلى مستوى له فلابد أن يتساوى مع الإنتاج الحدي أي ان منحنى الانتاج الحدي يقطع منحنى الانتاج المتوسط في اعلى قيمة له. اما إذاً كان الإنتاج المتوسط يتناقص فلابد أن يكون الإنتاج الحدي أقل منه.

و بالنسبة العلاقة بين الإنتاج الحدي والإنتاج الكلي، فإذا كان الإنتاج الحدي موجباً فإن الإنتاج الكلي يكون في تزايد، لأن الإنتاج الحدي هو التغير في الإنتاج الكلي . و إذا كان الإنتاج الحدي يتزايد نجد أن الإنتاج الكلي يتزايد بمعدل متزايد. و العكس اذا ملن الانتاج الحدي متناقص فان الانتاج الكلي يتزايد بمعدل متناقص حتى يصل الانتاج الكلي الى اعظم قيمة له عندما يكون الانتاج الحدي مساويا للصفر. و إذا كان الإنتاج الحدي سالبا فإن الإنتاج الكلي يتناقص .

يمكن ان نوضح أيضاً الإنتاج الكلي والإنتاج الحدي والإنتاج المتوسط من خلال الرسم التالي:



يمثل المحور العمودي الإنتاج الكلي و المتوسط و الحدي اما المحور الأفقي فيمثل عدد العمال، نجد أن الإنتاج الكلي و الذي نرمز له بالرمز Qt يبدأ بالتزايد بمعدل متزايد ثم يتزايد بمعدل متناقص تبعا لقانون تناقص الغلة، ويصل إلى أعلى مستوى له (154)عند زيادة العامل الثامن حيث يكون الإنتاج الحدي يساوي صفر، بعد هذه النقطة يبدأ الانتاج الكلي بالتناقص.

بالنسبة للإنتاج الحدي والذي رمزنا له بالرمز Pm نلاحظ أنه بدأ بالتزايد إلى أن وصل إلى أعلى مستوى له (28) عند العامل الرابع و هو ما نطلق عليه تزايد الغلة ، ثم يبدأ بالتناقص و هو ما نطلق عليه تناقص الغلة أي تناقص الإنتاجية الحدية للعامل" .

اما بالنسبة للإنتاج المتوسط و الذي نرمز له بالرمزPM، نجد أن الإنتاج المتوسط يبدأ بالتزايد إلى أن يصل إلى أعلى مستوى له ثم بدأ بالتناقص تدريجياً، و لكن يبقى موجبا.

1-4-مراحل الانتاج

ان زيادة العنصر المتغير لها اثار مختلفة على كل من الانتاج الكلي و الانتاج المتوسط و الانتاج الحدي و نميز ثلاث مراحل للانتاج و هي:

المرحلة الاولى:

وتبدأ المرحلة الأولى من بداية الإنتاج وتنتهي عندما يبدأ منحنى الإنتاج الحدي في النزول، و تكون فعالية استعمال العنصر المتغير في تزايد و من مصلحة المؤسسة زيادة عدد العمال. و يقطع منحنى الانتاج الحدي منحنى الانتاج المتوسط في اعلى قيمة له.

ويمكن استنتاج المرحلة الأولى من خلال منحنى الإنتاج الكلي ، ونلاحظ أنها بدأت بالتزايد بمعدل متزايد الى ان يصل منحنى الإنتاج الحدي الى اقصى قيمة له.

المرحلة الثانية:

و يكون فيها منحنى الانتاج الحدي متناقص و لكن موجب و عندما تصبح الانتاجية الحدية معدومة عند نقطة تقاطع المنحنى مع المحور الأفقي يكون الانتاج الكلي في اعلى قيمة له.

في هذه المرحلة تكون فعالية استخدام العنصر المتغير في تناقص. في هذه المرحلة الإنتاجية الكلية تتزايد بمعدل متناقص و نجد ان منحنى الإنتاج الحدي يقطع منحنى الإنتاجية المتوسطة و نقطة التقاطع هي النقطة الوحيدة التي يتساوى فيها مماس الدالة مع المماس الخطي الذي ينطلق من نقطة الأصل إليها، ومماس دالة الإنتاج الكلي هو الإنتاج الحدي، اما مماس الخط الذي ينطلق من نقطة الأصل ويقطع دالة الإنتاج الكلي يقيس الإنتاج المتوسط ، وهذه النقطة الوحيدة التي يتوازى فيها المماسين . وهذه مرحلة مهمة جداً ويجب أن يكون الإنتاج فيها، و هي مقبولة اقتصادياً.

