But de l'automatique 1

L'Automatique s'est introduite dans quasiment tous les domaines de la vie quotidienne:

- La température des pièces est « régulée » par un thermostat, de façon à ce qu'elle soit constante quelque soit la température extérieure;
- Le domaine des transports recèle également de nombreux exemples:
  - Contrôle automatique de la barre d'un bateau;
  - Pilotage automatique d'un avion;
  - Régulateur de vitesse d'une automobile; ...
- L'introduction de robots dans les chaînes de montage dans le domaine de l'industrie remplaçant certaines interventions humaines;
- Dans le domaine militaire: le suivi de cible par un missile; ...

Donc, un système automatique cherche toujours à **réaliser un certain nombre d'opérations sans intervention humaine**. Dans certains cas, le but est de remplacer l'homme pour des raisons économiques ou pour lui éviter des tâches pénibles, dans d'autres ce sera pour obtenir un produit de meilleure qualité.

2

Il existe en fait deux grands domaines en Automatique

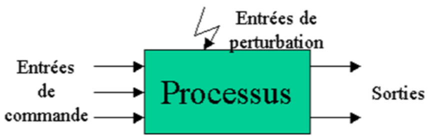
- D'une part, on peut rechercher l'automatisation d'une séquence d'instructions **connues à l'avance**, on a alors affaire à un système dit **séquentiel**. Ce travail est réalisé à l'aide d'un automate programmable industriel (API).
- D'autre part, on peut chercher à **assurer la régulation** (c'est à dire le maintien à une valeur constante) d'une grandeur physique ou imposer à cette dernière une certaine évolution (on parle **de poursuite**).

Notion de système 3

- **Système** (ou processus): C'est l'ensemble de l'installation que l'on doit piloter.Il est caractérisé par des signaux **d'entrée** et de **sortie** et les **lois mathématiques** reliant ces signaux.
- **Signal** : Grandeur physique générée par un appareil ou traduite par un capteur (température, débit etc.)

On distingue :

Signal d'entrée : indépendant du système, il se décompose en **commandable** et **non commandable** (perturbations) ;
Signal de sortie : dépendant du système et du signal d'entrée. On distingue **sortie observable** et **non observable.**



Exemple de systèmes: Four, robot, avion, usine chimique, colonne de distillation, etc.

4

- **Commande** : (Conduite ou contrôle) : On peut commander un système de manière automatisée pour:
  - ➢ Maintenir une grandeur de sortie constante (**Régulation**);
  - ➢ Faire suivre à certaines sorties une loi donnée (**asservissement**).
- **Système S.I.S.O :** C'est un système à une entrée et une sortie (Single Input Single Output).
- **Système M.I.M.O :** C'est un système à plusieurs entrées et plusieurs sorties (Multiple Input Multiple Output).

Structure d'un système asservi

Définition : *un système est asservi si et seulement si il comprend un dispositif qui va forcer les signaux de sortie à suivre au mieux les consignes.*

L'objectif d'un système automatisé est de remplacer l'homme dans une tâche donnée. Nous allons, pour établir la structure d'un système automatisé, commencer par étudier le fonctionnement d'un système dans lequel l'homme est la " **partie commande** ".

Exemple 1 : Conducteur au volant d'un véhicule → Il doit suivre la route.

Pour cela, Il ***observe*** la route et son environnement et ***évalue*** la distance qui sépare son véhicule du bord de la route. Il ***détermine***, en fonction du contexte, l'angle qu'il doit donner au volant pour suivre la route. Il agit sur le volant (donc sur le système) ; puis de nouveau, il recommence son observation pendant toute la durée du déplacement. Si un coup de vent dévie le véhicule, après avoir observé et mesuré l'écart, il agit pour s'opposer a cette ***perturbation***. Si l'on veut qu'un asservissement remplace l'homme dans diverses tâches, il devra avoir un comportement et des organes analogues a ceux d'un être humain. C'est-a-dire qu'il devra être capable **d'apprécier**, de **comparer** et **d'agir**.

