

الإجابة النموذجية لامتحان مقياس رياضيات المؤسسة

حل التمرين الأول (05 ن):

1- بناء النموذج الرياضي لمسألة البرمجة الخطية في حالة تحقيق المصنع أقصى ربح ممكن:

* تحديد دالة الهدف: الربح غير واضح يجب حسابه:

نرمز للنوع الأول: بـ "X₁"، والنوع الثاني بـ "X₂" (0.25)

الربح = سعر البيع - سعر التكلفة (0.25)

ربح "X₁" = 20 - 50 = 30 دج، ربح "X₂" = 40 - 75 = 35 دج (0.5)

ومنه تأخذ دالة الهدف الشكل التالي: (0.25) MAXZ=30X₁+35X₂

* تحديد القيود:

- قيود مرحلة الإنتاج: قيد مرحلة التقطيع: 6X₁+3X₂≤180 (0.5)

قيد مرحلة الخياطة: 4X₁+6X₂≤240 (0.5)

* قيود دراسة السوق:

- الطلب اليومي على النوع الأول ناقص الطلب اليومي على النوع الثاني لا يمكن أن يتجاوز 3000 وحدة:

$$X_1 - X_2 \leq 3000 \quad (0.5)$$

- الطلب اليومي على المنتوجين معا لا يمكن أن يقل عن 6000 وحدة:

$$X_1 + X_2 \geq 6000 \quad (0.5)$$

- الطلب اليومي على النوع الأول لا يمكن أن يتجاوز 1000 وحدة:

$$X_1 \leq 1000 \quad (0.5)$$

- طلبات الزبائن من النوع الثاني لا يمكن أن تقل عن 500 وحدة.

$$X_2 \geq 3000 \quad (0.5)$$

$$X_1, X_2 \geq 0 \quad (0.5)$$

* شرط عدم السلبية:

ومنه نموذج الرياضي للمسألة يظهر بالشكل التالي: (0.25)

$$\text{MaxZ} = 30x_1 + 35x_2 +$$

$$6x_1 + 3x_2 \leq 180$$

$$4x_1 + 6x_2 \leq 240$$

$$x_1 - x_2 \leq 3000$$

$$x_1 + x_2 \geq 600$$

$$x_1 \leq 1000$$

$$x_2 \geq 500$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

حل التمرين الثاني (05 ن):

- حل النموذج بالطريقة المبسطة (السيمبلاكس):

$$\text{Max}Z = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3$$

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 1000$$

$$4x_1 + 4x_2 + 8x_3 \leq 3200$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

* التحويل إلى الشكل المعياري:

$$\text{Max}Z = 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 0.S_1 + 0.S_2 \quad (0.25)$$

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 + S_1 + 0.S_2 = 1000 \quad (0.25)$$

$$4x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 0.S_1 + S_2 = 3200 \quad (0.25)$$

$$x_1, x_2, x_3, S_1, S_2 \geq 0$$

* جدول الأول للسيمبلاكس:

		4	3	2	0	0	bi		
S _i	C _i	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂			
0	S ₁	2 نقطة الارتكاز (0.25)	4	2	1	0	1000	1000/2=500 (0.25)	متغيرة خارجة (سطر الدوران) (0.5)
0	S ₂	4	4	8	0	1	3200	3200/4=800 (0.25)	
Z=00		-4	-3	-2	0	0			
		متغيرة داخلية (عمود الدوران) (0.5)		ملأ الجدول والجدول و الحساب (0.5)					

* جدول الثاني للسيمبلاكس: (01 ن)

		4	3	2	0	0	Bi
S _i	C _i	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	
0	X ₁	1	4	1	1/2	0	500
0	S ₂	0	-4	4	-2	1	1200
Z=2000		0	+5	+2	+2	0	

* شرح الجدول: بما أن قيم سطر التقييم كلها موجبة إذن الحل هو حل أمثلا، وعلى المؤسسة إنتاج 500 وحدة (X₁=500)، وعدم إنتاج المنتج الثاني (X₂=0)، مع استغلال تام للطاقة الأولى (S₁=0)، وبقاء طاقة من المورد الثاني (S₂=2000)، قيمتها (3200-1200) لتحقيق ربح قدره (Z=2000). (01 ن).

