

# 1

## المحاضرة

### مدخل للبرمجة الخطية

- 1- التطور التاريخي للبرمجة الخطية.
- 2- تعريف البرمجة الخطية.
- 3- استخدامات البرمجة الخطية.
- 4- شروط (متطلبات) البرمجة الخطية.

## تمهيد:

تعدُّ البرمجة الخطية أسلوب من أساليب بحوث العمليات، وقد استحدثت لمواجهة مشاكل محددة تحت ظروف وشروط معينة، إلا أن استخداماتها توسعت بفضل تطوير الوسائل المساعدة لتشمل مجالات متعددة، فأول استخدام للبرمجة الخطية كان في المجال العسكري، حيث ساعدتهم في توزيع الموارد المتاحة بين العمليات المختلفة، وبالشكل الذي أدى إلى زيادة فعالية العمليات، إلا أنها تطورت بعد ذلك حيث أصبح بالإمكان استخدامها في معظم مجالات اتخاذ القرارات سواء كان ذا طبيعة اقتصادية أو اجتماعية أو عسكرية، حيث انتقلت في كافة أنشطة المؤسسات كالتخطيط والمراقبة والإنتاج، والتسويق والدعاية، الإعلان واختيار الفرص الاستثمارية، وسياسات الشراء، والتخزين،... وغيرها.

**1- التطور التاريخي للبرمجة الخطية:** لقد طورت البرمجة الخطية على يد: " جورج دانتزغ-George Dantzig" في حين أن العالم الرياضي الفرنسي " جين بابتستي فورير-Jean Baptist Fourier" تنبه لمساهماتها المحتملة منذ سنة 1923، وفي سنة 1939 اهتم العالم الرياضي الروسي " كاتوروفتش-L.V.Katrovich" في استخدام الرياضيات لحل مشاكل التخطيط، ويمكن القول بأن الكثير من الأعمال المبتكرة والمتعلقة بالبرمجة الخطية قد تطورت وازدادت بسبب الحاجة التخطيطية للقوة الجوية الأمريكية، والتي أدركت المساهمات الهامة للبرمجة الخطية خلال الحرب العالمية الثانية، إضافة إلى ذلك فقد ساهم " كوبمانز-T.C.Koopmans" في التعريف بمساهمات نماذج البرمجة الخطية، وتوجيه اهتمامات الاقتصاديين ها (محمد و سليمان، 2008، الصفحات 75-76).

إن أول استخدام وتطبيق للبرمجة الخطية كان من قبل الاقتصادي "جورج ستجلر-" وذلك في بداية الأربعينات، وقد هدف من ذلك التطبيق إلى تحديد مكونات الغذاء اليومي (Diet) والتي ستزود الجسم بالحد الأدنى من احتياجاته من الفيتامينات والحديد والمواد الأخرى، وبأقل تكلفة ممكنة (محمد و سليمان، 2008، صفحة 76)، حيث صاغ آنذاك نموذج مشكلة برمجة خطية والذي لم يكن له وسيلة حل معروفة آنذاك وقد توصل جورج ومساعدته، وبالاعتماد على مبادئ الاقتصاد والتخمين الشخصي لمكونات الغذاء اليومي قريبة جداً من تلك التي يتم التوصل إليها باستخدام طريقة البرمجة الخطية كما وضعه " جورج دانتزغ-George Dantzig".

**2- تعريف البرمجة الخطية:** تعرف البرمجة الخطية على أنها: " إحدى الأساليب الكمية التي تستخدم للمساعدة في حل المشاكل، واتخاذ القرارات الإدارية، وسميت البرمجة الخطية بهذا الاسم لأنها تستخدم معادلة الخط المستقيم في بناء النموذج الرياضي الذي يتكون من معادلتين أو أكثر أو يساعد على تحديد بدائل الحلول الممكنة واختيار البدائل الأفضل من بينها" (محمود و عيسى، 2007، صفحة 34)، كما تعرف أيضاً على أنها: " طريقة رياضية فنية تهتم باستخدام أسلوب منطقي رياضي في تحليل المشاكل، حيث يمكن بواسطتها الحصول على قيمة جبرية مضبوطة تسمى: **دالة الهدف**، هذه الدالة يدخل في تركيبها متغيرات مستقلة (**متغيرات القرار**) تتحكم فيها مجموعة من الحدود أو القيود، فهذه الأخيرة تأخذ عدة أشكال تتعلق بالموارد المتاحة، أو بعناصر الإنتاج المختلفة هذا ما يخص المدخلات من المخرجات فتتعلق بحجم السوق أو الخدمة المطلوبة، وقد تتعلق بنوعية المستهلكين " (محمد ا.، 2005، صفحة 5).

