المحور الثالث مقاييس النزعة المركزية

المحاضرة الثامنة

3- المنوال

يعبر المنوال عن القيمة الأكثر تكرارا أو شيوعا من بين قيم المشاهدات ، قد يكون للبيانات في سلسلة إحصائية أو في توزيع تكراري منوال واحد أو أكثر ، كما قد لا يكون لها منوال، ويعتبر المنوال أفضل مقياس لقياس البيانات النوعية، يرمز له بالرمز Mo

3-1- في حالة البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة)

وهو قيمة أو صفة المتغير الإحصائي الأكثر تكرارا في السلسلة الإحصائية

مثال

أوجد قيمة المنوال في السلاسل الإحصائية التالية :

السلسلة الأولى: 12-11-05-10-12-03 - 13- 08 .

السلسلة الثانية: ممتاز - ضعيف - جيد - متوسط - جيد جدا - متوسط - ضعيف جدا متوسط .

السلسلة الثالثة : 11 - 15-05-11-12-05-10-03 .

السلسلة الرابعة : 10-05- 11- 12-13-03-08-09

حل المثال :

السلسلة الأولى : المنوال هو القيمة المكررة 12

السلسلة الثانية: المنوال هو القيمة المكررة متوسط

السلسلة الثالثة: هناك منوالين 11و 05 ،

السلسلة الرابعة : ليس لها منوال

3-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة)

3-2-1- متغير كمي منفصل :

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي منفصل يستنتج المنوال مباشرة من جدول التوزيع التكراري، فهو القيمة X المقابلة لأكبر تكرار. يمكن أن نجد أكثر من منوال.

مثال

عدد الاطفال xi	عدد الاسر ni
02	07
03	04
04	06
05	03
المجموع	20

M_O= 02 ← 02 ← 07 ← اكبر تكرار

من خلال الجدول السابق نلاحظ أن أكبر تكرار هو 07 وبالتالي فإن المنوال هو قيمة المتغير المقابلة لهذا التكرار أي M_O= 2 هذا يعني أن أغلبية الأسر عدد أطفالها 02.

3-2-1- متغير كمي منفصل :

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي متصل وكانت فئات المتغير الإحصائي متساوية الطول نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة المنوال :

- تحديد الفئة المنوالية :وهي الفئة المقابلة لأكبر تكرار ؛
- حساب المنوال بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{M_o = A_{M_o} + [\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}]\ L_{Mo}}$$

حيث

$\mathbf{A_{Mo}}$: الحد الأدنى للفئة المنوالية؛

$\mathbf{\Delta_1}$: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة السابقة لها؛

$\mathbf{\Delta_2}$: الفرق بين تكرار الفئة المنوالية والفئة اللاحقة لها؛

$\mathbf{L_{Mo}}$: طول الفئة المنوالية.

مثال

جدول التوزيع التكراري لكمية البطاطا المنتجة في 50 مزرعة

Xi	ni
]4-0]	03
]8-4]	15
]12-8]	20
]16-12]	10
]20-16]	02
المجموع	50

اكبر تكرار

الفئة المنوالية

تحديد الفئة المنوالية

هي الفئة المقابلة لاكبر تكرار وهي في هذه الحالة **]12-8]**

- **حساب المنوال**

$$\mathbf{M_o = A_1 + [\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}]\ L_{Mo}}$$

$$\Delta_1 = 20 - 15 = 05$$

$$\Delta_2 = 20 - 10 = 10$$

$$M_o = 8 + \left[\frac{05}{05 + 10}\right]\ 04$$

$$\mathbf{M_o = 9.33}$$

الشرح: أغلبية المزارع في العينة المدروسة تنتج حوالي 9.33 كغ من البطاطا

3-3- المنوال بيانيا

يحدد المنوال بيانيا بواسطة المدرج التكراري، وذلك باتباع الخطوات التالية:.

