

Ain EL BAIDA, le - Fev. 2021

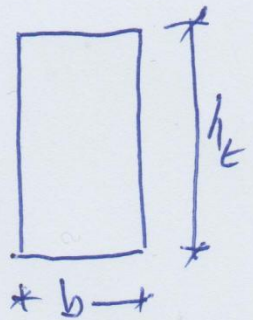
ETUDE D'UNE POUTRE EN BÉTON ARMÉ

ETAPES À SUIVRE :

1- PRÉDIMENSIONNEMENT DE LA POUTRE (h_t, b):

$$h_t \approx \left(\frac{1}{10(12)} \div \frac{1}{15(16)} \right) l_{\max}, \text{ longueur entre nus d'appuis.}$$

$$b \approx (0,3(0,2) \div 0,4(0,5)) h_t$$



2- CALCUL DES SOLLICITATIONS :

- APPLICATION DE LA MÉTHODE DES TROIS MOMENTS (RDM)

- COMBINAISON DES CHARGES (ELU)

3- DIAGRAMMES ENVELOPPES : MOMENTS & EFFORTS TRANCHANTS

4- DIMENSIONNEMENT (FERRAILLAGE)

On supposera : $d \approx 0,80$ à $0,85 h$
(pour poutres hautes)

et $d \approx 0,95 h$ (pour poutres très hautes)

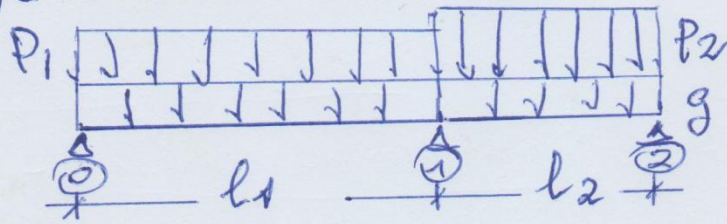
5- ARRÊT DES BARRES :

- 6- DESSIN D'EXECUTION :

EXEMPLE (NUMÉRIQUE):

POUTRE À DEUX TRAVÉES

P_1 et P_2 étant des surcharges.



Avec: $l_1 = 10\text{ m}$

$l_2 = 06\text{ m}$

$P_1 = 40\text{ kN/m}$

$P_2 = 70\text{ kN/m}$

$$1- \quad h_t = \left(\frac{1}{10} \div \frac{1}{15} \right) 1000 \text{ soit } h_t \approx 100\text{ cm}$$

$$\text{et } b = 0,35(100) = 35\text{ cm}$$

g = Poids propre de la poutre (pour ce calcul)

$$g = 1 \times 0,35 \times 25 \frac{\text{kN}}{\text{m}^3} = 8,75\text{ kN/m}$$

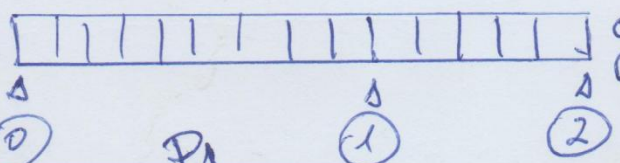
2- ETUDE DES CAS DE CHARGES:

Sections les plus sollicitées

- 2 en travées (0-1 et 1-2)

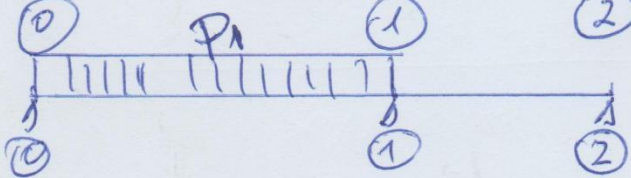
- 1 sur Appui (1).

Cas 1:



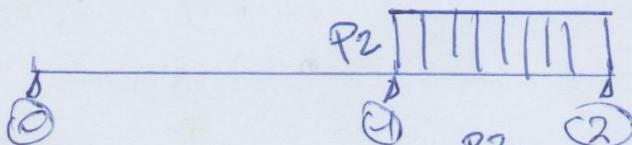
$$\rightarrow M_1^{(1)} = -83,13\text{ kN.m}$$

Cas 2:



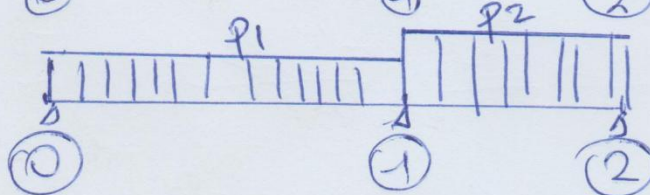
$$\rightarrow M_1^{(2)} = -312,5\text{ kN.m}$$