إذن:

البرمجة الخطية هي تقنية رياضية تبحث عن حل وحلول لمشكلة اقتصادية سواء كانت إنتاجية، مالية مسألة نقل، تحليل المشاريع، مباريات... الخ، واختيار أفضل حل من بين الحلول الممكنة والذي يمثل الحل الأمثل، وهذه التقنية تستعمل خاصة من طرف المسيرين والمشرفين على المشاريع المختلفة لإيجاد **الطريقة المثلى لتخصيص موارد المؤسسة المحدودة** لاستخدامات مختلفة من أجل تحقيق هدف معين.

الطريقة المثلى: هي طريقة تمكن المؤسسة من الوصول إلى الهدف المطلوب مع الأخذ بعين الاعتبار التزاماتها الداخلية والخارجية، علاقتها مع المحيط، موقعها في السوق، ومكانتها الاقتصادية بصفة عامة.

وهذا يعني أن يتم صياغة دالة الهدف "Objective function" والتي تخضع لقيود ومحددات "constraints" على شكل معادلات أو متباينات تشكل الخطوط المستقيمة قوامها الرئيسي وبعد حل نظام المعادلات والمتباينات يتم تحديد بدائل الحلول الممكنة التي تحقق القيود المفروضة، وتحقق دالة الهدف في **آن واحد**، ويكون **الحل الأمثل** هو ذلك الحل البديل الذي يحقق دالة الهدف بدرجة أفضل من البدائل الأخرى.

وفي مسائل البرمجة الخطية تتضمن دالة الهدف في الغالب إحدى الغايتين إما **تعظيم الربح** "Profi Maximization" أو **تقليل التكلفة** "Cost Minimizaton" مما يؤدي في النهاية إلى كفاءة الإنتاج وتسعير المنتجات بأسعار منافسة.

**3- استخدامات البرمجة الخطية:** تتجلى استخدامات البرمجة الخطية في الواقع العملي ما يلي: (محمود و عيسى، 2007، صفحة 35):

- تحديد مستويات المخزون وجدولة الإنتاج بشكل مناسب؛  
- تحديد المحافظ الاستثمارية من الأسهم والسندات بشكل يعظم العائد على الاستثمار ويقلل من احتمالات الخسارة؛  
- زيادة كفاءة وفعالية الترويج عن طريق تحديد وسيلة الإعلان الأفضل التي تعظم العائد وتقلل التكلفة؛  
- تخفيض تكلفة النقل المصاحبة لتلبية حاجات العملاء عن طريق إمدادهم بالمواد المطلوبة من مخازن المؤسسة الأقرب لمواقعهم؛

- تحدي أفضل وجبة غذائية للإنسان التي تحقق شروط الحمية؛  
- تحديد أفضل وجبة غذائية لحيوانات المزارع تحتوي على المواد والعناصر الغذائية اللازمة وتكون تكلفتها أقل ما يمكن.

**4- شروط (متطلبات) البرمجة الخطية:** تشكل متطلبات أو فروض البرمجة الخطية من مجموعة من الخصائص والشروط التي يجب أن تتوفر في المشكلة حتى يمكن حلها بأسلوب البرمجة الخطية، ويمكن تلخيص هذه الخصائص كما يلي: (صلاح الدين و يوسف، 2000، الصفحات 15-19).