المرحلة الثالثة:

يكون الإنتاج الحدي فيها سالبا وهي مرحلة غير اقتصادية ، و فيها تكون فعالية كل عناصر الانتاج المتغيرة و الثابتة متناقصة. فلو اضفنا عنصر العمل فانه يتسبب في تخفيض الإنتاج الكلي.

1-5-قانون تناقص الغلة:

في الأجل القصير يكون عندنا عنصر ثابت و الآخر متغير، مثلا راس المال هو العنصر الثابت وعنصر العمل عنصر متغير، إن زيادة العنصر المتغير بوحدات متتالية يؤدي بعد حد معين إلى تناقص في الناتج الحدي ، وقانون تناقص الغلة من خصائص الأجل القصير.

وهو متعلق بالانتاج الحدي، فإذا كانت الإنتاجية الحدية متناقصة فهذا يعني تناقص الغلة.

ونعني به أن العامل المضاف يسهم في الإنتاج بمقدار اقل ممن سبقه أي انه يضيف إلى الإنتاج الكلي مقدار اقل ممن سبقه. و بالتالي فان الإنتاج الكلي يتزايد بمعدل متناقص.

تمرين:

اكمل الجدول التالي ثم حدد مراحل الانتاج

الالات	العمل	الناتج الكلي	الناتج الحدي	الناتج المتوسط
6	1	8		
6	2	20		
6	3	36		
6	4	60		
6	5	90		
6	6	108		
6	7	112		
6	8	112		
6	9	108		

2-دالة الانتاج في الفترة الطويلة

الفترة الطويلة هي عبارة عن مجموعة من الفترات القصيرة و في الفترة الطويلة لا يوجد عائق امام تغير أي عنصر من عناصر الانتاج و بالتالي فكل العناصر تكون متغيرة.

2-1-تغير عوامل الانتاج

2-1-1- دوال الانتاج المتجانسة Les Fonctions de Production Homogènes

تعتبر دالة الانتاج Q=f(L,K) بانها دالة متجانسة من الدرجة N ، اذا كان من اجل كل عدد حقيقي موجب λ تحقق العلاقة التالية:

$$Q_{(\lambda L,\lambda K)} = \lambda^{n} Q_{L,K}$$

مثال:اذا كانت لدينا دالة الانتاج التالية : $Q_{L,K} = 3K^2 + 5KL + 3L^2$

اذا قمنا بضرب كل المتغيرات المستقلة L وK بثابت موجب λ فاننا نحصل على ما يلي :

$$Q_{(\lambda L,\lambda K)} = 3(\lambda K)^2 + 5(\lambda K)(\lambda L) + 3(\lambda L)^2$$

$$Q_{\lambda L,\lambda K} = 3\lambda^2 K^2 + 5\lambda^2 KL + 3\lambda^2 L^2 = \lambda(3K^2 + 5KL + 3L^2)$$

$$Q_{\lambda L,\lambda K} = \lambda^2 Q$$

هنا نستطيع ان نقول ان دالة الانتاج هي دالة متجانسة من الدرجة الثانية N=2

فاذا قمنا بمضاعفة المتغيرات المستقلة اي عوامل الانتاج L و K بمقدار λ =2 نحصل على حجم انتاج كما يلي:

$$Q_{\lambda L,\lambda K} = \lambda^2 Q = 4Q$$

2-1-2- خصائص دوال الانتاج المتجانسة

نقول عن دالة انتاج بانها متجانسة من الدرجة n اذا كانت تحقق الخصائص التالية:

الخاصية الاولى:

المشتقات الجزئية من الدرجة الاولى لدالة الانتاج المتجانسة من الدرجة nهي دوال متجانسة من الدرجة n-1 اي

$$Q'_{L(\lambda L,\lambda K)} = \lambda^{n-1} Q'_L$$

$$Q'_{K(\lambda L,\lambda K)} = \lambda^{n-1} Q'_K$$

الخاصية الثانية:

دوال الانتاج المتجانسة تحقق متطابقة ايلر

$$LQ'_L + KQ'_K = nQ$$

و هذا يعني انه اذا حصل كل اصحاب عناصر الانتاج على الانتاج الحدي العيني للعنصر الذي ساهم في عملية الانتاج فان عوامل الانتاج سوف تتحصل على n من الكمية المنتجة.

