

## العمليات على الأشعة

### تمثيل الشعاع.

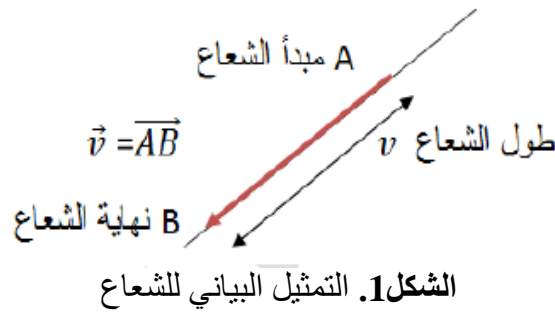
يمثل الشعاع بقطعة مستقيمة موجهة بسهم (الشكل 1) للشعاع أربعة خصائص

**الحامل:** هو المستقيم الذي يحمل الشعاع

**الإتجاه:** يمثل بسهم يبين اتجاه الشعاع

**الشدة:** تمثل قيمة المقدار المقاس للشعاع و هندسيا تمثل طول الشعاع

**نقطة التأثير:** تمثل نقطة بداية للشعاع



### ملاحظة

عندما تكون لدينا نقطتان A و B حيث إحداثياتهما  $x_B$  و  $y_B$  ثم  $x_A$  و  $y_A$ . فإن إحداثيات الشعاع  $\overline{AB}$

$$\overline{AB} = \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{cases} \text{ تعطي بالعلاقة التالي هي}$$

عندما تكون لدينا نقطتان A و B حيث إحداثياتهما  $(x_A, y_A, z_A)$  و  $(x_B, y_B, z_B)$  :

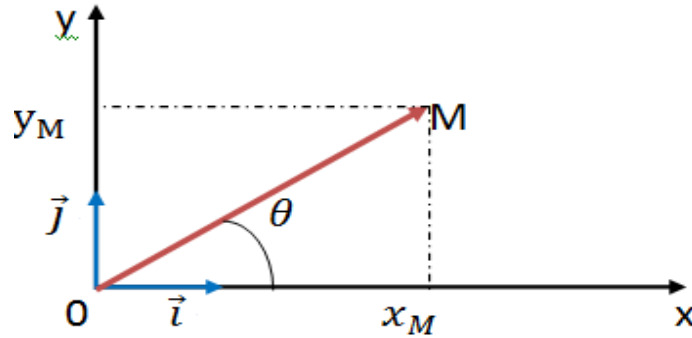
$$\overline{AB} = \begin{cases} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{cases} \text{ مركبات الشعاع } \overline{AB}$$

طويلة هذا الشعاع هي

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

تمثيل شعاع في المستوي (o.x.y)

لتكن النقطة M معرفة في معلم (o.x,y) المزود بالقاعدة المتعامدة و المتجانسة  $(\vec{i}, \vec{j})$  حيث الشعاع يعطى بالعلاقة التالية



الشكل 2. يمثل مركبات شعاع في مستوي

طويلة الشعاع  $\vec{a}$  يعطى بالعلاقة التالية

$$OM = \sqrt{(x_M)^2 + (y_M)^2}$$

ميل هذا الشعاع  $\overline{OM}$  بالنسبة ل  $ox$  تعطى بالعلاقة التالية

$$\tan(\theta) = \frac{x}{y}$$

مركبات هذا الشعاع  $x$  و  $y$  لهما علاقة بطويلة  $OM$  الشعاع والزاوية  $\theta$  حيث

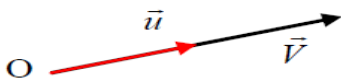
$$\begin{cases} x = OM \cos(\theta) \\ y = OM \sin(\theta) \end{cases}$$

### شعاع الوحدة. « Vecteur Unitaire »

كل شعاع يكتب على شكل طويلة هذا الشعاع في شعاع وحدته:

$$\vec{V} = \|\vec{V}\| \cdot \vec{u}$$

الشعاع  $\vec{u}$  موازي للشعاع  $\vec{V}$  و طويلته تساوي الواحد :  $\|\vec{u}\| = 1$



مثال الشكل 2.

$$\begin{cases} \overline{OM}_x = OM \cos \theta \vec{i} \\ \overline{OM}_y = OM \sin \theta \vec{j} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \overline{OM} = OM \cos \theta \vec{i} + OM \sin \theta \vec{j} \\ \overline{OM} = OM (\cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}) \\ \overline{OM} = OM \vec{u} \end{cases}$$

من هنا نستنتج :  $\vec{u} = \cos \theta \vec{i} + \sin \theta \vec{j}$

حيث  $\vec{u}$  هو شعاع الوحدة للشعاع  $\overline{OM}$ .

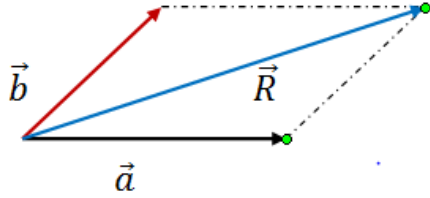
**جمع شعاعين :****(أ)- الطريقة الهندسية :**

جمع الشعاعين  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  هو الشعاع  $\vec{C}$  حيث :  $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$

نتحصل على الشعاع  $\vec{C}$  بتطبيق قاعدة توازي الأضلاع.

