احتكار القلة

تتحدد في :

- وجود عدد قليل من المنتجين ؛
- اعتماد الكميات والأسعار التي تحددها أي وحدة انتاجية لسلوكها بالتصرفات الفعل ورد الفعل للوحدات الانتاجية الأخرى ؛
- عدم وجود قاعدة ثابتة تحدد الطريقة التي يتصرف بها منتج معين اتجاه المنتجين الآخرين ؛
- تحديد وضع التوازن يتم على أساس فروض معينة خاصة بالأفعال وردود الأفعال من قبل الوحدات الانتاجية في السوق .

نموذج كورنو

- يفترض أن مؤسستين تقومان بانتاج سلع متجانسة وتغطيان كل السوق .
- يعمل كل من المحتكر على الحصول على الحد الأعظم من الربح ، وهذا بافتراض أن الكمية المنتجة من قبل المحتكر الثاني غير قابلة للتغير بالنسبة لقرار الكمية التي ينتجها هو نفسه.
- المحتكر الأول يسعى إلى الحصول على الحد الأعلى من الربح π_1 بالنسبة لـ q_1 معاملا q_2 ثابت
- والمحتكر الثاني يسعى إلى الحصول على الحد الأعلى من الربح π_2 بالنسبة لـ q_2 معاملا q_1 ثابت .

- تكون دالة الطلب محددة بالعلاقة التالية : $P = g(q_1, q_2)$ ... (1)

q_1 ، q_2 تمثلان الكميات المنتجة من كل مؤسسة

- تحدد دالة الايراد الكلي لكل مؤسسة بأخذ مخرجات هذا ومخرجات منافسيها

$$R_1 = P_1 q_1 \Rightarrow R_1 = g(q_1, q_2)\, q_1$$

$$R_2 = P_2 q_2 \Rightarrow R_2 = g(q_1, q_2)\, q_2$$

دالة الربح لكل مؤسسة تتحدد بالعلاقتين التاليتين :

$$\Pi_1 = R_1(x_1, x_2) - C_1(x_1) \quad \cdots (1)$$

$$\Pi_2 = R_2(x_1, x_2) - C_1(x_2) \quad \cdots (2)$$

الفرضية الأساسية للنموذج هي كل مؤسسة تختار مستوى الانتاج الذي يعظم ربحها مفترضة أن الطلب الموجه له هو الطلب الكلي للسوق غير المشبع من طرف منافستها

من (1) و (2) نجد :

$$\frac{\delta \Pi_1}{\delta x_1} = \frac{\delta R_1}{\delta x_1} - \frac{\delta C_1}{\delta x_1} = 0$$

$$\frac{\delta R_1}{\delta x_1} = \frac{\delta C_1}{\delta x_1} \quad \cdots\cdots A$$

$$\frac{\delta \Pi_2}{\delta x_2} = \frac{\delta R_2}{\delta x_2} - \frac{\delta C_2}{\delta x_2} = 0$$

$$\frac{\delta R_2}{\delta x_2} = \frac{\delta C_2}{\delta x_2} \quad \cdots\cdots B$$

يتضح من الشروط الأولى أن كل منتج يعادل بين إيراده الحدي وتكلفته الحدية

أما الشروط الثانية فتتضح بـ :

$$\frac{\delta^2 \Pi_1}{\delta x_1^2} = \frac{\delta^2 R_1}{\delta x_1^2} - \frac{\delta^2 C_1}{\delta x_1^2} < 0 \Rightarrow \frac{\delta^2 R_1}{\delta x_1^2} < \frac{\delta^2 C_1}{\delta x_1^2}$$

$$\frac{\delta^2 \Pi_2}{\delta x_2^2} = \frac{\delta^2 R_2}{\delta x_2^2} - \frac{\delta^2 C_2}{\delta x_2^2} < 0 \Rightarrow \frac{\delta^2 R_2}{\delta x_2^2} < \frac{\delta^2 C_2}{\delta x_2^2}$$