- رسم المدرج التكراري للتوزيع؛

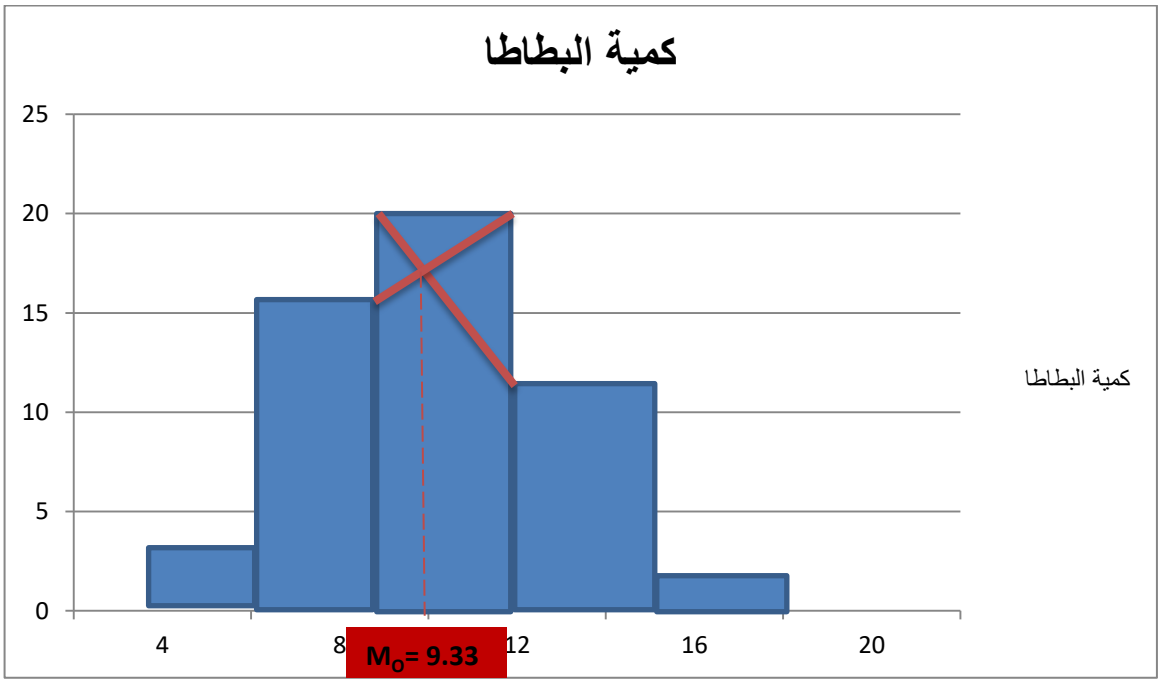
-وصل بخط مستقيم رأس الحد الأعلى للفئة المنوالية برأس الحد الأعلى للفئة السابقة لها؛

- وصل بخط مستقيم رأس الحد الأدنى للفئة المنوالية برأس الحد الأدنى للفئة اللاحقة لها؛

- اسقاط عمود من تقاطع الخطين السابقين على المحور الأفقي ونقطة الاسقاط على المحور تمثل قيمة المنوال

مثال/ بالاعتماد على معطيات المثال السابق حدد بيانيا قيمة المنوال .

حل المثال



خصائص المنوال– Mo -

سهل الحساب، يمكن ايجاده بسهولة لانه من التعريف هو القيمة الأكثر تكرارا؛

-يمكن ايجاده من جداول الفئات المفتوحة؛

-يمكن إيجاده بيانيا؛

-لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛.

-لا يعتمد على جميع القيم و إنما يعتمد على القيم المكررة أكثرمن غيرها

4- الوسيط

الوسيط هو قيمة المشاهدة التي يقع ترتيبها وسط المجموعة عند ترتيب القيم تصاعديا أو تنازليا" ، فهي تلك القيمة التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى قسمين متساويين ، يرمز له بالرمزMe

4-1- في حالة البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة)

إذا كانت البيانات في شكل سلسلة إحصائية أي غير مبوبة، أول خطوة نقوم بها من أجل تحديد الوسيط هي ترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا أو تنازليا ثم نميز بين حالتين

4-1-1- في حالة n فردي :

إذا كان عدد البيانات فردي فإن الوسيط هو القيمة التي ترتبها $\frac{n+1}{2}$ أي :

$$M_e = X\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

مثال

أوجد الوسيط في السلسلة الإحصائية التالية : 10-06-03-11-05-12-09

حل المثال

أولا نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا

03- 05- 06- 09- 10- 11- 12

Me

نحدد رتبة الوسيط n = 07 بما ان عدد البيانات فردي فإن رتبة الوسيط هي

$$\frac{n+1}{2} = \frac{7+1}{2} = 04$$

Me = X (04)

Me = 09

50% من البيانات أكثر من 09.

50%من البيانات أقل من 09

4-1-2- في حالة n زوجي

إذا كان عدد البيانات زوجي فإن الوسيط هو متوسط القيمة التي ترتبها $\frac{n}{2}$، و القيمة التي رتبتها $\frac{n}{2}+1$ أي :

$$M_e = \frac{x\left(\frac{n}{2}\right) + x\left(\frac{n}{2}+1\right)}{2}$$

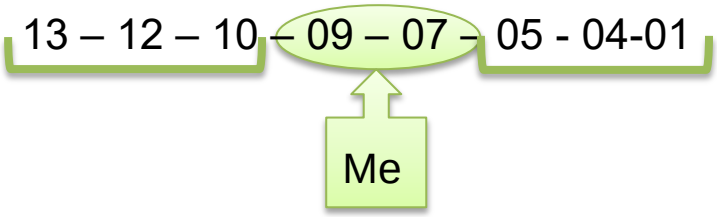
مثال

أوجد الوسيط في السلسلة الإحصائية التالية

09-04-12-07-01-13-09-05

حل المثال

أولا نرتب البيانات ترتيبا تصاعديا



Meنحدد رتبة الوسيط: n= 08 بما ان عدد البيانات ي فإن رتبة الوسيط هي $\frac{8}{2}+1\ ,\frac{8}{2}$