و بالتالي :

- اذا كان n>1 فان المنتج سوف يحقق خسارة
- اذا كان n<1 فان المنتج سوف يحقق ربح
- اذا كان n=1 فان المنتج سوف يحقق التعادل

مثال

بالاعتماد على معطيات المثال السابق اي ان دالة الانتاج التالية :

$$Q_{L,K} = 3K^2 + 5KL + 3L^2$$

الاتاجية الحدية للعمل

$$Q'_L = 5K + 2L$$

الانتاجية الحدية لراس المال

$$Q'_K = 6K + 5L$$

$$KQ_K + LQ_L = K(6K + 5L) + L(5K + 2L)$$
$$= 2(3K^2 + 5KL + 3L^2) = 2Q$$

نلاحظ انه اذا اردنا تسديد عوامل الانتاج كل عامل بانتاجيته الحدية فان ذلك يتطلب مرتين حجم الانتاج و من ثم يحقق المنتج خسارة.

2-2-دالة الانتاج كوب دوغلاس La Fonction de Production Coob-Douglas

اذا كانت لدينا دالة الانتاج التالية :

$$Q = bL^{\alpha}K^{\beta}$$

حيث يمثل Q حجم الانتاج

L و K عناصر الانتاج

b و α و β ثوابت موجبة

نقول عن هذه الدالة انها دالة انتاج كوب دوغلاس اذا كانت متجانسة من الدرجة الاولى

$$Q_{(\lambda L,\lambda K)} = b(\lambda L)^{\alpha}(\lambda K)^{\beta} = b(\lambda)^{\alpha+\beta}L^{\alpha}K^{\beta} = (\lambda)^{\alpha+\beta}Q$$

حتى تكون هذه الدالة متجانسة من الدرجة الاولى لا بد ان يكون:

$$\alpha + \beta = 1$$

و تكتب الدالة كما يلي:

$$Q = bL^{\alpha}K^{1-\alpha}$$

و هي تحقق متطابقة ايلر اي ان:

$$LQ'_L + KQ'_K = Q$$

2-3-غلة الحجم Return to scale - Rendement d'échelle

في الأجل القصير نتكلم عن تزايد الغلة وتناقصها، و هذا بسبب وجود العناصر الثابتة. أما في الأجل الطويل فاننا نتكلم عن غلة الحجم، و هي تعبر عن العلاقة بين عناصر الإنتاج وحجم الإنتاج ، فمثلا لو قمنا بزيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة محددة و لتكن λ=100% فسوف يرتفع الانتاج بنسبة محددة ، و نميز ثلاث حالات:

الحالة الأولى:

وتسمى ثبات غلة الحجم، وتكون عندما يزيد الإنتاج بنفس نسبة الزيادة في عناصر الإنتاج أي λ=100%.

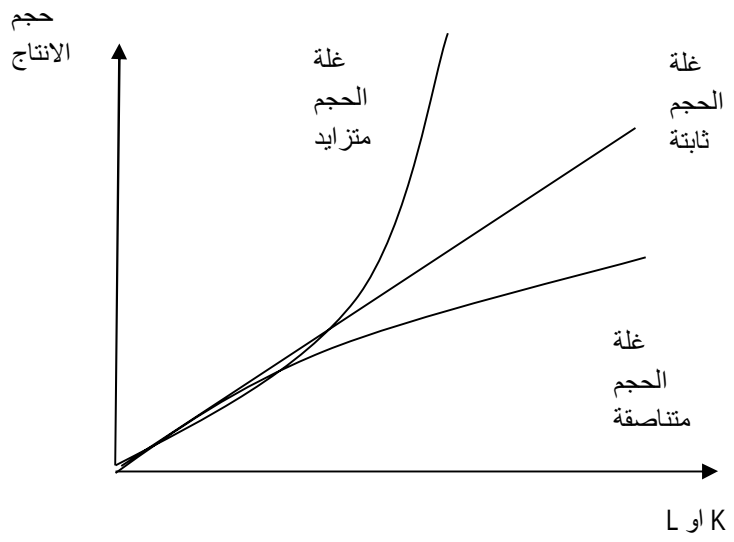
الحالة الثانية:

نسمى تزايد غلة الحجم، **فلو** قمنا بزيادة جميع عناصر الإنتاج بنسبة λ=100% فتزايد غلة الحجم، يعني أن حجم الإنتاج سيزيد بنسبة اكبر من λ=100% أي 200% مثلا.

الحالة الثالثة:

تناقص غلة الحجم، لو قمنا بزيادة عناصر الإنتاج بمقدار λ=100%، فإن الإنتاج سيزيد بنسبة اقل من العشرة λ=100% أي 50% مثلا.