- وجود دالة هدف "Objective" محدد وواضح للقرار أو المشكلة يمكن التعبير عنه بأسلوب رياضي، ويسمى بعد أن يتم التعبير عنه **بدالة الهدف "Objective functio"**، وتستخدم بشكل رئيسي في القرارات التي تهدف إلى **تعظيم النتيجة "Maximization" أو إلى تقليلها "Minimization"**؛

- وجود قيود ملزمة بدالة الهدف تسمى المحددات "**Constraints**" بحيث تخضع هذه القيود بدائل الحلول بما فيها الحل الأمثل؛  
- يمكن التعبير عن دالة الهدف والقيود على المتغيرات بعلاقات خطية تتضمن التساوي، ومن المعروف أنَّ العلاقة الخطية تسمى معادلة إذا كان طرفها الأيمن والأيسر يرتبطان بإشارة تساوي (=)، أما المتراجحة فتربطها إشارة (أكبر من > أو أكبر أو يساوي ≥) أو إشارة (أصغر < أو أصغر من أو تساوي ≤)؛

- وجود عدة بدائل للقرار أو لحل المشكلة بحيث يستطيع متخذ القرار أن يقارن بينهما ثم يختار البديل الأمثل؛  
- قيم المتغيرات معروفة وغير قابلة للتغيير أثناء اتخاذ القرار، مثل عدد الوحدات المتوفرة من المادة الخام وقابلة للاستخدام في الإنتاج؛

- تخضع الإجابات لقواعد المنطق ومبادئ الرياضيات الآتية:

\* الإجابة الكسرية: وخاصة في عمليات الإنتاج كأن تكون قيمة ( $x_1=25.5$ ) وحدة وهذا ما يفسر على أنه هناك مواد تحت الصنع، ونصف مصنعة في أي لحظة، كما يمكن أن نفسر ذلك بالقول أن المواد الخام المتوفرة تكفي للإنتاج 25.5 وحدة من السلعة.

\* إمكانية الجمع: أي أن الربح المتحصل من المادتين يساوي مجموع ربح كل منهما، فإذا كان مقدار الربح المتحصل من بيع السلعة الأولى 50.000 دج، وكان مقدار الربح المتحصل من بيع السلعة الثانية 30000 دج فإن مقدار الربح المتحصل من مجموع السلعتين 80000 دج.

\* إمكانية القسمة: إن حل مشكلة البرمجة الخطية ليس بالضرورة أن يكون بأعداد صحيحة وهذا يعني قبول الكسور كقيم لعوامل القرار، وإذا كان من الصعب إنتاج أجزاء من المنتج فعند ذلك يلجأ إلى استخدام البرمجة الخطية أو الرقمية (محمد الفاتح، 2018، صفحة 44)؛

\* وجود قيد أو أكثر من القيود التي تترافق مع هدف المسألة فمثلاً هناك قيود تحد من الإنتاج من القوى العاملة والآلات؛

\* مناهج بديلة للعمل، إذا كان هناك أكثر من منتج، وليكن ثلاث منتجات فقد تستخدم الإدارة البرمجة الخطية لتقرر كيفية توزيع الموارد المحدودة على المنتجات المختلفة.

- الخاصية الخطية: يجب التعبير عن الأهداف والقيود في مسائل البرمجة الخطية ضمن المعادلات والمتراجحات الخطية من الدرجة الأولى وليس من الدرجة الثانية أو الثالثة فمثلاً المعادلة:  $2x+5y=10$ ، وهي معادلة خطية بينما المعادلة  $2x^2+5y^3+3xy=10$  لأن  $x$  و  $y$  مربعة ومكعبة.

ويشير التعبير الخطي إلى صفة النسبية والصفة الجمعية، فالنسبية تعني إذا كانت وحدة واحدة من الإنتاج تحتاج 3 ساعات عمل فإن إنتاج 10 وحدات يحتاج 30 ساء، أما الجمعية فنشرحها من خلال المثال التالي، فمثلاً إذا كان إنتاج وحدة واحدة يعطي ربح قدره 3 دج وإنتاج وحدة واحدة آخر يعطي ربح قدره 8 دج يكون لدينا الربح الكلي هو مجموع الربحين أي 11 دج؛

- شروط التأكد وتعني أننا متأكدين أن الأهداف والقيود معروفة لا تتغير خلال فترة الإنتاج، فإذا كنا ننتج كراسي مثلاً وأنتجت 4,5 كرسيًا خلال أسبوع هذا يعني أننا أنتجنا أربعة كراسي والكرسي الرابع قيد الإنتاج وقد أنهينا 50% من صنعه والباقي سيتم صنعه في الفترة الإنتاجية اللاحقة أي الأسبوع القادم.