$$M_e = \frac{x(04)+x(05)}{02} = \frac{07+09}{02}$$

$$\mathbf{M_e = 08}$$

50 %من البيانات أقل من 08؛

50%من البيانات أكثر08.

4-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة)

4-2-1- متغير كمي منفصل :

في حالة ما إذا كان المتغير الإحصائي المدروس كمي منفصل، نتبع الخطوات التالية من أجل تحديد قيمة الوسيط :

- نقوم أولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد؛
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{n}{2}$
- نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوي $\frac{n}{2}$ أو الأعلى منها مباشرة، $N_i^{\uparrow} \geq \frac{n}{2}$
- القيمة X المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد المحددة سابقا هي قيمة الوسيط .

مثال

بالإعتماد على معطيات المثال عدد الاسر أوجد قيمة الوسيط

حل المثال

جدول توزيع 20 أسرة حسب عدد أطفالها

.

عدد الاطفال xi	عدد الاسر ni	ni
02	07	07
03	04	11
04	06	17
05	03	20
المجموع	20	/

رتبة الوسيط

M_e= 03

تحديد رتبة الوسيط $\frac{n}{2}$= 10

من الجدول نحدد قيمة الوسيط و هي M_e= 03

50% من الاسر عدد اطفالها اقل من 03

50% من الاسر عدد اطفالها اكثر من 03

4-2-2- متغير كمي منفصل

في حالة ما اذا كان المتغير الاحصائي المدروس كمي متصل نتبع الخطوات التالية من اجل تحديد قيمة الوسيط

- نقوم اولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{n}{2}$
- نحدد الفئة الوسيطية وهي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية ل $\frac{n}{2}$ او يساويها اي $N_i^{\uparrow} \geq \frac{n}{2}$
- نحسب قيمة الوسيط بالعلاقة التالية

$$M_e = A_{M_e} + [\frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{n_{Me}}] \ L_{Me}$$

حيث

A_{Me}: الحد الأدنى للفئة الوسيطية؛

N: عدد القيم $\sum n_i$؛

$N^{\uparrow}_{M_{e-1}}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الفئة الوسيطية؛

n_{Me}: التكرار المطلق للفئة الوسيطية؛

L_{Me}: طول الفئة الوسيطية.

مثال

جدول التوزيع التكراري لكمية البطاطا المنتجة ب 50 مزرعة

Xi	ni	Ni
]4-0]	03	03
]8-4]	15	18
]12-8]	20	38
]16-12]	10	48
]20-16]	02	50
المجموع	50	/

الفئة الوسيطية ← **]12-8]**

رتبة الوسيط ← 38

- تحديد الفئة الوسيطية وهي الفئة التي تكرارها المتجمع الصاعد اكبر او يساوي N/2

اي $N^{\uparrow}_{M_e} \geq 25$

ومنه الفئة الوسيطية هي **]12-8]**

- **حساب الوسيط**

$$M_e = A_1 + [\frac{\frac{N}{2} - N^{\uparrow}_{M_{e-1}}}{n_{Me}}] \; L_{Me}$$

$$M_e = 8 + \left[\frac{25 - 18}{20}\right] \; 04$$

50 % من المزارع تنتج اقل من 9.4 كغ من البطاطا

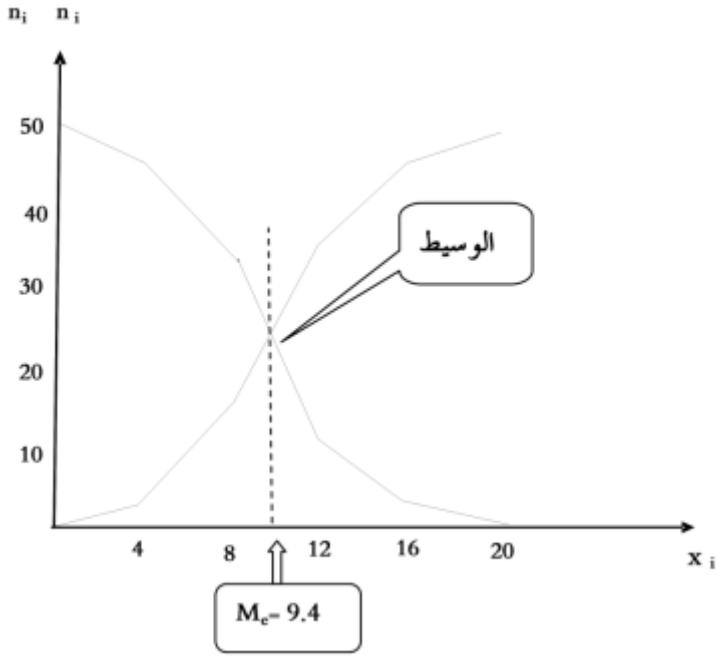
50 % من المزارع تنتج اكثر من 9.4 كغ من البطاطا