Si un coup de vent dévie le véhicule, après avoir observé et mesuré l'écart, il agit pour s'opposer a cette ***perturbation***. Si l'on veut qu'un asservissement remplace l'homme dans diverses tâches, il devra avoir un comportement et des organes analogues a ceux d'un être humain. C'est-a-dire qu'il devra être capable **d'apprécier**, de **comparer** et **d'agir**.

Exemple 2 : Ouverture d'une porte pour accès à une maison.

Un autre exemple d'asservissement très simple est celui d'un homme qui veut entrer dans une maison : à chaque instant, ses yeux "**mesurent**" l'écart qui existe entre sa position et la porte. Son cerveau commande alors aux jambes d'agir, en sorte que cet écart diminue, puis s'annule.

Les yeux jouent alors le rôle d'organes de ***mesure (ou de capteurs), le cerveau celui de comparateur*** et les jambes celui d'***organe de puissance.***

Tout asservissement comportera ces trois catégories d'éléments qui remplissent les 3 grandes fonctions nécessaires a sa bonne marche (fig. 0.1) :

- ***Mesure (ou observation)***
- **Comparaison** entre le but a atteindre et la position actuelle (***Réflexion***)
- ***Action de puissance***

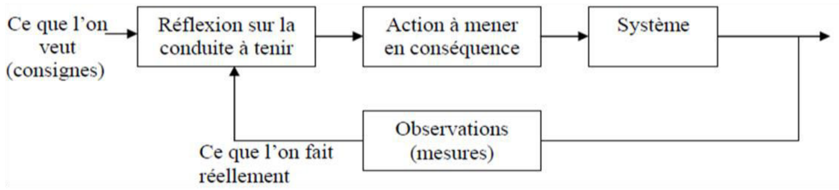
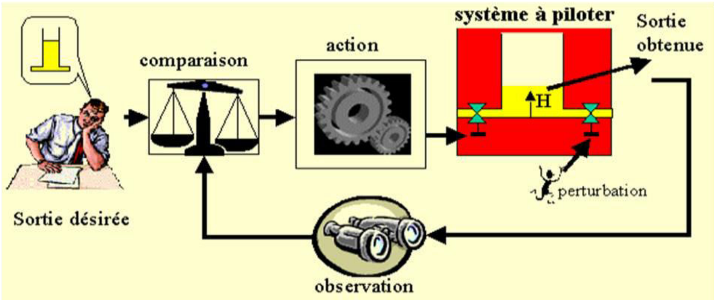
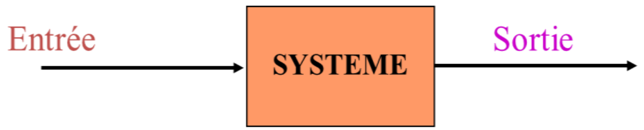


Figure 0.1: Concept général d'un asservissement



1. Introduction

Commander



Ordres

Consigne , but fixé

Action de commande :

Action susceptible de changer l'état du système à commander.