لو أردنا أن نمثل غلة الحجم من خلال الرسم :



3-الانتاج عند وجود عاملين متغيرين

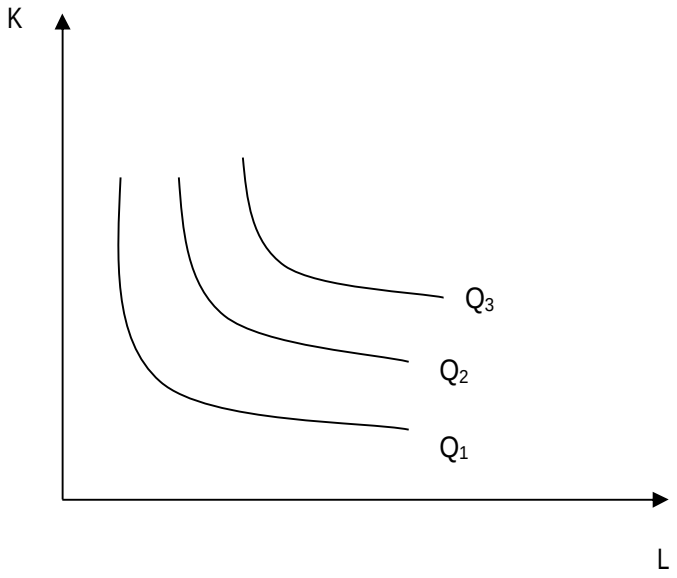
3-1-منحنيات الناتج المتساوي Isoqant

هو مجموع النقاط و التي تمثل توليفات لعوامل الانتاج من عمل و راس المال و التي تعطي نفس الكمية من الانتاج.

و لمنحنيات الناتج المتساوي مجموعة من الخصائص و هي :

- منحنى الناتج المتساوي مستمر
- ميل منحنى الناتج المتساوي سالب
- منحنى الناتج المتساوي يكون محدب نحو نقطة الاصل
- منحنيات الناتج المتساوي متوازية

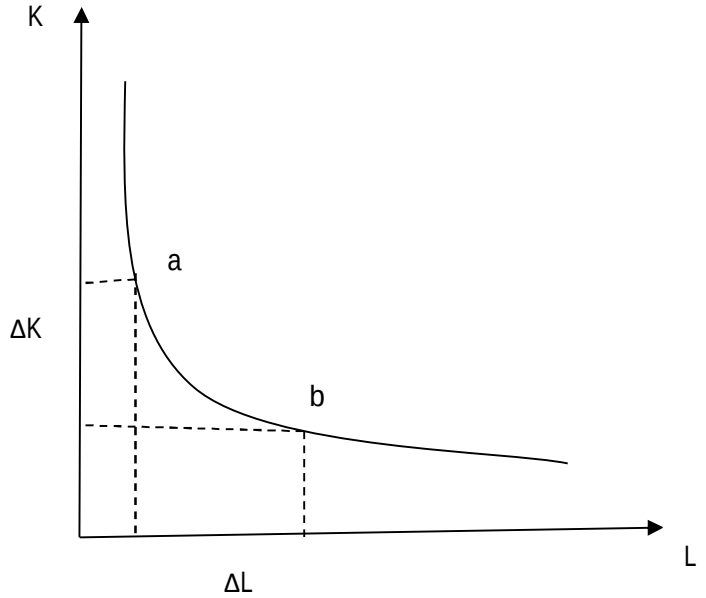
مجموع منحنيات الناتج المتساوي تعطينا ما يسمى خريطة الناتج المتساوي و كلما ارتفعنا الى اعلى حصلنا على مستوى انتاج اكبر



3-2-المعدل الحدي للاحلال التقني Taux marginal de substitution Technique TMST

يعبر المعدل الحدي للاحلال التقني على مقدار التخلي على نسبة من راس المال اي ΔK مقابل الحصول على نسبة العمل ΔL بشرط البقاء على نفس منحنى الناتج المتساوي

$$TMST = -\frac{dK}{dl}$$



المعدل الحدي للاحلال التقني = الانتاجية الحدية للعمل ÷ الانتاجية الحدية لراس المال

و تكتب كما يلي :

$$TMST = \frac{Q'_L}{Q'_K}$$

مثال:

لديك دالة الانتاج التالية: $Q=L^{1/2}K^{1/2}$

احسب المعدل الحدي للاحلال التقني TMST

$$TMST = \frac{\frac{1}{2}L^{-\frac{1}{2}}K^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}L^{\frac{1}{2}}K^{-\frac{1}{2}}} = \frac{K}{L}$$

3-3-توازن المنتج

اذا كان المنتج يهدف الى تعظيم انتاجه تحت قيد تكلفة معينة، فانه يتوازن عند نقطة تماس خط التكلفة المتساوي مع منحنى الناتج المتساوي.