Cas 3:



$$\rightarrow M_1^{(3)} = -118,13\text{ kN.m}$$

Cas 4:



$$\rightarrow M_1^{(4)} = -430,63\text{ kN.m}$$

À L'ELU :

Combinaison: $1,35(G) + 1,5(Q)$

$$M_1^{(min)} = 1,35(-83,13) = -112,23 \text{ kN.m.}$$

$$M_1^{(max)} = 1,35(-83,13) + 1,5(-430,63) = -758,20 \text{ kN.m}$$

$$M_1^{(gauche)} = 1,35(83,13) + 1,5(-312,5) = -581 \text{ kN.m.}$$

correspondant au $m^{th} \text{ max}$ entravée 0-1

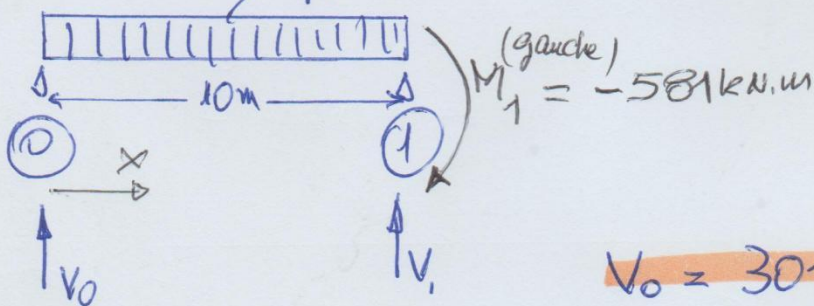
$$M_1^{(droite)} = 1,35(83,13) + 1,5(-118,13) = -289,42 \text{ kN.m.}$$

correspondant au $m^{th} \text{ max}$ en travée 1-2

— Détermination du MOMENT Max en TRAVÉE 0-1:

cas de charges ①+②:

$$q_1 = 1,35(8,75) + 1,5(40) = 71,81 \text{ kN/m}$$



$$V_0 = 301 \text{ kN}$$

$$\sum \text{Moments} / \text{①} = 0 \Rightarrow V_1 = 417,1 \text{ kN.}$$

$$\sum F = 0$$

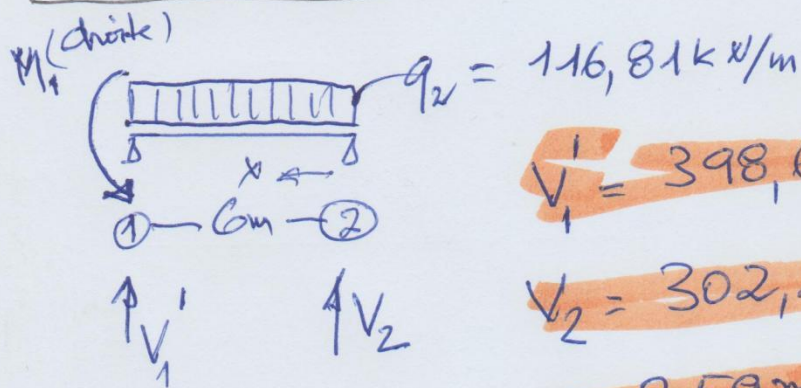
$$M_x = V_0 \cdot x - \frac{q_1 x^2}{2}$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow x = \frac{301}{71,81} = 4,19 \text{ m}$$

$$\Rightarrow M_{max}^{(0-1)} = 301 \times 4,19 - \frac{71,81 \times 4,19^2}{2} = 631 \text{ kN.m}$$

Détermination du Moment max en travée 1-2

Cas (1) + (3)



$$V_1' = 398,66 \text{ kN}$$

$$V_2 = 302,2 \text{ kN}$$

$$x = 2,59 \text{ m à partir de l'appui (2)}$$

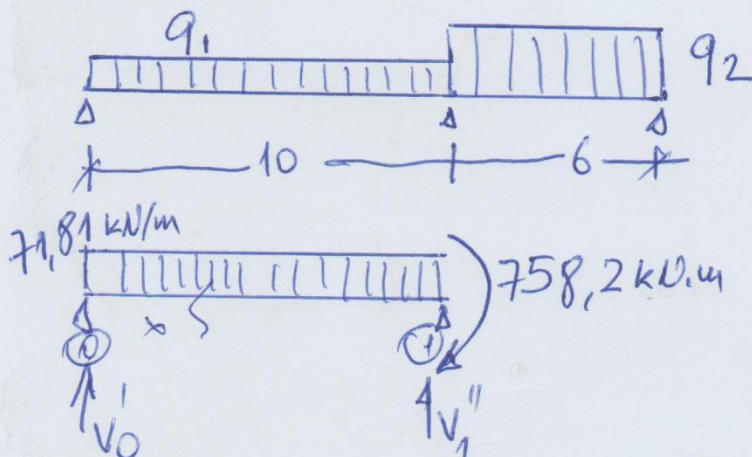
$$M_{1-2}^{\text{max}} = 391 \text{ kN.m}$$