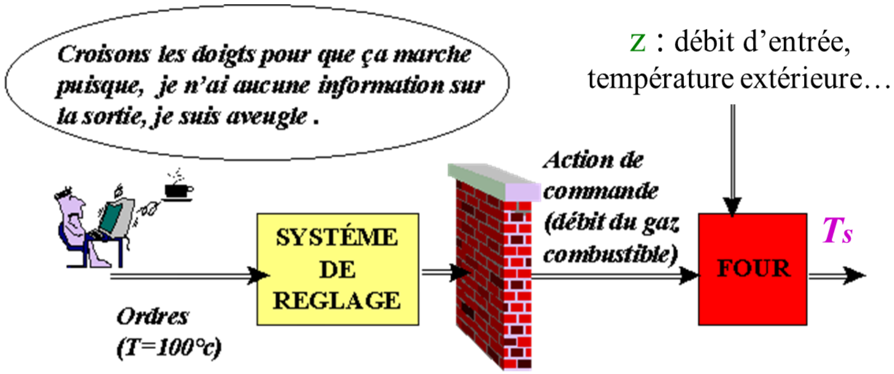
Sortie : variable à contrôler

➢ température du bain,

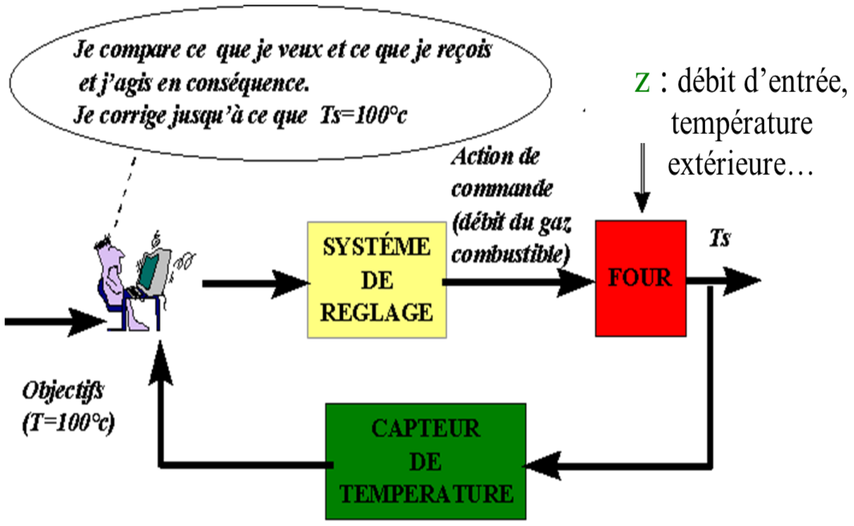
➢position de l'avion …

2. Chaine de régulation automatique

2.1 Commande en boucle ouverte



2.2 Commande en boucle fermée



3. Modélisation

Un système est souvent représenté par:

a. Schéma physique

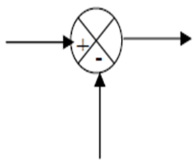
Le schéma physique est un des représentations qui nous permettent d'analyser le système. Ce type de schéma utilise la normalisation de chaque technologie.

- **Schéma électrique : circuit RLC.**
- **Schéma mécanique : masse, ressort, amortisseur…**

b. Schéma fonctionnel :

Dans le schéma fonctionnel on représente les fonctions par des blocs et les grandeurs physiques par des flèches qui les relient.

Lorsque la grandeur physique est obtenue par une sommation, on la représente par le symbole (+) et par un cercle.



c. Modèle mathématique :

Pour réaliser une commande automatique il est nécessaire d'établir les relations existantes entre les entrées et les sorties. L'ensemble des relations s'appelle **modèle mathématique d'un système.**

$$e(t) = u_R(t) + u_L(t) + v_S(t)$$

Résistance : $u_R(t) = R\, i(t)$; Bobine : $u_L(t) = L\dfrac{di}{dt}$; condensateur : $v_{S(t)} = \dfrac{1}{C}\int i(t)dt$

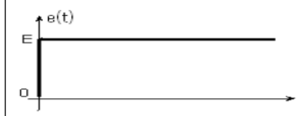
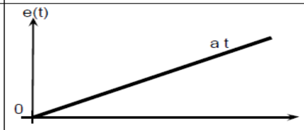
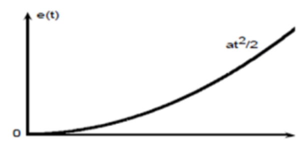
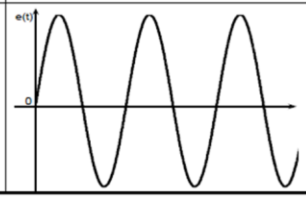
$$\left.\begin{aligned} i(t) &= C\frac{dv_S}{dt} \\ u_R(t) &= RC\frac{dv_S(t)}{dt} \\ u_L(t) &= L\frac{d^2v_S(t)}{dt^2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow e(t) = v_S(t) + RC\frac{dv_S}{dt} + L\frac{d^2v_S(t)}{dt^2}$$

4. Caractéristiques dynamiques d'un système asservi

Les caractéristiques dynamiques permettent de quantifier les performances d'un système asservi. Elles sont appréciées à partir de la réponse des systèmes des entrées types.

a. Entrées « types » (signaux canoniques) :