3-4- الوسيط بيانيا :

هو نقطة التقاطع بين المنحنى المتجمع الصاعد والنازل.

مثال

بالاعتماد على معطيات المثال رقم 02-08 نحدد قيمة الوسيط بيانيا



4-4- خصائص الوسيط

- لا يتأثر بالقيم المتطرفة؛
- يتأثر بعدد قيم المشاهدات ويأخذ بعين الاعتبار موقع القيم وليس متوسطها؛
- يمكن ايجاده من جداول التوزيع التكراري ذات الفئات المفتوحة؛

- يمكن حسابه بيانيا؛
- لا يعتمد في حسابه جميع القيم ويتحدد بعدد البيانات وليس بقيمها

5- مشتقات الوسيط

رأينا سابقا أن الوسيط هو القيمة التي تقسم مجموع البيانات إلى قسمين متساويين، وما دام يمكن تقسيم بيانات أي ظاهرة إلى عدة أقسام متساوية فإنه يمكن التعامل مع القيم التي تقسم هذه البيانات بنفس طريقة التعامل مع الوسيط، وهذه القيم تسمى بمشتقات الوسيط و هي :

5-1- الربيعيات

هي تلك القيمة التي تقسم المجتمع الاحصائي إلى 04 أقسام متساوية، وبالتالي كل قسم يمثل 25 % من البيانات .، يرمز لها بالرمز Q_i

5-1-1- في حالة البيانات الأولية (بيانات غير مبوبة)

إذا كانت البيانات في شكل سلسلة إحصائية أي غير مبوبة نقوم اولا بترتيب البيانات ترتيبا تصاعديا، ثم نحدد قيمة الربيع بالعلاقة التالية

$$\mathbf{Q_i = X_{\frac{i(n+1)}{4}}}$$

إذا كانت $\frac{\mathbf{i(n+1)}}{\mathbf{4}}$ دون فواصل نأخذ القيمة التي رتبتها مباشرة؛

إذا كانت $\frac{\mathbf{i(n+1)}}{\mathbf{4}}$ مع فواصل نأخذ . متو سط القيمتين.

5-1-2- في حالة توزيع تكراري (بيانات مبوبة)

5-1-2-1- متغير كمي منفصل

في حالة ماذا كان المتغير الاحصائي المدروس كمي منفصل نتبع الخطوات التالية من اجل تحديد قيمة الربيع

- نقوم اولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{in}{4}$
- نبحث في العمود الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد عن القيمة المساوية ل $\frac{in}{4}$ او الاعلى منها مباشرة $N_i^{\uparrow} \geq \frac{in}{4}$؛
- القيمة المقابلة لقيمة التكرار المتجمع الصاعد المحددة سابقا هي قيمة الربيع

5-1-2-1- متغير كمي متصل

في حالة ماذا كان المتغير الاحصائي المدروس كمي متصل نتبع الخطوات التالية من اجل تحديد قيمة الربيع

- نقوم اولا بحساب التكرار المتجمع الصاعد
- نحدد رتبة الوسيط $\frac{in}{4}$
- نحدد الفئة الربيعية و هي الفئة التي يزيد تكرارها المتجمع الصاعد عن او يساويها $\frac{in}{4}$ ؛ $N_i^{\uparrow} \geq \frac{in}{4}$
- نحسب قيمة الربيع بالعلاقة التالية

$$Q_i = A_{Q_i} + \left[\frac{\frac{iN}{4} - N_{Q_{i-1}}^{\uparrow}}{n_{Q_i}}\right] L_{Q_i}$$

A_{Q_i}: الحد الأدنى للفئة الربيعية؛

N: عدد القيم $\sum n_i$؛

$N_{Q_{i-1}}^{\uparrow}$: التكرار المتجمع الصاعد للفئة قبل الفئة الربيعية؛

n_{Q_i}: التكرار المطلق للفئة الربيعية؛

L_{Q_i}: طول الفئة الربيعية.

5-2- العشيريات D

نفس طريقة الربيعيات غير اننا نقسم على 10 بدل 4

5-3- المئويات C

نفس طريقة الربيعات غير اننا نقسم على 100