الفصل الأول

مفهوم بحـوث العمليات

البنـد 1.1

المقدمـة

تعتبر بحوث العمليات من العلوم التطبيقية الحديثـة التى أحرز تطبيقها نجاحا واسعا فى المجالات المدنيـة والعسكرية على السواء . لقد تشكل اول عنصر تنظيمى لبحوث العمليات خلال الحرب العالمية الثانية ، حيث ظهرت العديد من المعضلات التعبوية والسوقية لقوات الحلفاء وكان يصعب الحصول على حلول لتلك المعضلات من قبل جهة معينة ذات اختصاص واحد ولذلك قررت القيـادة العـامة لقـوات الحلفاء تشكيل أول مجموعة استشارية مختلطة تضم عدد من العلماء الاختصاصيين للتعاون وتقديم المشورة لقيـادة القـوات المسـلحة . ولقد سـميت هـذه المجموعـة الاستشارية بفريق بحوث العمليـات "Operational Research".

لقد دأبت لجنة بحوث العمليات منذ بداية تشكيلها على دراسـة الوضع العسكرى لقوات الحلفاء وتقديم الاساليب العلميـة لتحركات القوات المعادية ولانزال اقصى الضربات فيهـا . يعزى نجـاح لجنـة بحوث العمليـات الى اسباب عديدة منهـا ان المجنـة تضـم مختلف الاختصاصات ، الضغط الناجم من الحرب لايجاد الحلول بأقصر وقت ممكن . ومن المعضلات التى قامت لجنة بحوث العمليات بدراستها .

انظمة الرادار ، الاسلحة المضادة للطائرات ، الحجم الأمثل للنقل الجوى ، اكتشاف الغواصات المعادية .

وفي اوائل عام 1941 اتسعت رقعة تطبيق بحوث العمليات لتشمل جميع قوات الحلفاء وذلك بسبب النجاح الذى احرزه تطبيق بحوث العمليات في القوات البريطانية .

تطورت بحوث العمليات في الولايات المتحدة الامريكية في فترة زمنية متاخرة عن فترة تطورها في بريطانيا اذ بذلت جهودا متميزة في تطوير اساليب فنية رياضية متقدمة لتحليل المعضلات العسكرية وقد اطلق على بحوث العمليات اسم(١) Operations Research .

وبعد انتهاء الحرب العالمية الثانية عاد معظم العلماء الاختصاصيين في لجان بحوث العمليات الى الحياة المدنية محاولين تطبيق بحوث العمليات لمعضلات مدنية مشابهة وقامت بتدريسها الجامعات واستفادت من تطبيقاتها شركات صناعية كثيرة . ومن اوائل تطبيقات بحوث العمليات كانت في المؤسسات الكبيرة ذات الارباح العالية ، حيث اخذت الشركات النفطية بتطبيق اسلوب البرمجة الخطية في تخطيط الانتاج وبأوسع المستويات ، كما استفادت من تطبيقات بحوث العمليات مصانع البتروكيمياويات اضافة الى المجالات التى تتطلب اتخاذ قرارات تستند الى اسس علمية .

من العوامل المهمة التى ساعدت اختصاصي بحوث العمليات في حل المعضلات المعقدة تطور الحاسبات الالكترونية حيث ساعد تطور الحاسبات الالكترونية الباحثين في تنفيذ التحليلات والدراسات المطلوبة بسرعة فائقة .

البند 1.2

تعريف بحوث العمليات

لقد وضعت عدة تعاريف لبحوث العمليات ومن ابرز هذه التعاريف

---

(١) راجع المصدر (6) في نهاية الفصل .

التعريف الذى اعتمدته جمعية بحوث العمليات البريطانية حيث عرّفت بحوث العمليات بأنها :

« استخدام الأساليب العلمية لحل المعضلات المعقدة في ادارة انظمة كبيرة من القوى العاملة ، المعدات ، المواد الاولية والاموال في المصانع والمؤسسات الحكومية وفي القوات المسلحة » .