DIGRAMMES ENVELOPPES:

$$M_x^{(0-1)} = 0 \Rightarrow x \left(301 - 71,81 \frac{x}{2} \right) = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ x = 8,38 \text{ m} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{à partir de l'appui (1)} \\ \text{(2)} \end{array}$$

$$M_x^{(1-2)} = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x = 5,17 \text{ m (de l'appui (2))}$$



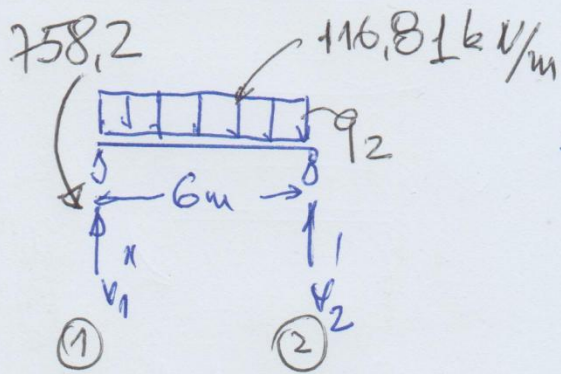
$$V_1'' = 434,87 \text{ kN}$$

$$V_0' = 283,23 \text{ kN}$$

$$M_x = 283,23 x - 71,81 \frac{x^2}{2}$$

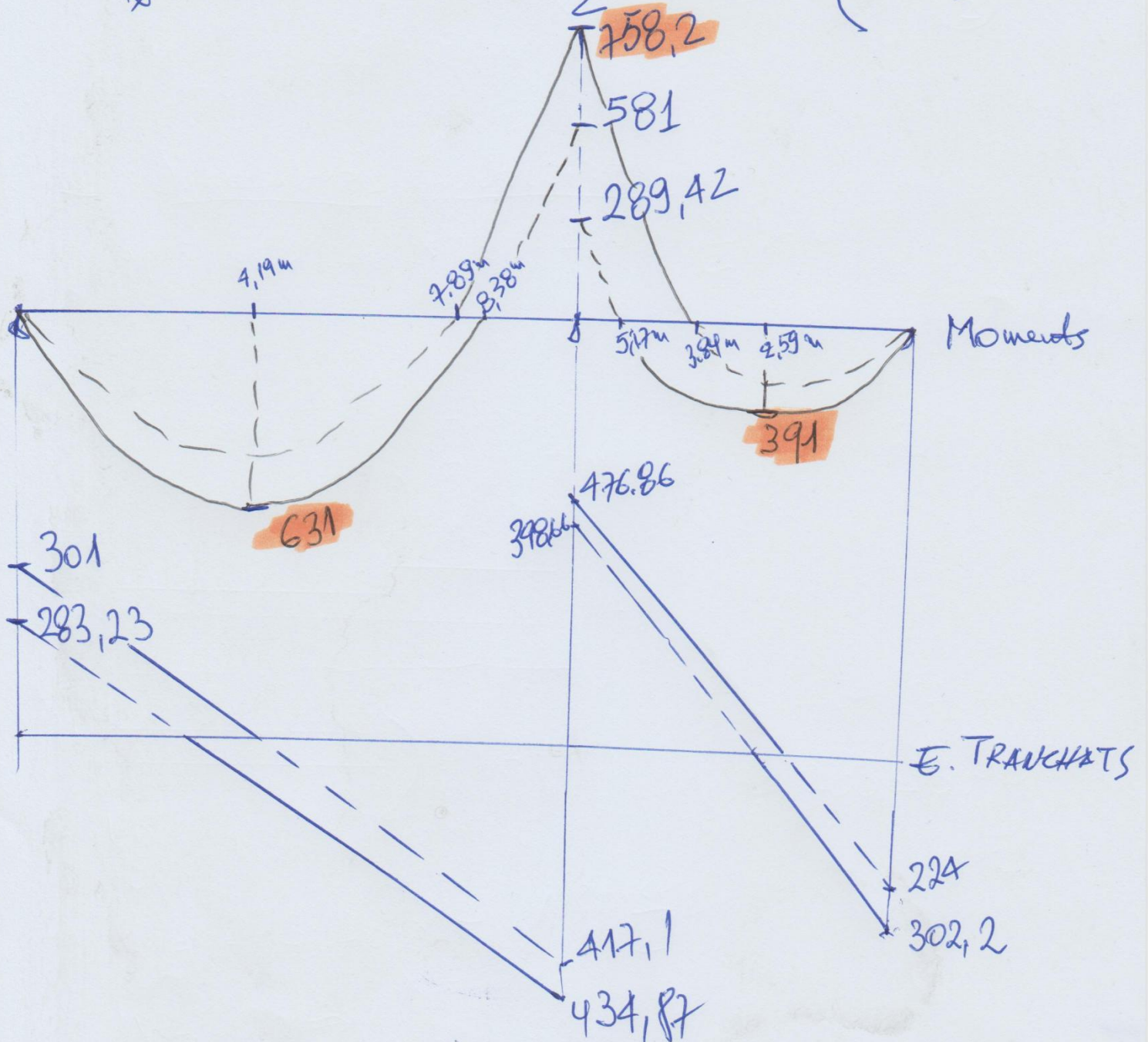
$$M_x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$x = 7,89 \text{ m de (0)}$$



