المحور الرابع: اختبار الفرضيات:

حتى نفهم مبدأ اختبار الفرضيات سنستعرض مثالا:

إذا كان شخص ما يزعم أنه قادر على التنبؤ مسبقا بنتيجة رمي قطعة النقد ونريد التحقق من صحة قوله. فنقوم بإجراء التجربة عدة مرات ونسجل كم من مرة كان تنبؤ هذا الشخص صحيحا.

قمنا برمي قطعة النقد 16 مرة فاستطاع هذا الشخص أن يتنبأ 13 مرة بالنتيجة المحصل عليها.

السؤال المطروح هو: هل كون هذا الشخص استطاع التنبؤ بنتيجة رمي قطعة النقد 13 مرة من 16 يعني أنه قادر فعلا على التنبؤ بنتيجة هذه التجربة؟

هنا نحتاج إلى قاعدة احصائية للإجابة عن هذا السؤال، وهذه القاعدة تتمثل في اختبار الفرضيات. في حقيقة الأمر فإن الإجابة 13 مرة صحيحة من 16 رغم أنها نسبة نجاح كبيرة إلا أن هذا لا يعني بالضرورة أن هذا الشخص قادر على التنبؤ، لأن هناك عامل يجب أخذه بعين الاعتبار وهو الصدفة أو الحظ، فقد يكون هذا الشخص محظوظا فقط والنتيجة راجعة للصدفة.

فمبدأ اختبار الفرضيات يقوم على حساب احتمال أن تكون النتيجة راجعة للصدفة أو الحظ، فإذا كان الاحتمال كبيرا لا يمكن الجزم بصحة النتائج المحصل عليها، أما اذا كان احتمال أن تكون النتيجة راجعة للصدفة ضعيف جدا هنا يمكن القول أن النتائج المحصل عليها ذات دلالة احصائية.

في المثال السابق نحسب احتمال أن يصيب شخص سحب عشوائيا في التنبؤ بنتيجة رمي قطعة نقد 13 مرة من 16 أو أكثر **بالاعتماد فقط على الحظ**.

يمكن حساب هذا الاحتمال بالاعتماد على قانون التوزيع الثنائي فنجد أن:

$$P(x\geq 13) = P_{13} + P_{14} + P_{15} + P_{16} = 0.0106$$

هذا الاحتمال هو احتمال ضعيف جدا، أي أنه من الصعب جدا أن يصيب شخص ما في 13 مرة من 16 بالاعتماد فقط على الحظ. لكن هذا لا يكفي حيث يجب تحديد قاعدة لاتخاذ القرار، تمثل الحد الأقصى للخطأ (الاحتمال الأقصى) المسموح به. نضع احتمال 0.05 كقاعدة للقرار.

هذا يعني إذا كان الاحتمال أكبر من 0.05 (الحد الأقص المسموح به) فنعتبر أن النتائج المحصل عليها غير معبرة أو ليست ذات دلالة احصائية، والعكس صحيح إذا وجدنا أن الاحتمال أصغر من 0.05 فهذا يعني أن النتائج المحصل عليها ذات دلالة احصائية وليست ناتجة عن الصدفة.

بالرجوع إلى المثال السابق إذا اتخذنا 0.05 كقاعدة قرار وبما أن الاحتمال المحسوب هو 0.01 أقل من مستوى الدلالة فإننا نقبل فرضية أن هذا الشخص قادر على التنبؤ، ونقول أن النتائج المحصل عليها هي **ذات دلالة إحصائية.**

1. الفرضية الصفرية والفرضية البديلة:

الفرضية الصفرية هي فرضية احصائية تفترض أن النتيجة الملاحظة هي راجعة للصدفة أو الحظ ونرمز لها بالرمز H_0، في حين أن الفرضية البديلة هي عكس الفرضية الصفرية فهي تفترض أن النتيجة الملاحظة هي نتيجة حقيقية، ونرمز لها بالرمز H_1.

مثال: في المثال السابق نريد التحقق ما إذا كان الشخص قادرا على التنبؤ بنتيجة رمي قطعة نقد، تكون صياغة الفرضيات كما يلي:

H_1: الشخص يمكنه التنبؤ بنتيجة رمي قطعة النقد

H_0: الشخص لا يمكنه التنبؤ بنتيجة رمي قطعة النقد

ملاحظة: في اختبار الفرضيات دائما نختبر الفرضية الصفرية وليس البديلة، فرفض الفرضية الصفرية يعني بالضرورة قبول الفرضية البديلة والعكس صحيح.

2. مستوى المعنوية (الدلالة):

في اختبار الفرضيات فإن مستوى المعنوية يمثل المستوى الذي نقبل أو نرفض فيه الفرضية الصفرية. عادة ما يختار الاحصائيون مستوى معنوية 5%، أي 0.05.

حيث أن الفرضية الصفرية ترفض إذا كان الاحتمال أصغر من 0.05، أي $\alpha<0.05$، وتقبل الفرضية البديلة.