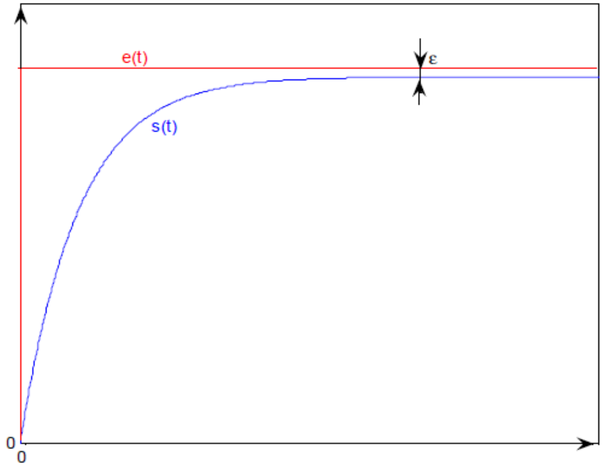
Fonctions	Equations	Réponse s(t)	Allures
Dirac ou impulsion (percussion)	$e(t) = E\,\delta(t)$ tel que : $\delta(t) = \begin{cases} 1 & si \quad t = 0 \\ 0 & si \quad t \neq 0 \end{cases}$	Réponse impulsionnelle	

échelon de position	$e(t) = E\,u(t)$ tel que: $u(t) = \begin{cases} 1 & si \quad t \geq 0 \\ 0 & si \quad t < 0 \end{cases}$	Réponse indicielle	
échelon de vitesse (rampe)	$e(t) = a\,t\,u(t)$	Réponse de vitesse	
échelon d'accélération	$e(t) = \frac{a}{2} t^2 u(t)$	Réponse d'accélération	
sinusoïdale	$e(t) = a \sin(\omega t)$	Réponse sinusoïdale	

b. Performances d'un système asservi :

✓ **Précision :**

La précision quantifie l'erreur lorsque l'équilibre est atteint avec e(t) et s(t) sont de même nature, autrement l'erreur se trouve à la sortie du comparateur.

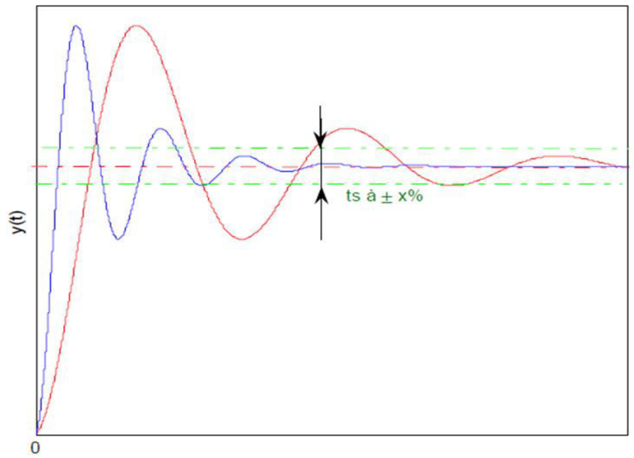


✓ **Rapidité :**

La rapidité quantifie le temps pour atteindre l'équilibre on l'appelle **le temps de réponse**.

Le temps mis par la réponse du système pour atteindre à mois de 5%, la valeur finale est retenue comme critère de rapidité t_s à ± 5%.

Le signal s(t) est plus rapide que le signal s'(t).



On dit alors qu'un système a une rapidité satisfaisante s'il se stabilise à son niveau constant en un temps jugé satisfaisant.

✓ **Stabilité :**

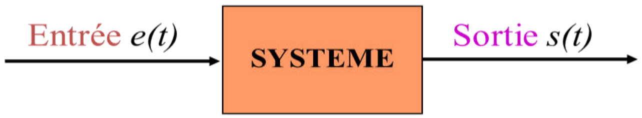
- La stabilité d'un système est la capacité de converger vers une valeur constante si l'entrée est constante.
- Ce système tend à revenir à son état d'équilibre permettant quand on lui applique une perturbation de courte durée.