$$\Rightarrow \begin{aligned} V_1' &= 476,86 \text{ kN} \\ V_2' &= 224 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$M_x = 224x - 116,81 \frac{x^2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=3,84 \text{ m} \end{cases}$$



Dimensionnement à l'ELU ($f_e = 400 \text{ MPa}$)

$d = 95 \text{ cm}$ (Au vu de la densité de ferraille attendue).

→ En TRAVÉE (0-1) :

$$M = 631 \text{ kN.m} \rightarrow A_u \approx 22 \text{ cm}^2$$

Soit ~~15 HA 14~~ $= 23,1 \text{ cm}^2$
(en TROIS NAPPES de 05 barres) chacune.

→ En Appui ① :

$$M = 758,2 \text{ kN.m} \rightarrow A_u \approx 27 \text{ cm}^2$$

Soit ~~9 HA 20~~ $= 28,27 \text{ cm}^2$
en deux nappes ($\begin{array}{c} \nearrow 5 \text{ barres} \\ \searrow 4 \end{array}$)

→ En TRAVÉE (1-2) :

$$M = 391 \text{ kN.m} \rightarrow A_u \approx 12,4 \text{ cm}^2$$

Soit ~~9 HA 14~~ $= 13,85 \text{ cm}^2$
en deux nappes ($\begin{array}{c} \nearrow 4 \text{ barres} \\ \searrow 5 \end{array}$)

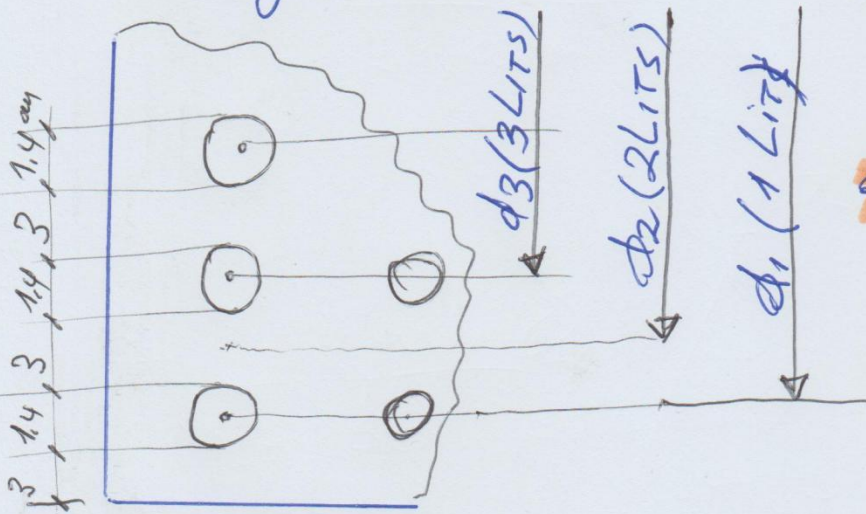
Les valeurs des sections d'armature ci-dessus sont calculées avec les moments maximaux, il est aberrant (illogique) de garder le même nombre de barre pour toute la travée.

C'est pour cela des arrêts de barres sont prévus.

- Calcul Des Moments Résistants Des Sections.