3. الخطأ من النوع الأول والخطأ من النوع الثاني:

الخطأ من النوع الأول: نقع في هذا الخطأ إذا رفضنا الفرضية الصفرية مع أنها في الواقع صحيحة. واحتمال الوقوع في هذا الخطأ يزيد كلما زادت قيمة مستوى المعنوية.

الخطأ من النوع الثاني: نقع في هذا الخطأ لما نقبل الفرضية الصفرية مع أنها خاطئة في الواقع.

4. الاختبار ثنائي الاتجاه والاختبار في اتجاه واحد:

نسمي اختبار أحادي الاتجاه الاختبارات التي تركز على جهة واحدة فقط، ففي المثال السابق حسبنا احتمال أن يتنبأ الشخص بـ 13 مرة أو أكثر، فهو اختبار في اتجاه واحد، يركز على جهة واحدة فقط، كأن نقول أن الاحصائية أكبر من قيمة معينة أو أصغر من قيمة معينة، في حين إذا كان الاختبار على جهتين أي أكبر وأصغر في نفس الوقت فنعتبر أن الاختبار هو اختبار في اتجاهين.

5. مراحل اختبار الفرضيات:

- صياغة الفرضيات: الفرضية الصفرية والفرضية البديلة، ويجب أن تكون الصياغة واضحة وأن تكون الفرضيتان متنافيتان بحث إذا قبلنا إحداهما نرفض الأخرى بالضرورة.
- تحديد قاعدة القرار: في هذه المرحلة نحدد القاعدة الاحصائية أو التحليل الإحصائي الذي سنعتمده للتحقق من الفرضية الصفرية ثم قبولها أو رفضها. وعادة ما يحدد الباحث في هذه المرحلة مستوى المعنوية α لاعتماده كقاعدة لرفض أو قبول الفرضية الصفرية، حيث α هنا تعبر لنا عن الاحتمال الذي يمكن عنده اهمال عامل الحظ أو الصدفة، ونرفض الفرضية الصفرية إذا كان الاحتمال المحسوب أصغر من α ونقبل الفرضية البديلة والعكس إذا كان الاحتمال المحسوب أكبر من α، وعادة ما يختار الاحصائيون مستويات معنوية: 0.05، 0.01 أو 0.1.
- حساب القيمة الجدولية للمتغير وهي القيمة المقابلة لمستوى المعنوية المختار، مثلا في حالة التوزيع الطبيعي فإن القيمة الجدولية لـ Z المقابلة لمستوى معنوية 0.05 هي 1.96، ونكتب:

$$Z_{tab} = 1.96$$

- نحسب القيمة الفعلية للمتغير انطلاقا من العينة المستعملة في الدراسة، ويمكن ايجادها كما يلي، في حالة استعمال التوزيع الطبيعي:

$$Z_{cal} = S - S_0 / \sigma_S$$

حيث:

S: هي قيمة الاحصائية المحسوبة من العينة

S_0: هي المعلمة التي افترضناها في الفرضية الصفرية

σ_S: تمثل الانحراف المعياري لتوزيع المعاينة للاحصائية محل الاختبار

- اتخاذ القرار بشأن الفرضيات: حيث إذا كنا أمام اختبار ثنائي الاتجاه نرفض الفرضية الصفرية إذا كان Z_{CAL} (القيمة الفعلية) بالقيمة المطلقة أكبر من Z_{tab} (القيمة الجدولية)، والعكس صحيح.

6. اختبار فرضية المتوسط باستعمال التوزيع الطبيعي:

مثال تطبيقي:

سحبنا عينة مكونة من 50 شخص فوجدنا أن متوسط الوزن هو 73 كغ. مع العلم أن الانحراف المعياري في المجتمع هو 10.

نريد اختبار فرضية أن متوسط الوزن في المجتمع لا يساوي 70 كغ، قم بصياغة الفرضيات ثم اختبر هذه الفرضية عند مستوى دلالة 0.05، انطلاقا من معطيات العينة السابقة.

الحل:

صياغة الفرضيات: H_0: $\bar{X} = 73$

H_1: $\bar{X} \neq 73$

$\sigma_m = 1.41$

بما أن الفرضية المراد اختبارها هي متوسط المجتمع لا يساوي 73، فإن الاختبار ثنائي الاتجاه، أي قد يكون أكبر أو أصغر.

$Z_{tab} = 1.96$ و $Z_{cal} = \frac{73-70}{1.41} = 2.12$

بما أن $Z_{cal} > Z_{tab}$ فإن الاحتمال أقل من 0.05 (مستوى الدلالة) وبالتالي نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة، أي أن متوسط وزن المجتمع لا يساوي 73 كغ.

ملاحظة: إذا كان الاختبار أحادي الاتجاه نتبع نفس الخطوات، حيث التغير الوحيد هو قيمة Z_{tab} الذي يجب حسابه، فهو قيمة z المقابلة للاحتمال $1-\alpha$.

فإذا كانت $\alpha=0.05$ مثلا، نجد أن $Z_{tab}= 1.64$ وهي قيمة المتغير الجدولية المقابلة للاحتمال 0.95.