إذن كل منتج يجد انتاجه الحدي يتزايد بسرعة أقل من تكلفته الحدية

من العلاقة (A) يمكن أن نستخرج:

$$\frac{\delta \Pi_1}{\delta x_1} \cdot x_2 \Rightarrow x_1 = \phi x_2$$

دالة رد فعل المنتج 1

من العلاقة (B) يمكن أن نستخرج:

$$\frac{\delta \Pi_2}{\delta x_2} \cdot x_1 \Rightarrow x_2 = \phi x_1$$

دالة رد فعل المنتج 2

مثال:

إذا كانت دوال الطلب و التكلفة بالشكل التالي:

$$P = A - B(x_1 + x_2)$$

$$C_1 = a_1 x_1 + b_1 x_1^2$$

$$C_2 = a_2 x_2 + b_2 x_2^2$$

$$A, B > 0$$

$$a_i, b_i > 0$$

تحديد دوال رد الفعل:

$$\Pi_1 = R_1 - C_1$$

$$\Pi_1 = (A - B(x_1 + x_2))x_1 - a_1 x_1 - b_1 x_1^2$$

$$\Pi_1 = A x_1 - B x_1^2 - B x_1 x_2 - a_1 x_1 - b_1 x_1^2$$

$$\frac{\delta \Pi_1}{\delta x_1} = A - 2B x_1 - B x_2 - a_1 - 2 b_1 x_1 = 0$$

$$= A - 2(B + b_1) x_1 - B x_2 - a_1 = 0$$

$$2(B + b_1) x_1 = A - B x_2 - a_1$$

$$x_1 = \frac{A - B x_2 - a_1}{2(B + b_1)}$$

$$x_1 = \frac{A - a_1}{2(B + b_1)} - \frac{B}{2(B + b_1)} x_2$$

تحديد رد الفعل للمحتكر 2 :

$$\Pi_1 = R_2 - C_2$$

$$\Pi_2 = [A - B(x_1 + x_2)]x_2 - q_2 x_2 - b_2 x_2^2$$

$$\Pi_2 = (A - q_2)x_2 - (b_2 + B)x_2^2 - B x_1 x_2$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow (A - q_2) - 2(B + b_2)x_2 - B x_1 = 0$$

دوال رد الفعل للمحتكر 2

$$x_2 = \frac{A - q_2}{2(B + b_2)} - \frac{B}{2(B + b_2)} x_1$$

نموذج ستاكلبرغ :

التابع : يتقيد بدالة رد الفعل المعطاة بحيث يقوم بتعديل مستوى انتاجه للحصول على الحد الأقصى من الربح واضعا في تقديره كمية انتاج خصمه والتي تكون معروفة لديه والذي يعتبره كقائد له .

القائد : لا يتقيد بدالة رد الفعل وانما يفترض أن خصمه سوف يتصرف كتابع له وبذلك يحاول القائد الحصول على أقصى ربح واضعا في الاعتبار أنه يعرف تماما دالة رد فعل خصمه والذي يعتبره كتابع له

من هنا كل محتكر يقرر مستوى انتاجه الأمثل من وجهة النظر على أنه تابع أم قائد وينتج عن هذا القرار 4 حالات أو احتمالات للانتاج :

الاحتمال الأول : يرغب المحتكر 1 أن يكون هو القائد وأن يكون المحتكر 2 هو التابع

الاحتمال الثاني : يرغب المحتكر 2 أن يكون هو القائد والمحتكر 1 هو التابع

الاحتمال الثالث : الاثنان يرغبان أن يكونا التابع

الاحتمال الرابع : الاثنان يرغبا أن يكونا القائد

ويكون التوازن وفق الحالات الأربعة كما يلي :

المحتكر - 1 -

تابع	قائد	
توازن عند ستاكلبارغ	قائد	اختلال في التوازن حسب ستاكلبارغ
توازن كورنو	تابع	توازن عند ستاكلبارغ

المحتكر - 2 -

exo :

لتكن حالة الطلب والتكاليف كما يلي :

$$P = 120 - Q \quad / \quad Q = Q_1 + Q_2$$

$$CT_1 = 50 + 10 Q_1$$

$$CT_2 = 100 + 15 Q_2$$

1 - حدد دوال رد فعل الموسسين

2 - حدد توازن كورنو (السعر، الكمية، الأرباح) ومثله بيانيا

3 - حدد توازن ستاكلبارغ في حالة الموسسة 1 هي القائدة ومثلها بيانيا.

