Université Larbi ben m'hidi, Oum el Bouaghi

Faculté de SE et SNV **Département de MI**

Master 1 Mathématique **Option : Mathématiques Appliquées**

Module: Programmation Linéaire **Par: Dr. OUSSAEIF Taki Eddine**

SOLUTION DE SERIE TD 1

Solution d'Exercice 1 :

Si x_1 , x_2, x_3 représentent les nombres de pièces de type p_1, p_2, p_3 à fabriquer, le profit total est: $\max Z = 50\,x_1 + 80\,x_2 + 60\,x_3$

$$2\,x_1 + 4\,x_2 + 3\,x_3 \le 480$$

$$6\,x_1 + 12\,x_2 + 3\,x_3 \le 600$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0.$$

Solution d'Exercice 2 :

Soient x_1, x_2 et x_3 le nombre de m^3 à fabriquer respectivement du 1er , 2 nd et du 3 ième gaz.

$$\text{Min } Z = 100\,x_1 + 250\,x_2 + 200\,x_3$$

$$1700 \le 1000\,x_1 + 2000\,x_2 + 1500\,x_3 \le 2000$$

$$6\,x_1 + 2\,x_2 + 3\,x_3 \le 2.8$$

$$x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0$$

Solution d'Exercice3 :

Une plaque de 200 cm de largeur peut être découpée de cinq façons :

1. une plaque de 75 cm et deux plaques de 60 cm. Les déchets seront de 05 cm.
2. une plaque de 110 cm et une plaque de 75 cm. Les déchets seront de 15 cm.
3. une plaque de 110 cm et une plaque de 60 cm. Les déchets seront de 30 cm.

trois plaques de 60 cm. Les déchets seront de 20 cm.

deux plaques de 75 cm. Les déchets seront de 50 cm.

Soit x_i : le nombre de plaques à découper par la façon i, le problème s'écrit :

$$\text{Min } z = 5\,x_1 + 15\,x_2 + 30\,x_3 + 20\,x_4 + 50\,x_5$$

$$x_2 + x_3 \geq 30$$

$$x_1 + x_2 + x_5 \geq 40$$

$$2\,x_1 + x_3 + 3\,x_4 \geq 15.$$

$$x_1 \geq 0, \ldots, x_5 \geq 0.$$

Solution d'Exercice4 :

Soient x_1 le nombre de bureau A, x_2 le nombre de bureau B, x_3 le nombre de bureaux C, x_4 le nombre de bureau D à fabriquer.

$$\text{Max } z = 900\,x_1 + 1800\,x_2 + 1400\,x_3 + 450\,x_4$$

$$x_1 + 3\,x_2 + x_3 + x_4 \leq 4500$$

$$2\,x_1 + x_2 + 2\,x_3 + x_4 \leq 4000$$

$$x_2 + 4\,x_3 + x_4 \leq 3000$$

$$x_i \geq 0,\ i = 1, \ldots, 4.$$

Solution d'Exercice5 :

Soient x_{ij} : le nombre de tonnes de déchets à transporter de la ville i (i = 1, 2) à l'incinérateur j (j = 1, 2) et y_{jk} le nombre de tonnes de débris à transporter de l'incinérateur j au terrain-vague k (k = 1, 2) min $Z = 40\ (x_{11} + x_{21}) + 30\ (x_{12} + x_{22}) + 3\ (30\ x_{11} + 5\ x_{12} + 36\ x_{21} + 42\ x_{22} + 5\ y_{11} + 9\ y_{12} + 8\ y_{21} + 6\ y_{22})$

$$x_{11} + x_{12} = 500$$

$$x_{21} + x_{22} = 400$$

$$y_{11} + y_{12} = 0.2\ (x_{11} + x_{21})$$

$$y_{21} + y_{22} = 0.2\ (x_{12} + x_{22})$$

$$x_{11} + x_{21} \leq 500$$

$$x_{12} + x_{22} \leq 500$$

$$y_{11} + y_{21} \leq 200$$

$$y_{12} + y_{22} \leq 200$$

$$x_{ij} \geq 0,\ y_{jk} \geq 0\ (i, j, k = 1, 2)$$

Solution d'Exercice6 :

a. Voici les plus petites bornes supérieures possibles sur la valeur du flot sur chaque arc :
(A,B) : 20
(A,C) : 10
(A,D) : 20
(B,C) : 25
(B,D) : 30
(C,E) : 30
(D,E) : 30

b. <u>Variables</u>

x_{ij} = flot sur l'arc *(i,j)*

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } x_{ij} > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

<u>Objectif</u>

$$\min 2x_{AB} + 6x_{AC} + 5x_{AD} + 3x_{BC} + 5x_{BD} + 3x_{CE} + 4x_{DE}$$

$$+100(y_{AB} + y_{AC} + y_{AD} + y_{BC} + y_{BD} + y_{CE} + y_{DE})$$

<u>Contraintes</u>

$$
\begin{array}{rrrrrrrl}
+x_{AB} & +x_{AC} & +x_{AD} & & & & & =20 \\
-x_{AB} & & & +x_{BC} & +x_{BD} & & & =10 \\
& -x_{AC} & & -x_{BC} & & +x_{CE} & & =0 \\
& & -x_{AD} & & -x_{BD} & & +x_{DE} & =0 \\
& & & & & -x_{CE} & -x_{DE} & =-30
\end{array}
$$

$$x_{AB} \le 20 y_{AB}$$

$$x_{AC} \le 10 y_{AC}$$

$$x_{AD} \le 20 y_{AD}$$

$$x_{BC} \le 25 y_{BC}$$

$$x_{BD} \le 30 y_{BD}$$

$$x_{CE} \le 30 y_{CE}$$

$$x_{DE} \le 30 y_{DE}$$

$$x_{AB}, x_{AC}, x_{AD}, x_{BC}, x_{BD}, x_{CE}, x_{DE} \ge 0$$

$$y_{AB}, y_{AC}, y_{AD}, y_{BC}, y_{BD}, y_{CE}, y_{DE} \in \{0,1\}$$