MaxZ= = 120x ₁ +230x ₂ +100x ₃	MaxZ= = 120x ₁ +230x ₂ +100x ₃ +0.S ₁ +0.S ₂ -Ma ₁ -Ma ₂ (0.25)	
5x ₁ +4x ₂ +3x ₃ ≤160	5x ₁ +4x ₂ +3x ₃ + s1=160 (0.25)	
2x ₁ +x ₂ =89	2x ₁ +x ₂ +a1=89 (0.25)	
4x ₂ +5x ₃ ≥62	4x ₂ +5x ₃ -s2+a2 =62(0.25)	
x ₁ ,x ₂ ,x ₃ ≥0	x ₁ ,x ₂ ,x ₃ ≥0	
	النموذج المرافق:	
MaxZ= = 120x ₁ +230x ₂ +100x ₃	5x ₁ +4x ₂ +3x ₃ ≤160	5x ₁ +4x ₂ +3x ₃ ≤160
5x ₁ +4x ₂ +3x ₃ ≤160	2x ₁ +x ₂ ≤89	2x ₁ +x ₂ ≤89
2x ₁ +x ₂ =89	2x ₁ +x ₂ ≥8.....*(-1))	-2x ₁ -x ₂ ≤8
4x ₂ +5x ₃ ≥62	4x ₂ +5x ₃ ≥62.....*(-1))	-4x ₂ -5x ₃ ≤62
x ₁ ,x ₂ ,x ₃ ≥0	x ₁ ,x ₂ ,x ₃ ≥0 (0.25)	x ₁ ,x ₂ ,x ₃ ≥0 (0.25)
	MinZ= = 120Y ₁ -89Y ₂ +89Y ₃ -62Y ₄	
	5Y ₁ +2Y ₂ +2Y ₃ -4Y ₄ ≥120	
	4Y ₁ -2Y ₂ +Y ₃ ≥230	
	3Y ₁ -5Y ₄ ≥100	
	y ₁ ,y ₂ ,y ₃ ,y ₄ ≥0 (0.5)	

* الجدول الأول للسيمبلاكس: (0.5)

		120	230	100	0	0	-M	-M	
S _i	C _i	X ₁	X ₂	X ₃	S ₁	S ₂	a ₁	a ₂	bi
0	S ₁	5	4	3	1	0	0	0	160
-M	a ₁	2	1	0	0	0	1	0	89
-M	a ₂	0	4	5	0	-1	0	1	62
Z=151M		-2M-120	-5M-230	-5M-100	0	+M	0	0	

$MinZ = 2x_1 + x_2$	$MinZ = 2x_1 + x_2 + Ma_1 + Ma_2 + 0.S_1 + 0.S_2$ (0.25)	
$3x_1 + x_2 = 3$	$3x_1 + x_2 + a_1 = 3$ (0.25)	
$4x_1 + 3x_2 \geq 6$	$4x_1 + 3x_2 - s_1 + a_1 = 6$ (0.25)	
$x_1 + 2x_2 \leq 3$	$x_1 + 2x_2 + s_2 = 3$ (0.25)	
$x_1, x_2 \geq 0$	$x_1, x_2, s_1, s_2, a_1, a_2 \geq 0$	
النموذج المرافق:		
$MinZ = 2x_1 + x_2$	$3x_1 + x_2 \geq 3$	$3x_1 + x_2 \geq 3$
$3x_1 + x_2 = 3$	$3x_1 + x_2 \leq 3 \dots \dots \dots (*(-1))$	$-3x_1 - x_2 \geq -3$
$4x_1 + 3x_2 \geq 6$	$4x_1 + 3x_2 \geq 6$	$4x_1 + 3x_2 \geq 6$
$x_1 + 2x_2 \leq 3$	$x_1 + 2x_2 \leq 3 \dots \dots \dots (*(-1))$	$-x_1 - 2x_2 \geq 3$
$x_1, x_2 \geq 0$	$x_1, x_2 \geq 0$ (0.25)	$x_1, x_2 \geq 0$ (0.25)
	$MAXZ = 3Y_1 - 3Y_2 + 6Y_3 + 3Y_4$	
	$3Y_1 - 4Y_2 + 4Y_3 - Y_4 \leq 2$	
	$2Y_1 - 3Y_2 + 3Y_3 - 2Y_4 \leq 1$	
	$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$ (0.5)	

الجدول الأول للسيمبلكس: (0.5)