4 - حدد توازن ستاكلبارغ في حالة الموسسة 2 هي القائدة ومثلها بيانيا.

5 - حدد نقطة عدم التوازن لستاكلبارغ

الحل :

1 - دوال رد الفعل للموسستين :

$$\Pi_1 = RT_1 - CT_1 = PQ_1 - CT_1 = (120 - Q_1 - Q_2) Q_1 - 50 - 10 Q_1 = 110 Q_1 - Q_1^2 - Q_1 Q_2 - 50$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = 110 - 2Q_1 - Q_2 = 0 \Rightarrow Q_1 = \frac{110}{2} - \frac{1}{2} Q_2 \Rightarrow \boxed{Q_1 = 55 - \frac{1}{2} Q_2}$$

دالة رد فعل الموسسة 1

$$\Pi_2 = RT_2 - CT_2 = (120 - Q_1 - Q_2) Q_2 - 100 - 15 Q_2 = 105 Q_2 - Q_1 Q_2 - Q_2^2 - 100$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_2} = 105 - Q_1 - 2Q_2 = 0 \Rightarrow \boxed{Q_2 = \frac{105}{2} - \frac{1}{2} Q_1}$$

دالة رد فعل الموسسة 2

2- التوازن حسب كورنو

$$\begin{cases} q_1 = 55 - \frac{1}{2} q_2 \quad \cdots (1) \\ q_2 = \frac{105}{2} - \frac{1}{2} q_1 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

بتعويض (1) في (2) نجد:

$$q_2 = \frac{105}{2} - \frac{1}{2}\left(55 - \frac{1}{2} q_2\right)$$

$$q_2 = \frac{105}{2} - \frac{55}{2} + \frac{1}{4} q_2$$

$$\frac{3}{4} q_2 = \frac{50}{2} \Rightarrow \frac{3}{4} q_2 = 25$$

$$\Rightarrow q_2 = 25 \cdot \frac{4}{3}$$

$$q_2 = \frac{100}{3} = 33{,}33 \Rightarrow$$

~~$q_2 = 106{,}66$~~

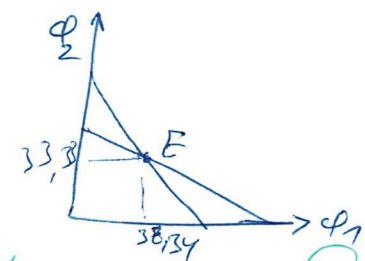
$$\boxed{q_2 = 33{,}33}$$

$$\boxed{q_1 = 38{,}34}$$

$$\Rightarrow \boxed{p = 48{,}33}$$

$$\boxed{\Pi_1 = 1419{,}41}$$

$$\boxed{\Pi_2 = 1011{,}22}$$



3- التوازن حسب ستاكالبارغ:

المؤسسة 1 تتصرف كقائد

في هذه الحالة تتعدد دالة رد فعل المؤسسة 2 السابقة

في دالة ربحها

أي نعوض q_2 في Π_1 فنجد:

$$\Pi_1 = -q_1^2 - q_1[53{,}5 - 0{,}5 q_1] + 110 q_1 - 50$$

$$\Pi_1 = -\frac{1}{2} q_1^2 + 57{,}5 q_1 - 50$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = -q_1 + 57{,}5 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{q_1 = 57{,}5} \Rightarrow \Pi_1 = 1603{,}13$$

$p = 38{,}75$ $\quad q_2 = 23{,}75 \Rightarrow \Pi_2 = 464{,}09$

4- توازن حسب ستاكالبارغ حيث المؤسسة 2 تتصرف كقائد:

في هذه الحالة نعوض بدالة رد فعل المؤسسة 1 في دالة ربح المؤسسة 2 فنجد:

$$\Pi_2 = -\frac{1}{2} q_2^2 + 50 q_2 - 100$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = -q_2 + 50 \Rightarrow q_2 = 50$$