- Section 0-1 : 3 Lits de 05 #14 chacun.

$$c_g = 2,5 \text{ cm.}$$



$$d_1 = 100 - 3 - \frac{1,4}{2} = 96,3 \text{ cm}$$

$$d_2 = 100 - 3 - 1,4 - \frac{3}{2} = 94,1 \text{ cm}$$

$$d_3 = 100 - 3 - 1,4 - 3 - \frac{1,4}{2} = 91,9 \text{ cm}$$

+ Pour trois Lits : $A_s = 23,1 \text{ cm}^2$, $d_3 = 91,9 \text{ cm}$

$$M_{ru} = A_s \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \cdot z_i ; z_i \approx 0,9 d_i$$

$$M_{ru3} = (23,1) \cdot 10^{-4} \cdot \frac{400}{1,25} \cdot 0,9 \cdot 0,919 \text{ m} \cdot 10^3$$

$$M_{ru3} = 664,55 \text{ kN.m} > M_{a1}^{\text{max}} = 631 \text{ kN.m}$$

Ok

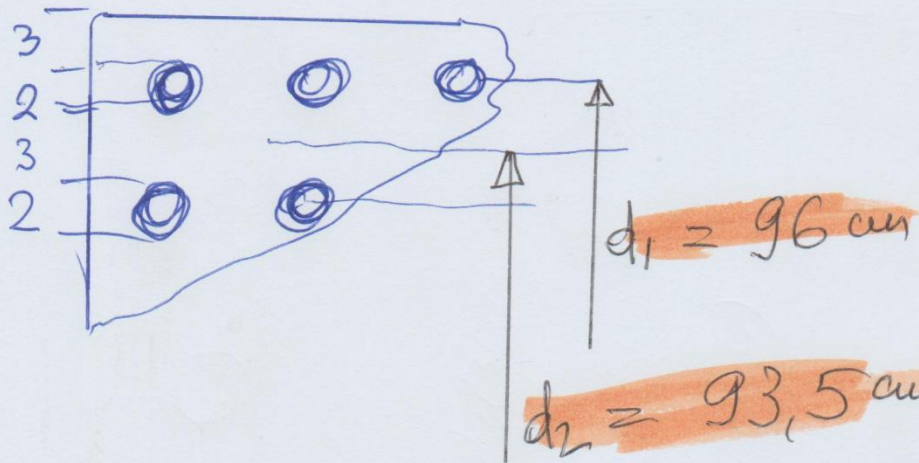
+ Pour deux lits : $A_s = 15,4 \text{ cm}^2$; $d_2 = 94,1 \text{ cm}$

$$M_{ru2} = 453,64 \text{ kN.m}$$

+ Pour un lit : $A_s = 7,7 \text{ cm}^2$; $d_1 = 96,3 \text{ cm}$

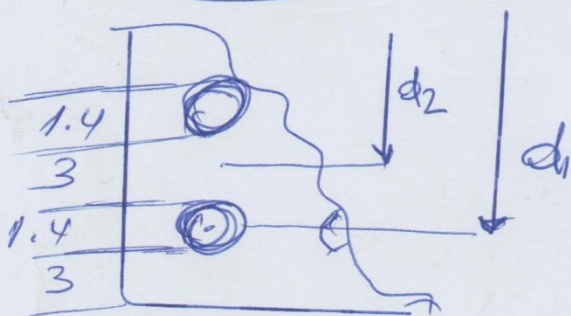
$$M_{ru1} = 232,12 \text{ kN.m}$$

- Section d'appui (1): $A = 9 \text{ HA } 20$



+ Pour deux lits: $M_{ru2} = 827,45 \text{ kN.m}$
 + " un lit: $M_{ru1} = 472 \text{ kN.m}$

- Section 1-2: $A = 9 \text{ HA } 14$



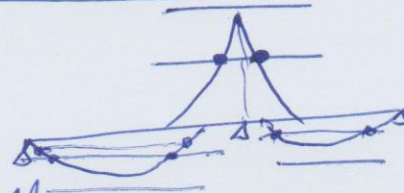
$d_1 = 96,3 \text{ cm}$

$d_2 = 94,1 \text{ cm}$

+ Pour deux lits: $M_{ru2} = 408 \text{ kN.m} > 391 \text{ OK}$
 $M_{ru1} = 232,12 \text{ kN.m}$

- Détermination des POINTS
d'Intersection. Mut - mut résistants :