S_i	C_i	2	1	+M	+M	0	0	bi
		X_1	X_2	a_1	a_2	S_1	S_2	
+M	a_1	3	1	1	0	0	0	3
+M	a_2	4	3	0	1	-1	0	6
0	s_2	1	2	0	0	0	1	3
Z=9M		7M-2	4M-1	0	0	-M	0	

حل التمرين الرابع (05 ن):

1- شرح الجدول الحل الأمثل: بما أن سطر التقييم قيمه كلها موجبة، إذن الحل أمثل وعلى المؤسسة إنتاج 12 وحدة من X_1 ($X_1=12$)، وإنتاج 6 وحدات من X_2 ($X_2=6$)، وإستغلال تام للطاقة الأولى ($S_1=0$)، وإستغلال تام للطاقة الثانية S_2 ($S_2=0$)، لتحقيق ربح قدره $Z=132$ (0.5).

2- النموذج المرافق:

$MinZ = 60y_1 + 48y_2$
$4y_1 + 2y_2 \geq 2$
$2y_1 + 4y_2 \geq 2$
$y_1, y_2 \geq 0$ (0.5)

3- حل المسألة الثنائية إنطلاقاً من حل المسألة الأصلية: (1.5)

		60	48	0	0	Bi
S _i	C _i	y ₁	y ₂	S ₁	S ₂	
60	y ₁	1	0	-1/3	+1/6	5/3
48	y ₂	0	1	+1/6	-1/3	2/3
Z=132		0	0	-12	-6	

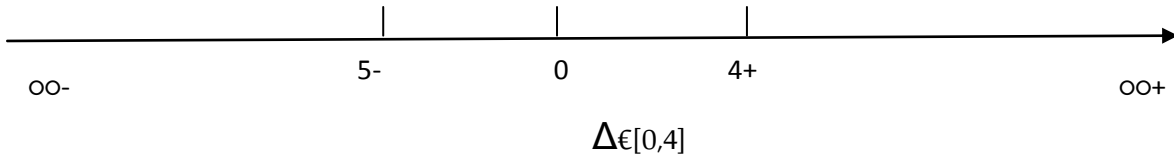
4- إيجاد مجال تغير (X₁) من دالة الهدف:

$\Delta(x_1)$	1	0	1/3	-1//6.....(* Δ)
$\Delta(c)$	0	0	5/3	2/3

$\Delta(x_1)$	Δ	0	1/3 Δ	-1//6 Δ
$\Delta(c)$	0	0	5/3	2/3
	Δ	0	1/3 Δ +3/5	-1//6 Δ +2/3(0.5)

لكي يكون الحل أمثلاً يجب أن تكون كل المتراجحات أكبر من 0

$\Delta \geq 0$	$\Delta \geq 0$
1/3 Δ +5/3 ≥ 0	$\Delta \geq -5$
-1/6 Δ +2/3 ≥ 0	$\Delta \geq -4$ (0.5)



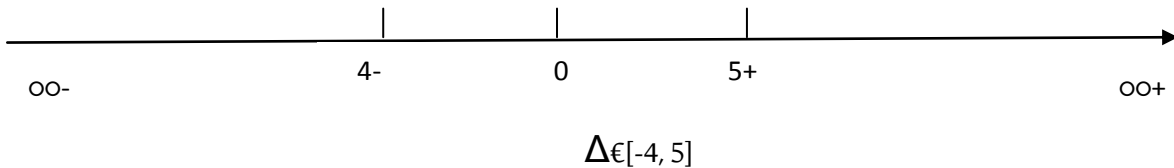
ومنه معامل (x₁) يتغير ضمن المجال [0+8, 4+8] أي أن ربح (X) يتغير من 12 إلى 8 ليسمح ببقاء الحل أمثلاً دون تأثير (0.25).

إيجاد مجال تغير المورد أ₁ و (S):

bi	S ₁	$\Delta(S_1)$	bi+ $\Delta(S_1)$
5/3	-1/3	-1/3 Δ	5/3-1/3 Δ (0.5)

لكي يكون الحل أمثلاً يجب أن تكون كل المتراجحات أكبر من 0

5/3-1/3 $\Delta \geq 0$	$\Delta < 5$
2/3+1/6 $\Delta \geq 0$	$\Delta \geq -4$ (0.5)



تتغير الطاقة المتاحة للقيود الأولة ضمن [55, 65] أي ضمن [-4+60, 5+60] لكي يبقى الحل أمثلاً دون تأثير (0.25).