أما جمعية بحوث العمليات الأمريكية فقد اعتمدت التعريف التالى :

« ترتبط بحوث العمليات باتخاذ القرارات العلمية حول كيفية تصميم وعمل انظمة المعدات ـ القوى العاملة وفقا لشروط تتطلب تخصيصا في الموارد النادرة » .

تساهم بحوث العمليات في تقييم بدائل العمل المتاحة كما حيث يتم انتخاب البديل الأفضل للمنظومة ككل . ان محور اهتمام بحوث العمليات هو وجود معضلة تتطلب اتخاذ قرارا وتزداد الحاجة الى بحوث العمليات كلما ازدادت درجة تعقيد المعضلة .

البند 1.3

المراحل الأساسية في بحوث العمليات

ان اول مرحلة في بحوث العمليات هي وضع نموذج او صيغة للمعضلة قيد البحث حيث يعرف النموذج بأنه عملية تمثيل لمكونات المعضلة والعوامل المؤثرة والظروف المحيطة بالمعضلة وكيفية الربط بينها .

تتخذ بحوث العمليات مفهوم النموذج لوصف منظومة معينة ثم يصار الى تنفيذ النموذج للحصول على افضل طريقة لعمل المنظومة . يتم فهم

طبيعة بحوث العمليات في معالجة المعضلات كما في الترتيب الآتي(1) :

1 - صياغة المعضلة قيد البحث

2 - عمل نموذج للمعضلة

3 - ايجاد حل للنموذج

4 - اختبار النموذج والحل الناتج عن استخدام النموذج

5 - وضع رقابة على الحل

6 - تطبيق الحل

نوضح هذه الخطوات كما يلى :

اولا ـ صياغة المعضلة

تتطلب صياغة المعضلة ادراكا واسعا بالمعضلة وما يحيط بها من عوامل ومؤثرات مختلفة . ومن اجل صياغة المعضلة يجب تحديد ما يلى :

أ ـ الأهداف

ب ـ البدائل

ج ـ القيود

الاهداف :

تختلف طبيعة المعضلات في الحياة العملية اختلافا واسعا وقلما تتشابه معضلتان في مؤسستين مختلفتين ولذلك فان الالمام الواسع بالاهداف المطلوبة امر ضرورى . وقد يكون الهدف المطلوب زيادة

---

(1) راجع كتاب :

(1) Churchman, C.W, R.L. Ackoff and E.L.ARNOFF "Introduction to Operations Research" John wily & sons, Inc. Newyork 1957

الانتاج في مصنع ما ، زيادة تحصينات قوة معينة ضد قوة خارجية او تقليل التكاليف او تعظيم الارباح .

البدائـــل :

في حالة دراسة معضلة معينة فان هناك عدة طرق للعمل وان معيار التقيم لطرق العمل المختلفة سيكون اعلى مقياس للكفاءة حيث يمكن قياس الكفاءة بالربح أو الكلفة او عدد الوحدات او الوقت ... الخ . ويستخدم مقياس الكفاءة فى تقييم بدائل العمل الممكنة .

القيـــود :

لكل معضلة محددات كالأموال ، والمعدات ، والمواد الأوليـة ، والوقت ، والقوى العاملة ... الخ ولهذا فان الحل المقبول يجب أن يتعايش مع القيود التى فرضتها الموارد المتيسرة .

ثانيا ـ عمل نموذج المعضلة :

ان عمل نموذج هو عبارة عن عملية تمثيل لمكونات المعضلة والعوامل المؤثرة والظروف المحيطة واسلوب الربط بينها حيث ان تمثيل المعضلة على صيغة او شكل نموذج يساعد في فهمها ولذلك فان عملية وضع نموذج هى وسيلة فعالة للتوصل الى قرار سليم .

