حل تمارين الفصل الأول

تمرين 1: المجتمع طبيعي، $\mu = 75$، $\sigma^2 = 20$، $n = 22$

بتطبيق النظرية 2 نجد:

$$1- P(\bar{x} > 78) = P\left(Z > \frac{78-75}{\sqrt{20}/\sqrt{22}}\right) = P(Z > 3{,}15)$$

$$= 1 - P(Z < 3{,}15) = 1 - 0{,}9992 = \underline{0{,}0008}$$

$$2- P(\bar{x} < 70) = P\left(Z < \frac{70-75}{\sqrt{20}/\sqrt{22}}\right) = P(Z < -5{,}2)$$

$$= 1 - P(Z < 5{,}2) = 1 - 1 = \underline{0}$$

$$3- P(72 < \bar{x} < 80) = P\left(\frac{72-75}{\sqrt{20}/\sqrt{22}} < Z < \frac{80-75}{\sqrt{20}/\sqrt{22}}\right)$$

$$= P(-3{,}15 < Z < 5{,}24) = P(Z < 5{,}24) - P(Z < -3{,}15)$$

$$= 1 - [1 - P(Z < 3{,}15)] = 1 - 1 + 0{,}9992 = \underline{0{,}9992}$$

تمرين 2: المجتمع طبيعي، $\mu = 65$، $n = 20$

حساب الاحتمال: $P(\bar{x} > 60)$ في الحالتين التاليتين:

1- الحالة الأولى: $\sigma = 8$ (انحراف المجتمع معلوم)

بتطبيق النظرية 2 نجد:

$$P(\bar{x} > 60) = P\left(Z > \frac{60-65}{8/\sqrt{20}}\right) = P(Z > -2{,}8) =$$

$$1 - P(Z < -2{,}8) = 1 - [1 - P(Z < 2{,}8)] =$$

$$1 - 1 + P(Z < 2{,}8) = P(Z < 2{,}8) = \underline{0{,}9974}$$

2 - الحالة الثانية : $S = 11$ (انحراف العينة معلوم)

بتطبيق النظرية 3 نجد :

$$P(\bar{X} > 60) = P\left(t_{n-1} > \frac{60-65}{11/\sqrt{20}}\right) = P(t_{19} > -2,03)$$

$$= 1 - P(t_{19} < -2,03) = 1 - [1 - P(t_{19} < 2,03)]$$

$$= 1 - 1 + P(t_{19} < 2,03) = P(t_{19} < 2,03) \simeq \underline{0,9750}$$

3 - المجتمع الإحصائي مجهول ، $S = 350g = 0,35kg$ ، $\mu = 6kg$ ، $n = 70$.

الإجابة على السؤال المطروح ، نلاحظ أنه يعتمد استعمال النظرية 4 على معرفة σ ، أما إذا كان σ غير معلوم (انحراف المجتمع مجهول) فنقوم بالتبديل σ بـ S (انحراف العينة معلوم) ، وبما أن حجم العينة كبير ($n \geq 30$) فالمجتمع الإحصائي يقترب من التوزيع الطبيعي لذا نستخدم توزيع Z ، ومنه :

أ - $$P(\bar{X} \geq 5,5) = P\left(Z \geq \frac{5,5-6}{0,35/\sqrt{70}}\right) = P(Z \geq -11,95)$$

$$= 1 - 1 + P(Z < 11,95) = \underline{1}$$

ب - $$P(\bar{X} < 5) = P\left(Z < \frac{5-6}{0,35/\sqrt{70}}\right) = P(Z < -23,9)$$

$$= 1 - P(Z < 23,9) = 1 - 1 = \underline{0}$$

4 - المجتمع طبيعي ($\mu = 67$ ، $\sigma = 10$) $n = 9$

بتطبيق النظرية 2 نجد :

$$P\left(\sum_{i=1}^{9} x_i > 585\right) = P\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{9} x_i > \frac{1}{9}\cdot 585\right)$$

$$= P(\bar{x} > 65) = P\left(Z > \frac{65-67}{10/\sqrt{9}}\right) = P(Z > -0{,}6)$$

$$= 1 - P(Z < -0{,}6) = 1 - 0 + P(Z < 0{,}6) = \underline{0{,}7257}$$

$\underline{S=}$: المجتمع طبيعي ، $n=30$ ، $n=9$ ، $S=10$ ، $\delta = ?$

بما أن δ (انحراف المجتمع) مجهول و n صغير ($n<30$) وبتطبيق النظرية 3 نجد :

1- $$P(\bar{x} < 35) = P\left(t_{n-1} < \frac{35-30}{10/\sqrt{9}}\right) = P(t_8 < 1{,}5)$$

$$\simeq \underline{0{,}9}$$

2- $$P(\bar{x} > 40) = P\left(t_{n-1} > \frac{40-30}{10/\sqrt{9}}\right) = P(t_8 > 3)$$

$$\simeq 1 - P(t_8 < 3)$$

$$\simeq 1 - 0{,}99$$

$$\simeq \underline{0{,}01}$$

بالتوفيق للجميع ——— انتهى ———