3-3-1- خط التكلفة المتساوي Isocout

اذا كان C تمثل مقدار التكلفة التي سيتحملها المنتج و اذا كان اجرة العامل هي W و تكلفة راس المال هي الفائدة r فان معادلة التكلفة تكتب كما يلي:

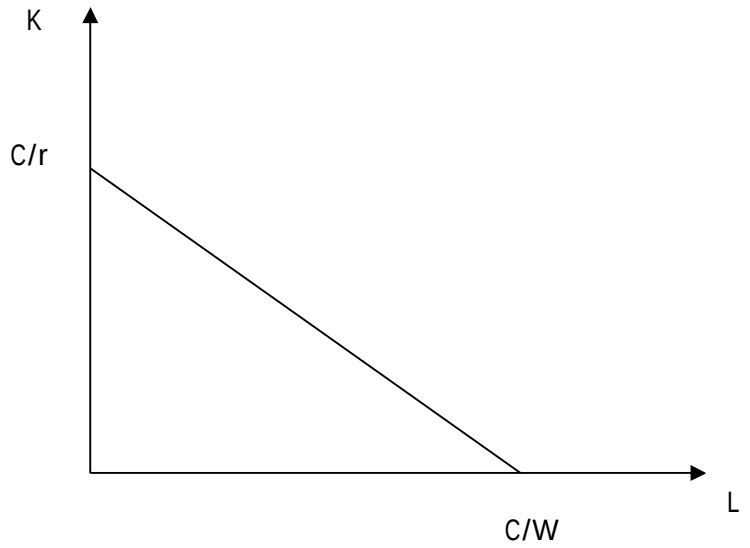
$$C=wL+rK$$

و يكن كتابتها في شكل دالة كما يلي:

$$K=f(L)$$

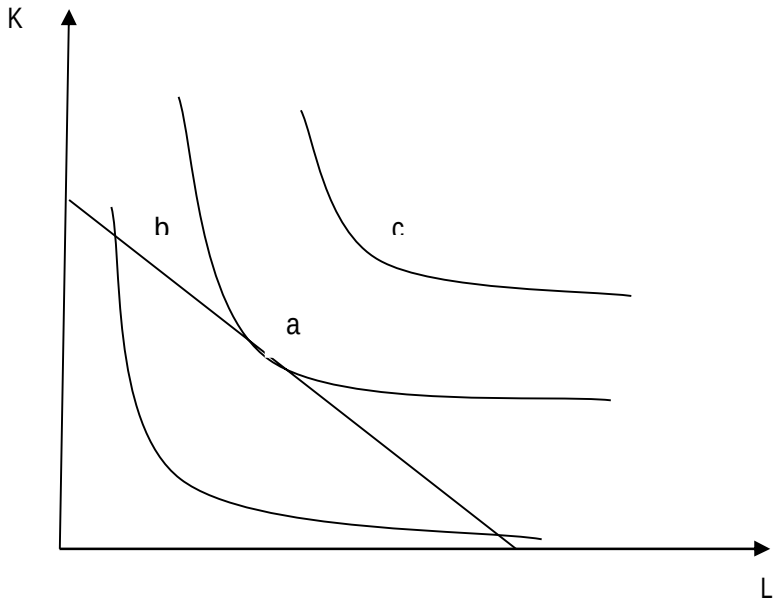
$$K = \frac{C}{r} - \frac{w}{r}L$$

و يمكن رسم منحنى التكلفة المتساوي كما يلي:



3-3-2-تحديد التركيبة المثلى لعوامل الانتاج

يتوازن المنتج عندما يتساوى ميل منحنى الناتج المتساوي مع ميل خط التكلفة المتساوي، كما يوضحه الشكل التالي:



عند النطة a يتساوى ميل منحنى السواء مع ميل خط التكلفة المتساوي اي ان :

$$\frac{Q'_L}{Q'_K} = \frac{w}{r}$$

و يمكن كتابة هذه المعادلة كما يلي:

$$\frac{Q'_L}{w} = \frac{Q'_K}{r}$$

اي ان شرط التوازن لا بد ان تتساوى الانتاجيات الحدية منسوبة الى اسعار عوامل الانتاج.