$q_2 = 50 \Rightarrow \Pi_2 = 1150$

$q_1 = 30 \Rightarrow \Pi_1 = 850$

$p = 40$

5-

	p	q_1	q_2	Π_1	Π_2
كورنو	48,33	38,34	33,33	1419,41	1011,22
المؤسسة 1 قائد	38,75	57,5	23,75	1603,13	464,075
المؤسسة 2 قائد	40	30	50	850	1150
التواطؤ	52,5	75,5	50	937,5	-225

نموذج ستاكلبارغ في فضاء الأسعار

إذا افترضنا أن القائد في نموذج ستاكلبارغ يكتسب معلومات عن منافسته حول ما يعطيه استيراد في حدية استيجية وأيضا نعتبر أن العون التابع يحاول أن تقوم بتعديل أسعارها وفقا ما هو متفق من طرف القائد.

الفرضيات:

- القائد يعظم أرباحه مفترضا أن التابع له السعر الحدد من طرفه
- التابع يعظم أرباحه عند مستوى الأسعار المحدد من طرف القائد

تصرف التابع:

نكتب دالة الربح للتابع في حالة اعتبار أن السعر محدد من طرف القائد

$$\Pi_2 = P q_2 - CT_2 \Rightarrow \Pi_2 = P q_2 - C(q_2)$$

$$\Rightarrow \frac{\delta \Pi}{\delta q_2} = P - C'(q_2) = 0 \Rightarrow P = Cm_2$$

وعليه نستخرج دالة العرض التي تمثل عرض العون (2):

$$q_2(P) =$$

تصرف القائد:

تتحدد دالة ربحه بالعلاقة التالية:

$$\Pi_1 = P q_1 - CT_1 \Rightarrow \Pi_1 = P q_1 - C(q_1)$$

لدينا:

$$q(P) = q_1(P) + q_2(P)$$

$$q_1(P) = q(P) - q_2(P) \Rightarrow P(q_1) =$$

$$\Pi_1 = P(q_1)\, q_1 - C(q_2)$$

$$\frac{\delta \Pi}{\delta q_1} = \underbrace{P'(q_1)\, q_1 + P(q_1)}_{Rm_1 = Cm_1} - C'(q_2) = 0$$

مثال 1

إذا كانت دالة الطلب محددة بـ:

$$P = 100 - Q$$

ودوال التكاليف للقائد والتابع محددة على الترتيب:

$$C_1(Q_1) = Q_1^2$$

$$C_2(Q_2) = 4Q_2^2$$

أ. حدد دالة عرض الكوسة التابعة

ب. حدد الأسعار والكميات والأرباح المحققة من طرف الكوسة:

الحل:

$P = 100 - Q \Rightarrow Q = 100 - P$

1- تحديد دالة عرض الكوسة التابعة:

$$\Pi_2 = PQ_2 - C_2(Q_2)$$

$$\Pi_2 = PQ_2 - 4Q_2^2$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial Q_2} = P - 4Q_2 = 0$$

$$\Rightarrow P = 4Q_2$$

$$\Rightarrow \boxed{Q_2 = \frac{1}{4}P}$$

ب- تحديد الأسعار والكميات والأرباح المحققة من طرف الكوسة

طرف القائد:

$$Q(P) = Q_1(P) + Q_2(P)$$

$$100 - P = Q_1(P) + \frac{1}{4}P$$

$$Q_1(P) = 100 - P - \frac{1}{4}P$$

$$Q_1(P) = 100 - \frac{5}{4}P$$

$$\Rightarrow P = (-Q_1 + 100) \times \frac{4}{5}$$

$$\boxed{P = -\frac{4}{5}Q_1 + 80}$$

$$\Pi_1 = PQ_1 - C_1(Q_1)$$

$$\Pi_1 = \left(-\frac{4}{5}Q_1 + 80\right)Q_1 - Q_1^2$$

$$\Pi_1 = -\frac{9}{5}Q_1^2 + 80Q_1$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial Q_1} = -\frac{18}{5}Q + 80 = 0$$

$$Q_1 = \frac{80 \times 5}{18} = \frac{400}{18}$$

$$\boxed{Q_1 = 22,22}$$

بتعويض Q_1 نجد:

$$\boxed{P = 62,23}$$

بتعويض P نجد Q_2:

$$Q_2 = 15,55$$

$$\Pi_1 = 888,88$$

$$\Pi_2 = 483,97$$