توجد عدة نماذج ومن اهم هذه النماذج :

أ ـ النموذج الرياضي
ب ـ النموذج الفيزيائى
ح ـ النموذج التنظيمى

النموذج الرياضى :

النموذج الرياضى عبـــارة عن مجموعة من المعادلات التى تصف منظومة معينة ويتكون النموذج الرياضى من نوعين من المعادلات :

آ ـ دالة الهـدف

ب ـ القيـــود

حيث تكون معادلات دالة الهـدف والقيود دالتين لنوعـين من المتغيرات احدهما يسمى المتغير المسيطر علية (وهو الـذى يمكن السيطرة على نتائجه) ويتطلب الأمر ايجاد قيماً لهذا المتغير ، اما المتغير الآخر غير المسيطر عليه (وهو المتغير الذى لايمكن السيطرة على نتائجه) .

النموذج الفيزيائى :

هو نموذج يحاكي الأصـل الـذى يمثله وهو نسخة مصغرة او مكبرة من المواصفـات الأساسية لذلـك الشىء . فالكرة مثلا نموذج مصغر لشكل الكرة الأرضية ، او النماذج التوضيحية لشكل الجزىء او الذرة هى نماذج مكبرة ... الخ .

النموج التنظيمى

عبارة عن مخطط يوضح العلاقات المتداخلة بين مختلف الأعمال في مصنع ، او شركة ما . يتم التركيز في هذا الكتاب على النموذج الرياضي .

ثالثا ـ ايجاد حل للنموذج

بعد صياغة المعضلة على شكل نموذج رياضى فان المرحلة التالية هى محاولة الحصول على حل للمعضلة من النموذج الممثل لها حيث **يعرف الحل انه مجموعة قيم المتغيرات المسيطر عليها والتى تؤدى الى فعالية افضل للنظام وفقا للظروف والقيود الموضوعة على المعضلة .** فى بعض الاحيان لايمكـن الحصول على الحل بالطرق الرياضية الحتمية وهي الطرق التي يستحصل منها الحل تحت ظروف مؤكدة وفي مثل هذه الحالات يستخرج الحل بالطرق الاحتمالية او بطرق المحاكاة .

رابعا ـ اختبار النموذج والحل المستخرج منه :

يتضح مما سبق ان اي نموذج يعتبر تمثيلا للواقع ويمكن اختبار قدرة النموذج من خلال امكانيتـــه في ابراز تاثير التغيير في النظام . ومما تجدر الاشارة اليه هنا ان وضع حل للنموذج لا يعني بالضرورة وضع حل للمعضلة . يختبر النموذج باستخدام بيانات تاريخية (وذلك باستعادة احداث ماضية واختبارها) وقد يتطلب الامر تحوير النموذج واعادة اختباره الى أن تزول بعض النواقص الموجودة .

خامسا ـ وضع رقابة على الحل :

بعد ان يتم قبول النموذج والحل الناجم عنه فان الامر يتطلب وضع رقابة على الحل وهذه الرقابة يجب ان تكون على هيئة معينة بحيث يتم اكتشاف أى خطأ واضح ضمن الظروف والتحديدات المحيطة بالنموذج فاذا تغيرت الظروف المحيطة بالمعضلة بصورة لا تسمح للنموذج بتمثيل المنظومة فان النموذج يصبح باطل المفعول .

سادسا ـ تطبيق الحل :

ان تطبيق الحل ببساطة تنفيذه وترجمته الى أســاليب عمــل ومراقبته عن كثب وتقديمه الى الجهات المختصة بشكل واضح .

البرمجة الخطية Linear Programming

المبند 2.1

المقدمة

تحتل البرمجة الخطيـــة في الوقت الحاضر مركزا مرموقا في مجالات بحوث العمليات ولها تطبيقات واسعة وقد تم تطوير الاساليب الفنية المستخدمة في حل معضلات البرمجة الخطية بعد الحرب العالمية الثانية وبوجه التحـــديد في سنة 1947 حيث قام العـــالم E Dantzing بتطوير طريقـة رياضيـة ذات كفـاءة عاليـة وهى طريقة السمبلكس Simplex method والتي سيتم شرحها بشيء من التفصيل فيما بعد . تكمن اهمية البرمجة الخطية في كونها وسيلة لدراسة سلوك عدد كبير من الانظمة وكذلك فان البرمجة الخطية ابسط واسهل أنواع النماذج التي يمكن انشاؤها لمعالجة معضلات البرمجة الصناعية والحكومية الكبرى .