و يمكن حل اشكالية المنتج ياستعمال طريقة مضاعف لاغرانج λ كما يلي:

$$L = f(L,K) + \lambda(C - wL - rk)$$

و عند استخراج المشتقات الجزئية من الدرجة الاولى نحصل على ما يلي:

$$L'_L = \frac{\delta f}{\delta L} - \lambda w = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$L'_K = \frac{\delta f}{\delta L} - \lambda w = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2)$$

$$L'_\lambda = C - wL - rK = 0 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(3)$$

و بقسمة المعادلة (1) على المعادلة (2) نحصل على ما يلي:

$$\frac{\frac{\delta f}{\delta L}}{w} = \frac{\frac{\delta f}{\delta K}}{r}$$

و بالتالي يتوازن المنتج عندما تتساوى الانتاجيات الحدية منسوبة الى اسعار عوامل الانتاج.

مثال

لديك دالة الانتاج التالية: $Q=2KL$

اذا كان الاجر w و سعر الفائدة r و تكلفة الانتاج C_0 حدد دوال الطلب على عوامل الانتاج تحت قيد مستوى ثابت من التكلفة C_0

الحل:

نقوم اولا بتشكيل دالة لاغرانج كما يلي :

$$L=2KL+\lambda(C_0 - rK- wL)$$

نستخرج المشتقات الجزئية من الدرجة الاولى:

$$L'_L= 2K - \lambda w =0 \ldots\ldots\ldots(1)$$

$$L'_K= 2L - \lambda r =0 \ldots\ldots\ldots(2)$$

$$L'_\lambda= C_0- rK- wL =0 \ldots\ldots(3)$$

بقسمة المعادلة (1) عل المعادلة (2) نحصل على ما يلي:

$$\frac{2K}{2L} = \frac{\lambda w}{\lambda r} = \frac{w}{r}$$

$$\rightarrow K = \frac{w}{r}L \ldots\ldots(4)$$

نعوض المعادلة (4) في المعادلة (3) فنجد:

$$C_0 = wL + \left(\frac{w}{r}L\right)r = 2wL$$

$$L = \frac{C_0}{2w} \ldots\ldots(5)$$

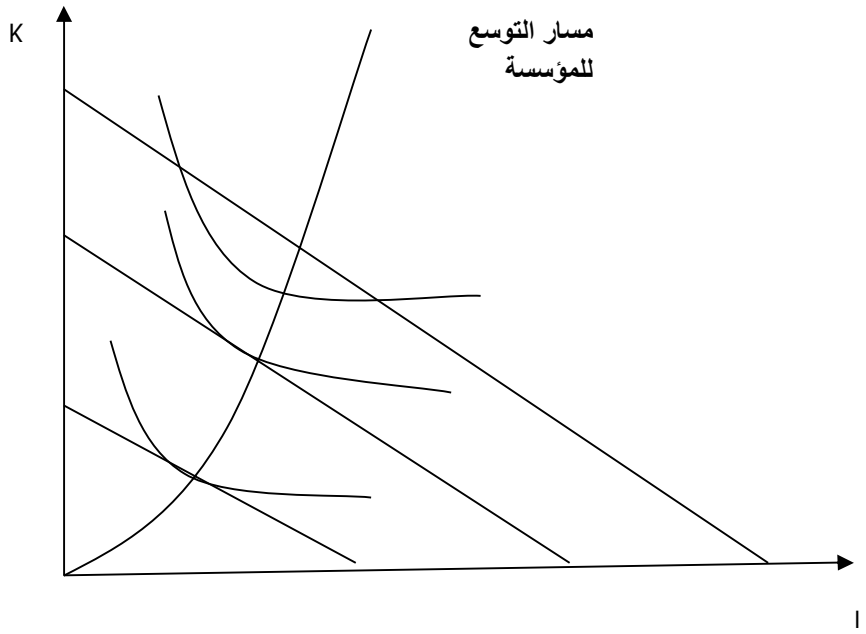
نعوض المعادلة (5) في المعادلة (4) فنحصل على:

$$K = \frac{C_0}{2r}$$

بالنسبة لمضاعف لاغرانج $\lambda = \frac{2L}{r} = \frac{2K}{w}$

4-3-مسار التوسع للمؤسسة

اذا قامت المؤسسة بتغيير نفقاتها الانتاجية نحو الارتفاع فسيتغير خط التكلفة المتساوي و بالتالي تتغير نقاط التوازن و عند الربط بينها نحصل على منحنى يسمى منحنى التوسع للانتاج او مسار التوسع للمؤسسة، كما يوضحه الشكل التالي:



4-مرونة الانتاج

4-1-مرونة عوامل الانتاج

اذا كانت لدينا دالة الانتاج التالية :

$$Q = bL^{\alpha}K^{\beta}$$

مرونة عوامل الانتاج تكتب كما يلي:

مرونة العمل $E_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}\ \frac{L}{Q} = \alpha$

مرونة راس المال $E_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K} \frac{K}{Q} = \beta$

2-4-مرونة الاحلال

لتحديد درجة الاحلال بين L و K على طول منحنى الناتج المتساوي نستعمل ما يسمى بمرونة الاحلال و هي تحدد كيفية الاحلال بين راس المال و العمل.

مرونة الاحلال= التغير النسبي ل K/L ÷ التغير النسبي TMST

$$\theta = \frac{d(\frac{K}{L})}{d(TMST)} \frac{TMST}{K/L}$$

و يمكن كتابة هذه المعادلة كما يلي:

$$\frac{1}{\theta} = \frac{d(TMST)}{d(\frac{K}{L})} \frac{K/L}{TMST}$$

5-دالة العرض

5-1-تعريف العرض

نعني بالعرض الكميات التي يقبل البائعون بيعتها عند سعر معين خلال فترة زمنية معينة. و نستنتج من هذا التعريف ان العرض مرتبط بالكميات التي يقبل البائعون بيعها، و من ثم فهي يمكنها ان تختلف عن الكميات المنتجة بحيث المنتج يمكن ان يعرض جزء فقط من الإنتاج لأسباب مختلفة منها المحافظة على ارتفاع السعر مثلا.

و العرض مرتبط بالسعر لان دافع العارض هو الربح، فهو يسعى لتعظيم ربحه و يقوم العارض بعرض سلعته كلما كان السعر اكبر من متوسط التكلفة الكلية ، و من هنا فان العلاقة بين السعر و الكمية المعروضة علاقة طردية باعتبار انه كلما زاد السعر كلما زادت الكمية المعروضة.

كما ان نموذج العرض يتكون من عدة متغيرات فهناك الكمية المعروضة التي تعتبر متغير تابع و يتحكم فيه عدة متغيرات اخرى مثل سعر السلعة و اسعار السلع المنافسة و المكملة و تكاليف الانتاج ... الخ، و عادة و لتبسيط الدراسة نقتصر على متغير واحد او متغيرين اثنين كأن نأخذ الكمية المعروضة بالنسبة لسعر السلعة في شكل دالة كما يلي:

$$Q=f(P)$$

و في بعض الاحيان نجد ان السعر يعتبر كمتغير تابع بالنسبة للكمية و بالتالي تصبح الدالة كما يلي:

$$P=F(Q)$$

أي ان الكمية المعروضة هي التي تتحكم في السعر، و هذا في حالة ما اذا كانت حصة المنتج في السوق مهمة بحيث تؤثر التغيرات في الكمية على السعر و من ثم سلوك المستهلكين، بعكس الحالة الاولى التي لا يؤثر فيها المنتج الواحد على السوق (سوق منافسة تامة).

2-5- انواع العرض :

العرض عدة انواع و هي:

-العرض الفردي: و هي الكميات من السلع و الخدمات التي يقبل عارض واحد فقط بعرضها عند سعر معين و في فترة زمنية معينة.

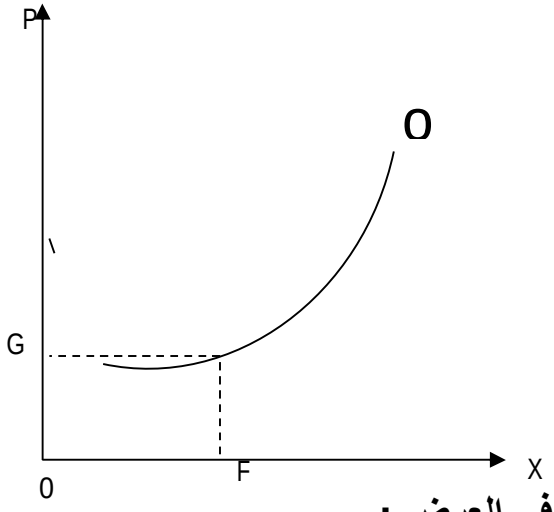
- العرض الكلي للسوق: و هو عبارة عن مجموع الكميات التي يعرضها المنتجون عن السلع و الخدمات عند سعر معين و في فترة زمنية معينة.

