

## سلسلة تمارين تتعلق بالمحور الخامس تسويق الخدمة نظرية خطوط الانتظار

### تمرين رقم (1)

محطة بنزين تتكون من مضخة واحدة يتم بموجها تسويق الخدمة الى الزبائن من اصحاب السيارات المختلفة. معدل وصول السيارات الى المحطة هو ثلاث سيارات في الدقيقة بينما معدل تقديم الخدمة هو اربع سيارات في الدقيقة.

المطلوب

- 1- ما هي احتمالات الوصول وجود: سيارة واحدة، سيارتان، ثلاث سيارات في النظام.
- 2- ما هو متوسط عدد السيارات في النظام وفي خط الانتظار.
- 3- ما هو متوسط الوقت الذي تستغرقه السيارة في النظام وفي خط الانتظار.

### تمرين رقم (2):

يعمل احد محلات تقديم المأكولات على تقديم الخدمة بواسطة عامل احد، وكان نمط وصول الزبائن يتبع توزيع بواسون وبمعدل وصول (8) يساوي (10) زبائن في الساعة، علماً بأن تسويق الخدمة في هذا المحل قائم على اساس من يصل أولاً حصل على الخدمة أولاً، يتمتع المحل المذكور بسمعة طيبة، وقد تم حساب زمن تسويق الخدمة للزبائن الذي يخضع للتوزيع الأسي بمقدار 4 دقائق للزبون الواحد .

المطلوب :

- 1- احسب معامل الخدمة (p) او الاستخدام
- 2- احسب متوسط عدد الزبائن في النظام وفي خط الانتظار
- 3- احسب الزمن اللازم للزبون في النظام وفي خط الانتظار

**التمرين رقم (3):** محطة تعبئة وقود يتكون من مضخة واحدة تقديم الخدمة، كان معدل وصول السيارات اليها يتبع توزيع بواسون بمعدل 10 سيارة / ساعة. أما تسويق الخدمة فهو يتبع التوزيع الأسي وبمعدل 3 و  $\frac{3}{4}$  دقيقة / سيارة

المطلوب

- 1- تحديد معامل الخدمة واحتمال عدم وجود سيارة في النظام واحتمال وجود سيارتين في النظام.
- 2- ما هو متوسط عدد السيارات في المحطة وفي خط الانتظار.
- 3- ما هو احتمال وجود سيارة واحدة سيارتين في النظام.
- 4- ما هو متوسط الوقت الذي تستخدمه السيارة في النظام وفي خط الانتظار

## حل سلسلة التمارين المتعلقة بالمحور الخامس تسويق الخدمة نظرية خطوط الانتظار

### حل التمرين رقم (1):

من اجل حل هذه المشكلة نحدد القيم التالية:

$$\lambda = 3 \text{ سيارة / دقيقة}$$

$$m = 4 \text{ سيارة / دقيقة}$$

وهذا يعني ان تسويق الخدمة هو اعلى من معدل الوصول، حيث ان النظام مشغول

$$P = \frac{3}{4} = 0.75$$

$$P_0 = 1 - 0.75 = 0.25 \text{ النظام عاطل}$$

عليه فإن احتمال وجود سيارة واحدة في النظام هو:

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{m}\right)^n (P_0)$$

$$P_1 = (0.75)^1 (0.25) = 0.19$$

احتمال وجود سيارتان في النظام هو:

$$P_2 = (0.75)^2 (0.25) = 0.14$$

احتمال وجود 3 سيارات في النظام هو:

$$P_3 = (0.75)^3 (0.25) = 0.105$$

أما متوسط عدد السيارات في النظام (L) فإنه يحسب كما يلي:

$$L = \frac{\lambda}{m - \lambda} = \frac{3}{4 - 3} = 3 \text{ أي 3 سيارات في النظام}$$

أما متوسط عدد السيارات في النظام وفي خط الانتظار فيحسب كما يلي:

$$L_q = \frac{\lambda^2}{m(m - \lambda)} = \frac{3^2}{4(4 - 3)} = \frac{9}{4} = 2.25 \text{ أي 2.25 سيارة في النظام وفي خط الانتظار}$$

$$P_x L = (0.75)^x (3) = 2.25 \text{ ويمكن أن يحسب بطريقة أخرى}$$

متوسط الوقت الذي تستغرقه السيارة في النظام: يحسب كما يلي:

$$w = \frac{1}{m - \lambda} = \frac{1}{4 - 1} = 1 \text{ أي أن الوقت الذي تستغرقه السيارة في النظام هو 1 دقيقة}$$

أما متوسط الوقت الذي تستغرقه السيارة في النظام وفي خط الانتظار فيجب وفقا للعلاقة التالية:

$$W_q = \frac{\lambda}{m(m - \lambda)} = \frac{3}{4(4 - 3)} = 0.75$$

ويمكن أن تحسب بطريقة أخرى وذلك كما يلي:

$$P \times W = (0.75) \times (1) = 0.75$$

**حل التمرين رقم (2):**

$n =$  عدد الوحدات الزبائن في النظام.