Chapitre 2 : Modélisation Mathématique des Sysytèmes

1. Principe

17

Le but de la modélisation est de *déterminer les équations de fonctionnement ou de comportement* de notre système.
Par la suite, nous nous limiterons aux systèmes *monovariables*. Dans la majorité des cas, nous modélisons un système par des *équations différentielles*. Nous cherchons donc une relation entre l'entrée et la sortie telle que :



$$f\left(e(t), s(t), \frac{de(t)}{dt}, \frac{ds(t)}{dt}\right) = 0$$

2. Représentation des systèmes continus linéaires invariants (SLCI)

18

Un système est dit linéaire si son comportement est décrit par des équations différentielles linéaires à coefficients constants.

$$a_0 s(t) + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \ldots + a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = b_0 e(t) + b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \ldots + b_n \frac{d^m e(t)}{dt^m}$$

$$\Updownarrow$$

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i s(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^{m} b_j \frac{d^j e(t)}{dt^j}$$

Nous avons :

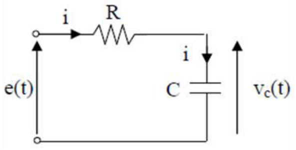
a_i et b_i sont des coefficients constants,
n = ordre du système,
Un système physique sera réalisable si $n > m$

Exemples

1. Circuit électrique :

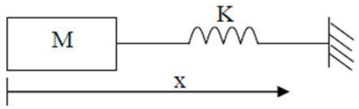
$$e(t) = Ri(t) + s(t)$$

$$e(t) = RC\frac{ds(t)}{dt} + s(t) \text{ : Système linéaire (S.L.)}$$



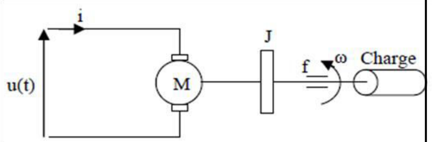
2. Système mécanique

$$F_e = Kx + M\frac{dx}{dt} + f\frac{d^2x}{dt^2} \text{ : Système linéaire (S.L.)}$$



3. Système électromécanique

$$C_M = C_r + f\frac{d\theta}{dt} + J\frac{d^2\theta}{dt^2}$$



3. Résolution des équation différentielles

Pour résoudre une équation différentielle on utilise :

➢ Méthode classique

Equation différentielle :

- Equation différentielle sans second membre: *réponse libre* ***s1(t)***
- Solution particulière : *réponse forcée* ***s2(t)***

s(t) = s1(t) + s2(t)

Solution homogène : On pose e(t) = 0, on pose aussi : $\frac{de(t)}{dt} = 0$

Solution particulière : on pose s(t) de la même manière que e(t).

➢ Méthode de la transformée de Laplace

Cette méthode est la plus simple et la plus utilisée.

4. Transformée de Laplace

Cette méthode est la plus simple et la plus utilisée.

4.1 Définition

A toute fonction ***f*** *de variable t*, telle que f(t)=0 pour t<0, nous faisons correspondre une fonction ***F*** de *variable complexe p*. Nous définissons la transformée de Laplace :

$$F(p) = L(f(t)) = \int_0^\infty f(t)\, e^{-pt}\, dt$$

Cette transformation permet de passer du domaine *temporel* au domaine de Laplace et permet la résolution dans le domaine *fréquentiel* de problèmes posés dans le domaine temporel.

4.2 Propriétés et théorèmes

Propriétés et théorèmes	
Théorème de la valeur initiale	$\lim_{t\to 0^+} f(t) = \lim_{p\to\infty} pF(p) = f(0^+)$
Théorème de la valeur finale	$\lim_{t\to +\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} pF(p) = f(+\infty)$
Théorème du retard temporel	$TL[f(t-\tau)] = e^{-p\tau} F(p)$
Théorème de l'avance	$TL[e^{-\infty t} f(t)] = F(p+\infty)$
Linéarité	$TL[a_1 f_1 + a_2 f_2] = a_1 F_1(p) + a_2 F_2(p)$
Dérivation	$TL[f^n(t)] = p^n F(p) - p^{(n-1)} f(0^+) - p^{(n-2)} f^1(0^+) - \ldots - f^{n-1}(0^+)$
Sans conditions initiales	$TL[f^n(t)] = p^n F(p)$
L'intégration	$TL\left[\int_0^t f(t)dt\right] = \frac{F(p)}{p}$

