Travaux Dirigés

« Modélisation de problèmes de programmation linéaire»

Exercice 1

Un fabricant de meubles peut produire quatre modèles de bureaux. Chaque bureau est d'abord fabriqué dans l'atelier de menuiserie, puis envoyé à l'atelier de finition où il est poncé et verni.

Le nombre d'heures de travail mensuel requis dans chaque atelier est donné dans le tableau le suivant :

Ateliers \ *Modèles*	*Modèle1*	*Modèle2*	*Modèle3*	*Modèle4*
Menuiserie	4	9	7	10
Atelier de finition	1	1	3	40

Du fait des capacités de production limitées de l'usine, on ne peut effectuer plus de 1000 heures de travail manuel dans l'atelier de menuiserie et 900 dans l'atelier de finition au cours des 6 mois à venir.

La marge bénéficiaire provenant de chaque modèle de bureau est la suivante :

Modèle	1	2	3	4
Marge (DA)	4500	3000	6000	18000

Par hypothèse les matières premières et les fournitures sont disponibles en quantités suffisantes.

Le potentiel des ventes pour les modèles 1 et 3 excède la production maximale, mais il n'est que de 150 unités/mois pour le modèle 2 et de 120 unités /mois pour le modèle 4.

Le fabricant veut connaître le programme de production optimal, c'est-à-dire les quantités de chaque modèle qu'il doit fabriquer pour obtenir un bénéfice maximum.

Ecrire le modèle de programmation linéaire correspondant à ce problème.

Exercice 2

Une compagnie d'alimentation dispose de 2000 kg de café Africain, 3000kg de café brésilien et 500 kg de café colombien. En utilisant ces trois produits la compagnie procède à des mélanges pour obtenir deux types de café à commercialiser.

Le plan de production est représenté par le tableau suivant :

	Café type 1	*Café type 2*
Café Africain	0,6	0,4
Café Brésilien	0,3	0,4
Café Colombien	0,1	0,2

Le 1[er] type est vendu à 140 DA le kg et le 2[ème] à 170 DA le kg.

Ecrire le modèle de programmation linéaire correspondant à ce problème de manière à ce que la compagnie réalise un maximal de bénéfice.

Exercice 3

Une entreprise possède deux usines U_1 et U_2 ,l'usine U_1 dispose de 500 unités d' un certain produit et l'usine U_2 dispose de 300 unités du même produit .

L'entreprise a trois clients E_1, E_2 *et* E_3 dont la demande pour ce produit est de :

100 unités pour le client E_1

200 unités pour le client E_2

300 unités pour le client E_3

Les coûts unitaires de transport (en millier de DA) sont résumés dans le tableau suivant :

	E_1	E_2	E_3
U_1	20	10	30
U_2	30	20	20

On demande d'établir un programme linéaire pour un plan de distribution optimal.

Exercice 4

Un entrepreneur possède trois chantiers dans trois sites différents S_1, S_2 et S_3. Le besoin en ciment pour chaque site est de 48, 120 et 48 tonnes respectivement.

Cette marchandise est disponible chez un fournisseur qui possède trois dépôts D_1, D_2 et D_3 différents avec des stocks en quantités limitées 60, 72 et 84 tonnes respectivement pour chaque dépôt.

En connaissant les coûts unitaires de transport c_{ij} de chaque dépôt D_i $(i=1, 2, 3)$ vers chaque site S_j $(j=1, 2, 3)$ donnés dans le tableau ci-dessous :

	S_1	S_2	S_3
D_1	3	2	4
D_2	1	4	3
D_3	4	2	5

déterminer un réseau de distribution de la marchandise avec un moindre coût de transport.

Exercice 5

Une firme fabrique deux produits P_1 et P_2 à l'aide des matières premières M_1, M_2 et M_3. Le plan de production de l'usine est représenté par le tableau suivant :

	P_1	P_2
M_1	2	1
M_2	4	2
M_3	0	1

La direction de la firme dispose des matières premières M_1, M_2 et M_3 en quantités respectives 800, 700 et 300. Le profit dû à la fabrication d'une unité de P_1 est égal à 5, et celui d'une unité de P_2 à 6.

La tâche de la direction est de faire fonctionner cette usine de manière optimale, c'est-à-dire de rendre le profit maximum tout en respectant les contraintes sur les matières premières.

Ecrire le problème de maximisation du profit de cette firme sous la forme d'un programme linéaire.

Exercice 6

Transformer le problème de programmation linéaire suivant à la forme canonique :

$$\begin{cases} Z = Z(x_1, x_2) = 2x_1 - x_2 \to min \\ 2x_1 - 3x_2 = -2 \\ 4x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exercice 7

Reformuler sous forme canonique le problème de programmation linéaire suivant :

$$\begin{cases} Z = Z(x_1, x_2, x_3) = 7x_1 + x_2 \to max \\ x_1 + 2x_2 - x_3 \geq 1 \\ 3x_1 - 4x_2 + 2x_3 = 2 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \leq 0 \end{cases}$$

Exercice 8

Transformer les problèmes suivants à la forme canonique :

a. $$\begin{cases} Z = Z(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 - 2x_2 - x_4 \to min \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = -6 \\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_4 \leq 2 \\ x_1 \in R, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

b. $\begin{cases} Z = Z(x_1, x_2, x_3) = 4x_1 - x_2 + 3x_3 \rightarrow max \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$

Exercice 9

Ecrire le problème suivant sous forme canonique suivant les valeurs du paramètre $k, k \in \Re$:

$$\begin{cases} Z = Z(x_1, x_2) = 2x_1 - 3x_2 \rightarrow min \\ 2x_1 + x_2 \leq k \\ x_1 + 3x_2 = 4 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exercice 10

Ecrire sous forme matricielle le problème de programmation linéaire suivant :

$$\begin{cases} Z = Z(x_1, x_2, x_3) = 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \rightarrow max \\ 2x_1 + x_3 = 3 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ x_1 - x_3 = 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$