$\lambda =$  معدل وصول الزبائن في وحدة الزمن

$m =$  معدل تقديم الخدمة للزبون في وحدة الزمن وعلى هذا الأساس فإن النماذج الرياضية هي كما يلي:

$$P = \frac{\lambda}{m} \text{ معامل الاستخدام (النظام مشغول).}$$

$$P_0 = 1 - \frac{\lambda}{m} \text{ معامل عدم الاستخدام (النظام شاغر) ويمكن ان تكتب هذه العلاقة كما يلي:}$$

$$P_0 = 1 - P$$

$$P_n = \left(\frac{\lambda}{m}\right)^n (P_0) \text{ احتمال وجود (n) من الوحدات في النظام ويمكن ان تكتب هذه العلاقة كما يلي}$$

$$P_n = (p)^n (p_0)$$

$$\text{أو } P_n = (p)^n (1-p)$$

$$L = \frac{\lambda}{m-\lambda} \text{ عدد الوحدات المتوقع في النظام.}$$

$$L_q = \frac{\lambda^2}{m(m-\lambda)} \text{ عدد الوحدات المتوقع في النظام وفي خط الانتظار.}$$

$$w = \frac{1}{m-\lambda} \text{ متوسط الوقت المستغرق في النظام.}$$

$$W_q = \frac{\lambda}{m(m-\lambda)} \text{ متوسط الوقت المستغرق في النظام وفي خط الانتظار}$$

1- في البداية يتم حساب كم زبون يمكن ان يدخل المحل في الساعة الواحدة اي ان

$$m = \frac{60}{4} = 15 \text{ زبون}$$

$$P = \frac{\lambda}{m} = \frac{10}{15} = 0.66 = 66\%$$

وهذا يعني ان المحل المذكور يبقى مشغولاً بحدود 66% من الوقت المتوفر لتسويق الخدمة

2- لحساب متوسط عدد الزبائن في النظام

$$L = \frac{\lambda}{m-\lambda} = \frac{10}{15-10} = \frac{10}{5} = 2 \text{ زبون في النظام}$$

ولحساب متوسط عدد الزبائن في النظام وفي خط الانتظار

$$Lq = \frac{\lambda^2}{m(m-\lambda)} = \frac{10^2}{15(15-10)} = \frac{100}{75} = 1.33 \text{ زبون في النظام وفي خط الانتظار}$$

3- لحساب الزمن الذي يجب ان يستغرقه الزبون في النظام وفي خط الانتظار

$$Wq = \frac{\lambda}{m(m-\lambda)} = \frac{10}{15(15-10)} = \frac{10}{75} \text{ ساعة}$$

$$Wq = \frac{10}{75} \times 60 = \frac{600}{75} = 8 \text{ دقيقة}$$

**حل التمرين رقم (3):**

في البداية يتم توحيد الوحدات الزمنية لكل من معدل الوصول ومعدل تقديم الخدمة بحيث تصبح جميعها محسوبة بالساعة. ويتم ذلك بالنسبة لمعدل التسويق وذلك كما يلي:

$$m = 3 + \frac{3}{4} = \frac{4 \times 3 + 3}{4} = \frac{15}{4} \text{ دقيقة لكل سيارة}$$

وعليه فإن:

$$m = \frac{60}{\frac{15}{4}} = 60 \times \frac{4}{15} = \frac{240}{15} = 16 \text{ سيارة لكل ساعة}$$

$$\lambda = 10 \text{ سيارة لكل ساعة}$$

لإيجاد معامل الخدمة يحسب وفق العلاقة:

$$P = \frac{\lambda}{m} = \frac{10}{16} = 0.625$$

لايجاد احتمال عدم وجود سيارة في النظام:

$$P_0 = 1 - 0.625 = 0.375$$

لايجاد احتمال وجود سيارة واحدة، سيارتين في النظام

1- بخصوص السيارة الأولى

$$P_n = (p)^n (p_0)$$

$$P_1 = (0.625)^1 \times (0.375) = 0.234$$

2- بخصوص السيارة الثانية

$$P_2 = (0.625)^2 \times (0.375) = 0.146$$

لايجاد متوسط الوقت الذي تستغرقه السيارة في النظام

$$W = \frac{\lambda}{m-\lambda} = \frac{10}{16-10} = \frac{10}{6} = 1.7 \text{ سيارة}$$

لايجاد متوسط الوقت الذي تستغرقه السيارة في النظام وفي خط الانتظار

$$\text{دقيقة } Wq = \frac{\lambda^2}{m(m-\lambda)} = \frac{10^2}{16(16-10)} = 1.04$$