+ TRAVÉE (0-1) (Inférieure)



$$(1) \quad x \left(301 - 71,81 \cdot \frac{x}{2} \right) = 232,12 \text{ kNm}$$

$$(2) \quad x \left(301 - 71,81 \cdot \frac{x}{2} \right) = 664,55 \text{ kNm.}$$

$$(1) \Rightarrow x \begin{cases} = 7,52 \text{ m} \\ = 0,86 \text{ m} \end{cases} \quad (2) \Rightarrow x = \begin{cases} 6,41 \text{ m} \\ 1,96 \text{ m.} \end{cases}$$

+ TRAVÉE (0-1) (Supérieure)

$$283,23x - 39,405x^2 = -472 \text{ kNm.}$$

$$\Rightarrow x \hat{=} 8,6 \text{ m (à partir de l'appui ①)}$$

+ TRAVÉE (1-2) sup.

$$224x - \frac{116,81}{2}x^2 = -472 \text{ kNm.}$$

$$\Rightarrow x \hat{=} 5,35 \text{ m (à partir de ②)}$$

+ TRAVÉE (1-2) Inf.

$$302,2x - \frac{116,81}{2}x^2 = 232,12 \text{ kNm.}$$

$$\Rightarrow x_2 = \begin{cases} 4,24 \text{ m} \\ 0,94 \text{ m} \end{cases} \text{ (de ②)}$$

JUSTIFICATIONS DE LA POUTRE À L'ÉGARD DE L'EFFORT TRANCHANT:

Rappel: Les poutres soumises à des efforts tranchants ont à étudier uniquement à l'ELU. Les justifications doivent porter sur:

- a- la contrainte tangente du béton;
- b- la contrainte d'entraînement des armatures tendues;
- c- le cisail des armatures transversales de l'âme;
- d- les zones d'appuis.

$$(a) \tau_u^{(max)} \leq \bar{\tau}_u ; \text{ ex: } \tau_u^{(max)} = \frac{477 \cdot 10^{-3}}{0,35 \times 0,96} = 1,42 \text{ MPa} \quad (\underline{OK})$$

$$(b) \tau_{se} = \frac{V_u}{0,9 d(l_e)} \leq \bar{\tau}_{se} = \psi_s f_{tj}$$
$$f_{tj} = 25 \text{ MPa} \Rightarrow f_{tj}' = 2,1 \text{ MPa} \rightarrow \bar{\tau}_{se} = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\text{ex: Appui } \odot: \tau_{se} = \frac{301 \cdot 10^{-3}}{0,9 \times 0,963 \times 5 \cdot \pi \cdot 0,014} = 1,58 \text{ MPa} \quad (\underline{OK})$$

de même pour les autres appuis.

(C) LES ARMATURES TRANSVERSALES

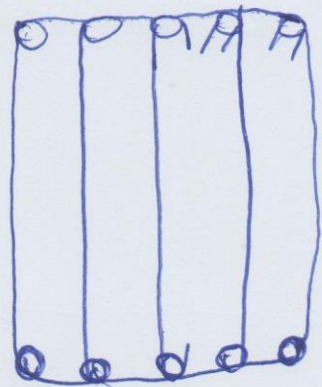
$$\phi_t \leq \frac{h}{35} ; \phi_t \leq \phi_e ; \phi_t \leq \frac{b}{10}$$

$$A_T (\text{cm}^2) : \frac{A_t}{b \cdot s_t} \geq \frac{\sum u - 0,3 \sum f_j}{0,8 f_e}$$

Exemple : $\tau_u = 0,9 \text{ MPa}$.