**(ب)- الطريقة التحليلية :**

تعطي عبارتي الشعاعين  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  كما يلي :



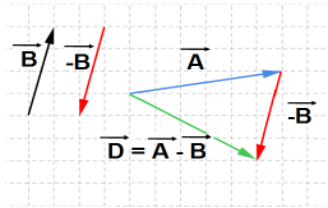
$$\begin{cases} \vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} \\ \vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} \end{cases}, \quad \vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

$$\vec{C} = (A_x + B_x) \vec{i} + (A_y + B_y) \vec{j}$$

**طرح شعاعين :****(أ)- الطريقة الهندسية :**

هندسيا يمثل الشعاع  $\vec{D}$  الطرح بين الشعاعين  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  حيث:  $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$  إن طرح الشعاع  $\vec{B}$

من الشعاع  $\vec{A}$  هو نفسه جمع الشعاعين  $\vec{A}$  و  $-\vec{B}$

**(ب)- الطريقة التحليلية :**

تعطي مركبة الشعاعين  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  في معلم ثنائي الأبعاد بما يلي :

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} \\ \vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} \end{cases}$$

فإن الشعاع  $\vec{D}$  يكتب على الشكل  $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$

$$\vec{D} = (A_x - B_x) \vec{i} + (A_y - B_y) \vec{j}$$

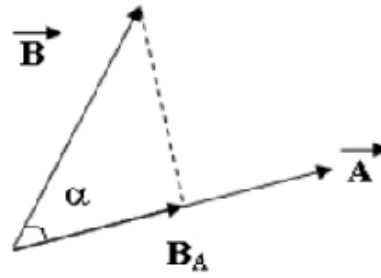
الطرح في الأشعة عملية ليست تبديلية أي أن :  $\vec{A} - \vec{B} \neq \vec{B} - \vec{A}$

**الجداء السلمي**

نعرف الجداء السلمي بين الشعاعين  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  بالمقدار السلمي

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \cos \alpha$$

$\alpha(\vec{A}, \vec{B})$  : الزاوية بين الشعاعين



العبارة التحليلية للجداء السلمي.

$\vec{A}$  و  $\vec{B}$  شعاعان معرفان في القاعدة  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  حيث:

$$\begin{cases} \vec{A} = A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k} \\ \vec{B} = B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k} \end{cases} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = (A_x \vec{i} + A_y \vec{j} + A_z \vec{k}) \cdot (B_x \vec{i} + B_y \vec{j} + B_z \vec{k})$$

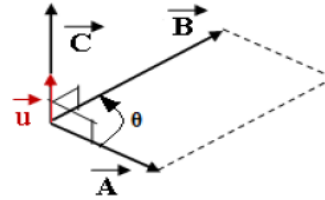
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

$$\text{حيث: } \vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{j} \cdot \vec{k} = \vec{k} \cdot \vec{i} = 0$$

الجداء الشعاعي.

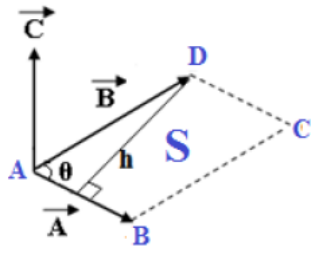
الجداء الشعاعي  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  هو الشعاع  $\vec{C}$  حيث:



$$\vec{A} \wedge \vec{B} = \vec{C}$$

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = \|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\| \cdot \sin \theta \vec{u}$$

حيث  $\vec{u}$  شعاع وحدة و يكون عمودي على  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  في نفس الوقت.



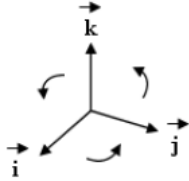
الشكل الهندسي للجداء الشعاعي :

$$\|\vec{A} \wedge \vec{B}\| = \|\vec{A}\| \cdot \underbrace{\|\vec{B}\| \cdot \sin\theta}_h$$

$$\|\vec{A} \wedge \vec{B}\| = \|\vec{A}\| \cdot h = S_{abcd}$$

حيث:

$S_{abcd}$  : هي مساحة متوازي الإضلاع المتكون من الشعاعان  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$



ملاحظة :

$$\vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{j} \wedge \vec{j} = \vec{k} \wedge \vec{k} = \vec{0}$$

$$. (خاصية التبديل الدائري) \quad \vec{i} \wedge \vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}, \quad \vec{k} \wedge \vec{i} = \vec{j}$$

العبارة التحليلية للجداء الشعاعي :

نفرض أن  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$  شعاعان معرفان في القاعدة  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  , ليكن  $\vec{C}$  هو الجداء الشعاعي بين  $\vec{A}$  و  $\vec{B}$ .

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B}$$

$$\vec{C} = \vec{A} \wedge \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_y & A_z \\ B_y & B_z \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} A_x & A_z \\ B_x & B_z \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} A_x & A_y \\ B_x & B_y \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\vec{C} = \underbrace{(A_y B_z - B_y A_z)}_{c_x} \vec{i} - \underbrace{(A_x B_z - B_x A_z)}_{c_y} \vec{j} + \underbrace{(A_x B_y - B_x A_y)}_{c_z} \vec{k}$$