5. Fonction de transfert

5.1 Définition

Soit le système décrit par l'équation différentielle suivante:

$$a_0 s(t) + a_1 \frac{ds(t)}{dt} + a_2 \frac{d^2 s(t)}{dt^2} + \ldots + a_n \frac{d^n s(t)}{dt^n} = b_0 e(t) + b_1 \frac{de(t)}{dt} + b_2 \frac{d^2 e(t)}{dt^2} + \ldots + b_n \frac{d^m e(t)}{dt^m}$$

La transformée de Laplace (si les conditions initiales sont nulles)

$$a_n p^n S(p) + \ldots + a_2 p^2 S(p) + a_1 p S(p) + a_0 S(p) = b_m p^m E(p) + \ldots + b_2 p^2 E(p) + b_1 p E(p) + b_0 E(p)$$

$$(a_n p^n + \ldots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0) S(p) = (b_m p^m + \ldots + b_2 p^2 + b_1 p + b_0) E(p)$$

L'équation de transfert est dite aussi équation d'isomorphe qui est définit par le quotient des grandeurs de sortie et d'entrée :

$$\boxed{\frac{S(p)}{E(p)} = \frac{b_m p^m + \ldots + b_2 p^2 + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \ldots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0} = H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}}$$

Remarque : *La fonction de transfert caractérise la dynamique du système. Dans un système physique réel le degré n de D(p), est supérieur au degré m de N(p).*

Objectif :

Démarche:

- Calcul de la *fonction de transfert H(p)*
- Calcul de *l'entrée* dans le domaine de Laplace E(p)
- Calcul de la *sortie* dans le domaine de Laplace Y(p)
- Calcul de la *sortie temporelle* en appliquant la *transformée de Laplace inverse y(t)*

$$D(p) = a_n p^n + \ldots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0$$

- Les solutions de l'équation caractéristique *D(p)=0* sont appelées les ***racines*** ou les ***pôles*** du système.
- Les solutions de l'équation *N(p)=0* sont appelées les ***zéros*** du système.

$$D(p) = 0 \Leftrightarrow a_n p^n + \ldots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0$$
$$\Leftrightarrow (p - p_n)(p - p_{n-1}) \ldots (p - p_0)$$
$$\Leftrightarrow \prod_{i=0}^{n} (p - p_i) = 0$$

$$N(p) = 0 \Leftrightarrow b_m p^m + \ldots + b_2 p^2 + b_1 p + b_0 = 0$$
$$\Leftrightarrow (p - z_m)(p - z_{m-1}) \ldots (p - z_0)$$
$$\Leftrightarrow \prod_{j=0}^{m} (p - z_j) = 0$$

$$\Rightarrow H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{\prod_{j=0}^{m} (p - z_j) = 0}{\prod_{i=0}^{n} (p - p_i)}$$

En ordonnant les deux polynômes suivant les puissances croissantes de p, on obtient l'écriture suivante, encore appelée ***forme canonique de la fonction de transfert*** **:**

$$H(p) = \frac{S(p)}{E(p)} = \frac{K}{p^\alpha} \frac{1 + b_1' p + b_2' p^2 + \ldots}{1 + a_1' p + a_2' p^2 + \ldots}$$

α : classe du système

Remarque :

- Les « ***pi*** » peuvent être des réels ou des complexes ;
- Si les « pi » sont réels différents $\Rightarrow$ $s(t) = \sum_{i=0}^{n} C_i e^{p_i t} \Rightarrow \lim s(t) = \lim \sum_{i=0}^{n} C_i e^{p_i t}$
  - Si les pi <0 $\Rightarrow$ s(t) $\rightarrow$ 0 si t $\rightarrow +\infty$: système **stable.**
  - Si les pi >0 $\Rightarrow$ s(t) $\rightarrow +\infty$ si t $\rightarrow +\infty$: système **instable.**

5.3 Théorème

Un système est dit stable si les parties réelles de ses pôles sont à partie réelle négatives.