- **العرض الكلي للاقتصاد**: و يمثل مجموع السلع و الخدمات و عوامل الانتاج و التي يعرضها المنتجون في اقتصاد ما خلال فترة زمنية معينة عادة سنة.

-العرض الكامن: و هي عبارة عن الكميات التي يستطيع العارضون عرضها او انتاجها و لكنها غير مطروحة في السوق لعدة اسباب منها تشبع السوق او بغرض المحافظة على الأسعار ...الخ.

و ما نلاحظه مما سبق ان العرض يختلف عن الانتاج فليس كل ما ينتج يعرض اذن فالعوامل التي تتحكم في العرض ليست هي التي تتحكم في الانتاج.

شكل منحنى العرض



3-5- العوامل المؤثرة في العرض :

هناك عدة عوامل تؤثر في العرض و هي :

- السعر : فكلما ارتفع السعر ارتفعت الكمية المعروضة، و العكس أي كلما انخفض السعر انخفضت الكمية المعروضة؛
- تغير نفقات الانتاج : أي كلما انخفضت نفقات الانتاج كلما ساعد ذلك على زيادة الكمية المعروضة؛
- الاعانات الحكومية : تؤدي الاعانات الحكومية الى زيادة القدرات الانتاجية للمنتجين و من ثم زيادة الكمية المعروضة؛
- الضرائب : يؤدي فرض ضرائب جديدة على المنتجين او الزيادة في معدلاتها الى التأثير على نفقات الانتاج او ارباح المنتجين و من ثم يقل العرض؛
- اهداف المؤسسة التجارية : قد تهدف السياسة التجارية للمؤسسة الى غزو سوق جديدة او تحاول كسب مكانة اكبر في السوق على حساب ارباحها فترفع من الكمية المعروضة ،او تحاول الرفع من اسعارها فتخفض الكمية المعروضة في السوق.

5-4- دالة العرض للسوق

دالة العرض للسوق هي مجموع دوال العرض للمنتجين و الكمية المعروضة في السوق هي مجموع الكميات التي يعرضها المنتجين.

5-5- مرونة العرض

تقيس مرونة العرض السعرية مدى تاثر الكمية المعروضة بتغير السعر و تكتب كما يلي

مرونة العرض السعرية = نسبة التغير في الكمية المعروضة ÷ نسبة التغير في سعر لسلعة

و تكتب رياضيا كما يلي : $Es = \frac{\delta Q}{\delta P} \quad \frac{P}{Q}$

مثال

ليكن لدينا العرض $Q^s=35+5P$

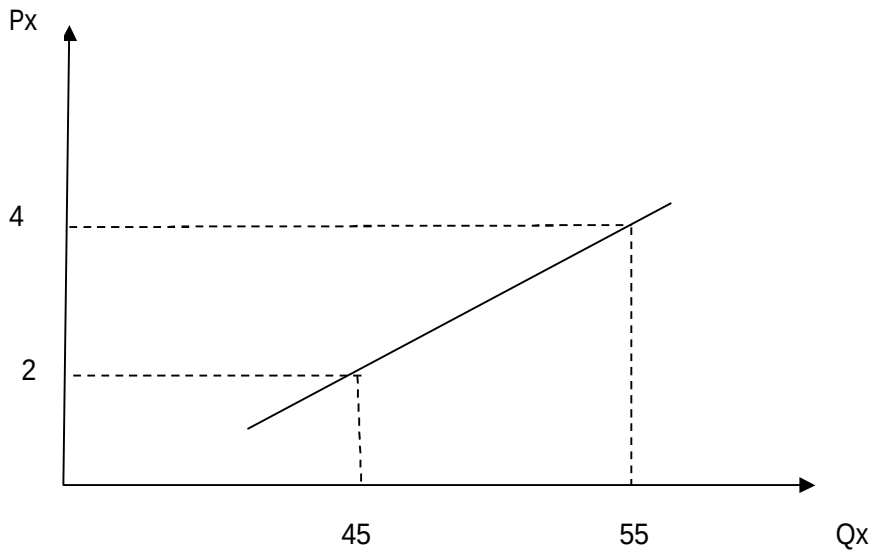
المطلوب : 1- اوجد جدول الطلب ثم ارسمه 2- حدد مرونة العرض السعرية عند P=2

الحل

جدول العرض

Px	1	2	3	4	5
Qx	40	45	50	55	60

منحنى العرض



مرونة العرض

$$E=5(2/45)=0\ ,22$$