Université Larbi Ben M'hidi-Oum El Bouaghi

Département Mathématiques et Informatiques

Licence Informatique 3$^{\text{ième}}$ année

Spécialité : Systèmes informatiques SI **Module : Probabilités Statistique**

Série N°3 : Variables aléatoires discrètes

Exercice 01 :

I) Un sac contient 5 boules blanches, 4 boules noires et 3 boules rouges. On tire une boule. Soit X la v.a qui représente la boule blanche tirée.
Determiner $card(\Omega)$, le support de la v.a X et la loi de probabilité. Touver la fonction de répartition et calculer l'espérence et la variance de X.

II) **Tirage avec remise :** Un sac contient 5 boules blanches, 4 boules noires et 3 boules rouges. On tire au hasard deux boules avec remise. Soit Y la v.a qui représente le nombre de fois de boules blanches tirées. Determiner le support de la v.a Y et la loi de probabilité. Calculer l'espérence et la variance de Y.

III) **Tirage sans remise :**
Un sac contient 5 boules blanches, 4 boules noires et 3 boules rouges. On tire au hasard deux boules.Soit Z la v.a qui représente le nombre de fois de boules blanches tirées.
Determiner $card(\Omega)$, le support de la v.a Z et la loi de probabilité. Calculer l'espérence et la variance de Z.

Exercice 02 :
Une entreprise possède 50 ordinateurs. La probabilité qu'un ordinateur tombe en panne est de 0.01. On suppose que le fonctionnement d'un ordinateur est indépendant des autres. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre d'ordinateurs en panne.

1. Déterminer le support $\mathcal{S}(X)$ de la v.a.d X.
2. Quelle loi suit-elle la variable aléatoire X ? Déterminer ses paramètres.
3. Donner la loi de probabilité de X.
4. Que signifie $P(X = 3)$?, et calculer cette probabilité.
5. Calculer la probabilité que aucune ordinateur n'est en panne
6. Calculer $P(X \leq 3)$. Interpréter ce résultat.

7. Calculer $E(X)$ et $Var(X)$.

Exercice 03 ★ :

On lance trois fois de suit une pièce de monnaie. Trouver **l'espace probabilisé** associé, ainsi que **la loi de probabilité**, et **la fonction de répartition** de la v.a X, qui prend comme valeurs le nombre de Pile obtenus, dans les cas suivants :

i la pièce de monnaie est bonne, elle est bien équilibrée

ii la pièce de monnaie est telle que Pile est deux fois plus probable que Face.

Exercice 04 :

Dans un lot de 100 pièces fabriquées à l'aide d'une tour, 10 sont inutilisables. Pour contrôler la qualité, on extrait au hasard, 5 pièces du lot. Soit X la variable aléatoire qui prend comme valeur **le nombre** de pièces inutilisable parmi les 5 pièces examinées.

1. Donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X.
2. Donner la probabilité qu'on trouve au moins 3 pièces inutilisables. (Trouver d'abord la fonction de répartition)

Exercice 05 ★ :

On reprend l'exercice 11 série 01. On pose X la variable aléatoire qui prend comme valeur le nombre d'ampoules défectueuses parmi les 6 ampoules tirées. Déterminer le support de X, la v.a X suit quelle loi ?, donner la loi de probabilité de X. Refaire maintenant les questions de l'exercice 11 série 01.

Exercice 06 :

On suppose que le temps d'attente (en minutes) d'un métro suit une loi géométrique. Durant les heures de pointes du matin, le temps d'attente d'un métro par la ligne 1 est 5 minutes tandis qu'il est de 10 minutes pour la ligne 2.

1. Quel est le paramètre de la loi géométrique de la ligne numéro 1 ? de la ligne numéro 2 ?
2. Quelle est la probabilité d'attendre entre 5 et 15 minutes d'un métro de la ligne numéro 1 ? de la ligne numéro 2 ?
3. Même question pour un temps d'attente de plus de 15 minutes.

Exercice 07 : Une fabrique produit des tubes électroniques dont en moyenne 1% sont défectueux. Une personne achète 300 tubes.

1. Soit X le nombre de tubes défectueux parmi les tubes achetés par cette personne. Quelle est la loi de X ? Par quelle loi peut-on **l'approcher** ?
2. Si la fabrique garantit **ses tubes** à 97%. Déterminer la probabilité que cette personne, après avoir testé ses tubes, revienne à la fabrique pour faire marcher la garantie.

3. 1000 personnes achètent chacun 300 tubes à la fabrique. Quelle est la probabilité que parmi les 1000 personnes, au plus 3 personnes reviennent à la fabrique pour faire marcher la garantie ?.

Exercice 08 ★ :

Un article en stock fait l'objet d'une demande journalière X dont la loi de probabilité est donnée par : $P(X=0)=0.2,\quad P(X=1)=3k,\quad P(X=2)=0.2,\quad P(X=3)=0.25,\quad P(X=4)=2k$

1. Déterminer la v.a X et son support $X(\Omega)$. Puis trouver k.
2. Déterminer la fonction de répartition de la v.a X.
3. Trouver la probabilité qu'une demande dépasse 3.
4. Trouer la probabilité qu'une demande soit inférieur à 5 et supérieur ou égal 2.
5. Pour quelle valeur de x peut-on écrire $P(X \leq x) = 0.85$.
6. Pour quelle valeur de x peut-on écrire $P(X > x) = 0.55$.
7. Calculer l'espérance et la variance de X.