تعرف البرمجة الخطية بانها مجموعة اســـاليب فنية يمكن بواسطتها الحصول على المقدار الجبري الامثل (اقصى أو ادنى) ويدعى ذلك بالهدف وتتحكم فيه قيود خطية .

ان اهم مرحلة في البرمجة الخطيـــة هي مرحلة انشاء نموذج البرمجة الخطية وهذه المرحلة تعتبر مرحلة عملية اكثر مما تكون فنية

الاســـــــــئلة

1 - لماذا تعتبر بحوث العمليات من البحوث التطبيقية .

2 - وضح بالتفصيل ما يعنيه التعريف الذى اعتمدته جمعية بحوث العمليات البريطانية .

3 - هل بامكانك اعطاء بعض التطبيقات العسكريـــة الاولى لبحوث العمليات .

4 - اذا طلب منك القيام بدراسة معضلة فما هى الخطوات التى تتبعها لوصف تلك المعضلة .

5 - هناك نماذك اخرى لم تذكر في الكتاب هل يمكنك ذكر تـــلك النماذج ؟

ونوضح مرحلة انشاء نموذج البرمجة الخطية وذلك باعتبـــار الامثلة الآتية حيث يمكن تتبع العمليات المطلوبة بسهولة .

البند 2.2 امثلة تطبيقية

مثال 2.2-1

تفترض وجود ممول معين يقوم بانتاج نوعين من اللوالب هما نوع A ونوع B حيث تتيسر امام ادارة المعمل 40 ساعة عمل فقط . ان عمليـــة انتـــاج لولب واحد تتطلب المرور بماكنتين هما : مخرطة اوتوماتيكية (ماكنـــة 1) وآلة تحزيز (ماكنـــة 2) . الوقت المطلوب لانتاج وحدة واحدة من كـل نوع (بالساعات) مبين ادناه في الجدول 2.2-1