$$A_t = (2 \text{ cadres} + 1 \text{ épingle}) \phi_6$$

$$= 5 \phi_6 = 1,4 \text{ cm}^2$$



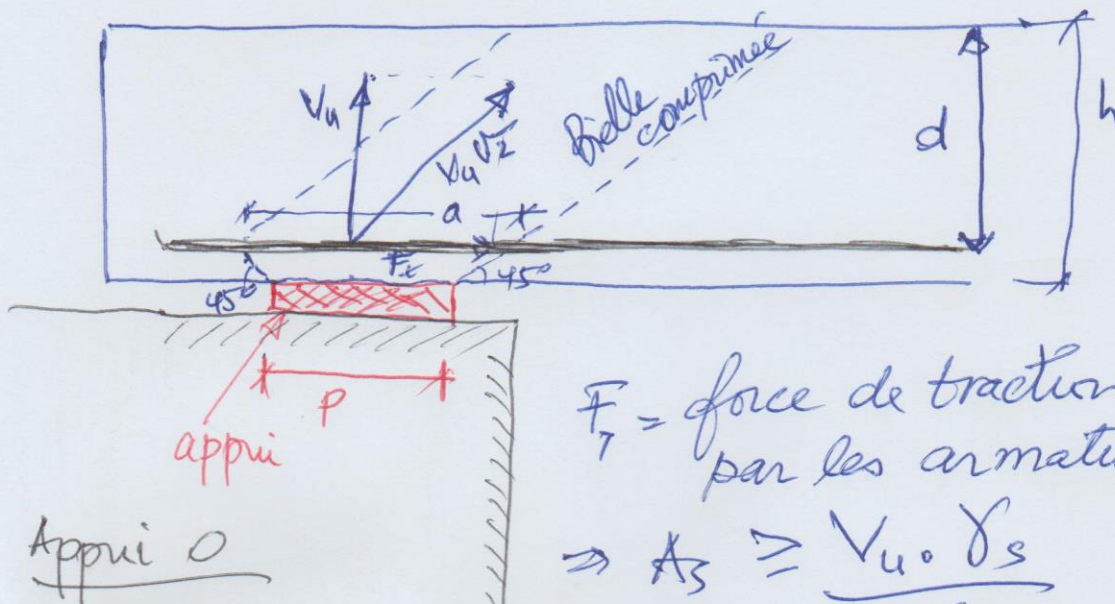
$$\Rightarrow s_t \leq 25,5 \text{ cm} \quad \text{soit } s_t = 25 \text{ cm. (Vérifications)} \\ \underline{\text{OK}}$$

Exemple 1 : $\tau_u = 1,42 \text{ MPa} ; s_t \leq 8,7 \text{ cm}$.
soit $s_t = 7 \text{ cm}$.

Pour faciliter l'exécution, on appliquera la règle de Caquot, qui consiste à prendre pour écartement des armatures transversales, dans le cas d'une poutre supportant une charge uniformément répartie, la suite des nombres: 7, 8, 9, 11, 13, 16, 20, 25, 30 et 40, (le premier étant à $s_t/2$)

et on répètera chacun des intervalles autant de fois qu'il y a de mètres dans la demi-portée (symétriquement)

④ Vérifications des zones d'appui :



F_7 = force de traction équilibrée par les armatures longitudinales

$$\Rightarrow A_s \geq \frac{V_u \cdot \gamma_s}{f_e}$$

$$A_s = 5\phi 14 = 7,69 \text{ cm}^2 \quad f_e$$

$$V_u = 301 \text{ kN}$$

$$f_e = 400 \text{ MPa}$$

$$\gamma_s = 1,15$$

$$\Rightarrow \frac{301 \cdot 10^3 \cdot 1,15}{400} = 8,65 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 8,65 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 7,69 \text{ cm}^2 < \frac{V_u \cdot \gamma_s}{f_e} \quad \left(\begin{array}{l} \text{on doit changer} \\ \text{le ferrailage} \\ \phi \text{ ou nb} \end{array} \right)$$

Pour l'appui intermédiaire (①) (existence d'un moment), la force $V_u \sqrt{2}$ aura toujours pour composante horizontale $V_u (F_t)$ à laquelle s'opposera la résultante des compressions (due au moment) (F_c').

$$F_c' = -M/z \quad \left| \quad \text{Si } F_c' > V_u \Rightarrow \text{l'acier ne sera soumis à aucun effort de traction.} \right.$$

Sinon, l'acier sera soumis à un effort de traction égal à : $V_u - F_c'$

- ANCERAGE - Adhérence :

$$l_s \approx 40 \phi = 40 \times 1.4 = 56 \text{ cm} \quad (\text{Scellement droit}).$$

Adoptons un ancrage courbe ($\theta = 120^\circ$)

Il faut que :

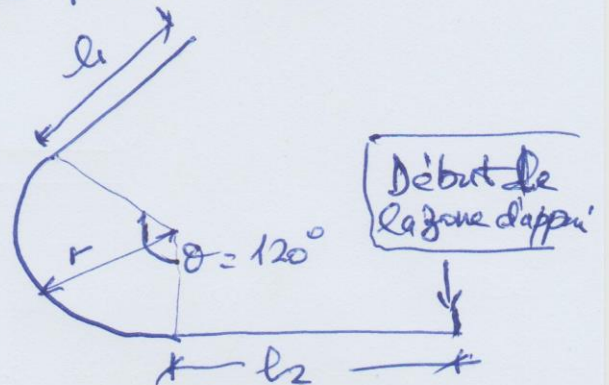
$$l_2 + 2,3 l_1 + 3,3 r \geq 56 \text{ cm}$$

pour un $\phi_{14} \Rightarrow r \geq 5\phi = 7 \text{ cm}.$

Prendons $l_1 = 10 \text{ cm}$

$$\Rightarrow l_2 \geq 56 - 23 - 3,3(7)$$

$$l_2 \geq 9,9 \text{ cm} \Rightarrow \text{On adopte } l_1 = l_2 = 10 \text{ cm}$$



- LARGEUR d'appui :

La poutre sera appuyée sur des plaques de néoprène de largeur régnant sur ~~sur~~ la largeur de la poutre.

$$b = 35 \text{ cm}.$$

Force de compression $F_c' = V_u \cdot \sqrt{2} \text{ sur } b \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}$

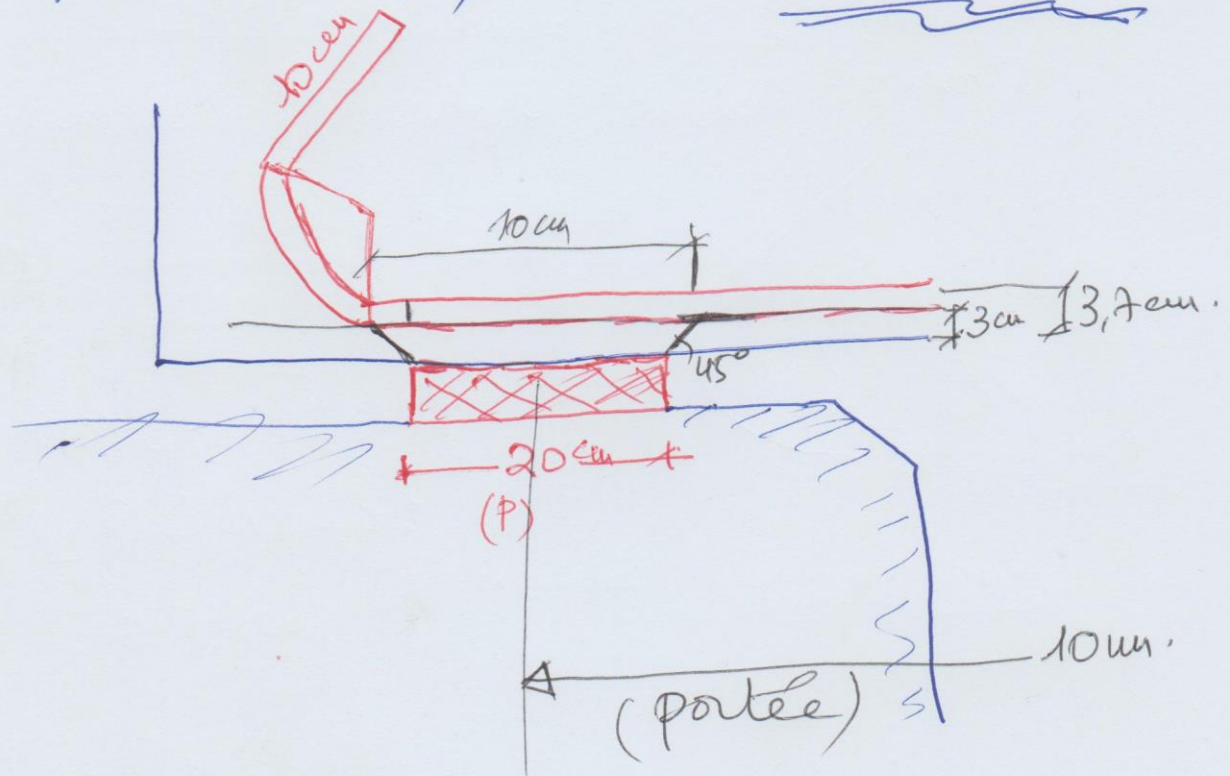
$$\Rightarrow \sigma_{bc} = \frac{2 V_u}{b \cdot a} \leq 0,8 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} \quad (0,8 \text{ pour tenir compte des flexions parasites})$$

Ainsi il faut que :

$$\frac{V_u}{b a} \leq 0,4 \frac{f_{cj}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{V_u \cdot \gamma_b}{b \cdot 0,4 \cdot f_{cj}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{302 \cdot 10^3 \cdot 1,5}{0,35 \cdot 25 \cdot 0,4} = 0,13 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \phi \geq 13 - 2(3,7) = 5,6 \text{ cm. Soit } \underline{\underline{20 \text{ cm}}}$$



Rappel:

- Armatures de "peau" (fissuration due au retrait, et différence de température) pour "h" élevée. (Voir BAEL, CBA93).
- Axes de (montage) construction, & ?