نوع اللولب	ماكنة 1	ماكنة 2
A	0.6	0.2
B	0.3	0.4

الجـدول 2.2-1

وان الربح المتحقق من هذا الانتاج كما يلي :ـ

كل وحدة من نوع A تربح 10 فلسا

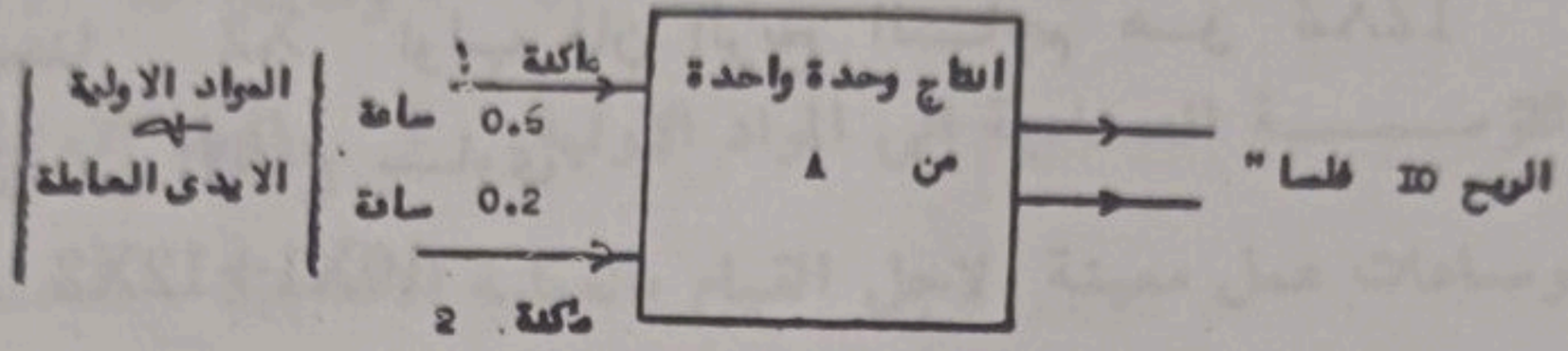
كل وحدة من نوع B تربح 12 فلسا

ان عامل الوقت هو العامل المهم في هذه الحالة حيث تتيسر 40 ساعة عمل اسبوعيا . نفترض توفر المواد الاولية والايدي العاملة . ما هي عدد اللوالب التي يجب انتاجها لأجـل أن تكـون الارباح اكبر ما يمكن ؟

الحـل :

يتطلب الامر انتاج عدد من اللوالب من النوعين B , A خلال 40 ساعة عمل من أجل أن نحصل على اقصى الارباح .

نفرض ان عدد اللوالب التي سيتم انتاجها من النوع A هي لولب. X1
نفرض ان عدد اللوالب التي سيتم انتاجها من النوع B هي X2 لولب.
لصناعة وحدة واحدة من لوالب النوع A نحتاج 0.6 ساعة في الماكنة 1 والى 0.2 ساعة في الماكنة 2 , كما يوضح ذلك الشـــكل 1-2.2



الشكل 1-2.2

اذا افترضنا ان عدد اللوالب المتوقع انتاجها من النوع A هي X1 لولب فان عدد الساعات المستغرقة في الماكنة 1 تساوي 0.6X1 .

واذا افترضنا ان عدد اللوالب المتوقع انتاجها من النوع B هي X2 لولب فان عدد الساعات المستغرقة في الماكنة 1 هي 0.3X2 .

عدد الساعات المستغرقة في الماكنة 1 هي مجموع الســـاعات للنوعين B , A ، اى ان مجموع الساعات المستغرقة

$$0.6X1+0.3X2$$

يجب ان لا يزيد على عدد الساعات المقررة لذلك وهي 40 ساعة اى ان

$$0.6X1+0.3X2 \leq 40$$

وبنفس الطريقة يمكن وضع القيد للماكنة الثانية للحصول على المتباينة التالية :ـ

$$0.2X1+0.4X2 \leq 40$$

تهدف البرمجة الخطية الى تعظيم المنفعة وخاصة اذا كانت طبيعتها تتعلق بالاموال فمثلا في هذا المثال يتم وضع برنامج على اساس دالة الهدف التي تجعل الارباح الناجمة عن استخدام الماكنتين اعلى ما يمكن . بعبارة أخرى كل اولب مصنوع من النوع A ذو ربح 10 فلوس فاذا انتجنا X1 لولب فان الربح الناجم هو 10X1 وبنفس الطريقة كل لولب مصنوع من النوع B ذو ربح 12 فلسا فاذا انتجنا X2 لولب فان الربح الناجم هو 12X2 الربح الاجمالى من الانتاج يساوى

$$10X1+12X2$$

ولنفرض ان

$$Z = 10X1+12X2$$

ان الهدف هو جعل Z اكبر ما يمكن ، تعظيم (maximise , اختصارا max)

$$\max\ Z = 10X1+12X2$$

وفقا الى المحددات الموضوعة على المعضلة والتي تسمى بالقيود

$$0.6X1+0.3X2 \leq 40$$

$$0.2X1+0.4X2 \leq 40$$

في حالات الانتاج فان عدد الوحدات المنتجة تكون دائما اكبر من صفر واذا افترضنا عدم جدوى الانتاج فان عدد الوحدات المنتجة تكون صفرا ولضمان ذلك نشترط ان تكون قيم $X1 \geq 0$, $X2 \geq 0$.

وهكذا فان مشكلة البرمجة الخطية ستكون بالشكل التالي :ـ

$$\max\ Z=10X1+12X2$$

وفقا الى القيود الآتية :

$$0.6X1+0.3X2 \leq 40$$

$$0.2X1+0.4X2 \leq 40$$

$$X1 \geq 0$$

$$X2 \geq 0$$

يطلق على الصيغة اعلاه بالبرمجة الخطية حيث يمكن ايجاد الحل لهذه المعضلة بيانيـــا اذا كان عدد المتغيرات لا يتجاوز ثلاثة متغيرات او بالطرق الجبرية كما سنوضح ذلك فيما بعد .

مثال 2.2-2

تنتج مؤسسة صناعية اربعة انواع من المكائن التي نطلق عليهـــا ماكنة A ، ماكنة B ، ماكنة C ، وماكنة D . تحتاج المؤسســـة الصناعية الى المواد الاولية I والمواد الاولية II وساعات عمل معينة لاجل القيام بالعملية الانتاجية . الجدول ادناه يمثـــل المواد الاولية وساعات العمل المطلوبة .

نوع الماكنة / المتطلبات	A	B	C	D	
مواد اولية 1	18	24	20	16	(طن)
مواد اولية II	8	12	21	18	(طن)
ساعات عمل	6	4	7	5	(ساعة)

يتوفر في مركز المؤسسة الصناعية 800 طن من المواد الاولية I , 400 طن من المواد الاولية II , 150 ساعة عمل في كل اسبوع .

تكلفة الطن الواحد من المواد الاولية I 2 دينار

تكلفة الطن الواحد من المواد الاولية II 4 دينار

تكلفة ساعة العمل الواحدة 1 دينار

تباع المكائن في السوق كما يلي :ـ

نوع المكنة	سعر البيع
A	120 دينار١
B	116 دينار١
C	136 دينار١
D	150 دينار١

المطلوب : صياغة المشكلة على شكل برمجة خطية .

الحل :

نفرض ان

X1 : عبارة عن عدد المكائن المقترح انتاجها من النوع A

X2 : عبارة عن عدد المكائن المقترح انتاجها من النوع B

X3 : عبارة عن عدد المكائن المقترح انتاجها من النوع C

X4 : عبارة عن عدد المكائن المقترح انتاجها من النوع D

ستكون قيود المشكلة الخطية كما يلي :ـ

1 - قيد المواد الاولية I

$$18X1+24X2+20X3+16X4 \leq 800$$ القيد الاول

2 - قيد المواد الاولية II

$$8X1+12X2+21X3+18X4 \leq 400$$ القيد الثاني

3 - قيد ساعات العمل

$$6X1 + 4X2 + 7X3 + 5X4 \leq 150$$ القيد الثالث

قبل ان نحدد دالة الهدف يجب ان نحدد ارباح كل ماكنة .

بالنسبة للماكنة A

تبـــــاع لماكنة A بسعر 120 دينار/لكل وحدة واحدة

كلفة المواد الاولية 1	2×18
كلفة المواد الاولية II	4× 8
كلفة ساعات العمل	1×16

او بعبـــــــارة اخرى

ربح الماكنة الواحدة من نوع A = 120 − 36 − 32 − 6

= 46

بالنسبة للماكنة B = 16 دينارا لكل ماكنة

بالنسبة للماكنة C = 5 دينارا لكل ماكنة

بالنسبة للماكنة D = 41 دينارا لكل ماكنة

نفرض ان Z يمثل دالة الهدف

اذن نحاول ان نجعل Z اكبر ما يمكن

$$Z = 46X1+16X2+5X3+41X4$$

ان مشكلة البرمجة الخطية ستكون كما يلي :ـ

$$\text{Maximise } Z = 46X1+16X2+5X3+41X4$$

وفقا الى القيود التالية :ـ

$$18X1+24X2+20X3+16X4 \leq 800$$

$$8X1+12X2+21X3+18X4 \leq 400$$

$$6X1+4X2+7X3+5X4 \leq 150$$

$$X1 \geq 0$$

$$X2 \geq 0$$

$$X3 \geq 0$$

$$X4 \geq 0$$