

المحور الثاني: التنبؤ بمبيعات المنتجات الجديدة

1. مفهوم السلاسل الزمنية ومكوناتها

بشكل عام فان أي منظمة اعمال انتاجية او خدمية عندما تمارس نشاطها بشكل اعتيادي خلال فترة العمل الاعتيادية، فانها تسجل أرقام وبيانات عن انشطتها المختلفة سواء كان ذلك في مجال الانتاج او الشراء او البيع وغير ذلك. وكل واحد من انواع هذه الانشطة يعتبر ظاهرة، حيث أن أن مصطلح الظاهرة في هذا الصدد يطلق على الانشطة المختلفة التي تمارس في هذه المنظمات والتي تتحول الى ارقام وبيانات تعبر عن الحقبة الزمنية التي حدثت فيها. وبمرور الزمن تتعرض معظم هذه الظواهر (انتاج شراء بيع، استثمار ... الخ) للتغيير. ففي حين تحتاج بعض الظواهر الى مدة سنة او عدد من الأشهر ليحدث التغيير، فان البعض الآخر قد يتغير كل لحظة او كل ثانية كما هو الحال مع اسعار العملات واسعار النفط وما شابه ذلك. وبشكل عام يمكن تعريف السلسلة الزمنية بأنها مجموعة القراءات الرقمية التي تأخذها ظاهرة ما خلال فترات زمنية او سقف زمني معين مقسم الى وحدات متساوية.

إن دخول الزمن في الظواهر والانشطة يعني وجود متغير بالاضافة الى الظاهرة نفسها التي هي أيضا متغير. ومن الجدير بالذكر هنا هو انه ينبغي ان تتوفر شروط معينة لاعتماد اي سلسلة زمنية وهذه الشروط هي: 1- ان تكون هنالك عدد من الوحدات الزمنية كافية لاعتمادها في عملية التوقع، وهنا لابد أن نشير إلى أن عدد سنوات التوقع تساوي عدد وحدات السلسلة مقسوماً على أربعة أي:

$$\text{عدد وحدات التوقع} = \frac{\text{عدد وحدات السلسلة}}{4}$$

وعادة تكون السنة الأولى التي يتم التوقع لها أكثر مصداقية من الثانية وهذه أكثر مصداقية من الثالثة وهكذا.

2- يجب ان تكون هنالك سنة اساس للمقارنة تتسم بالانتظام والدقة.

3- عدم وجود إنقطاع في وحدات السلسلة الزمنية.

4- عدم وجود القيم الشاذة في مفردات الظاهرة المدروسة التي يمكن أن تؤثر على مصداقية بيانات السلسلة سواء كان بالزيادة او بالنقصان.

إن اي سلسلة زمنية تحتوي على متغيرين أحدهما المستقل وهو الزمن (X) والثاني متغير تابع وهو قيمة الظاهرة (Y)، وعلى هذا الاساس تكون قيمة (Y) دالة الى قيمة (X) حيث يمكن التعبير عن ذلك رياضيا كما يلي:

$$Y = F(X)$$

مثال رقم (1): منظمة اعمال متخصصة بالنشاط التجاري، قامت باستيراد كميات من البضائع خلال الفترة من 2015 لغاية سنة 2022 كما هو واضح في الجدول التالي:

السنة (X)	البضائع (Y)
2015	1000

2016	1300
2017	1700
2018	1900
2019	1200
2020	2500
2021	2900
2022	3200

في هذه البيانات يتضح أن (X) هو المتغير المستقل والذي يمثل الزمن ويمتد من سنة 2015 لغاية سنة 2022 أما الظاهرة (Y) والتي تمثل كمية البضائع فهي تنمو بشكل واضح وقد امتدت السلسلة الزمنية لمدة ثماني سنوات.

تأسيسا على ما تقدم فان تحليل السلاسل الزمنية الهدف منه وبشكل عام هو ابراز هدفين اساسيين وهما:
1- وصف سلوك الظاهرة في الماضي والحاضر.

2- تحليل هذا السلوك لغرض التنبؤ بسلوك الظاهرة في المستقبل.

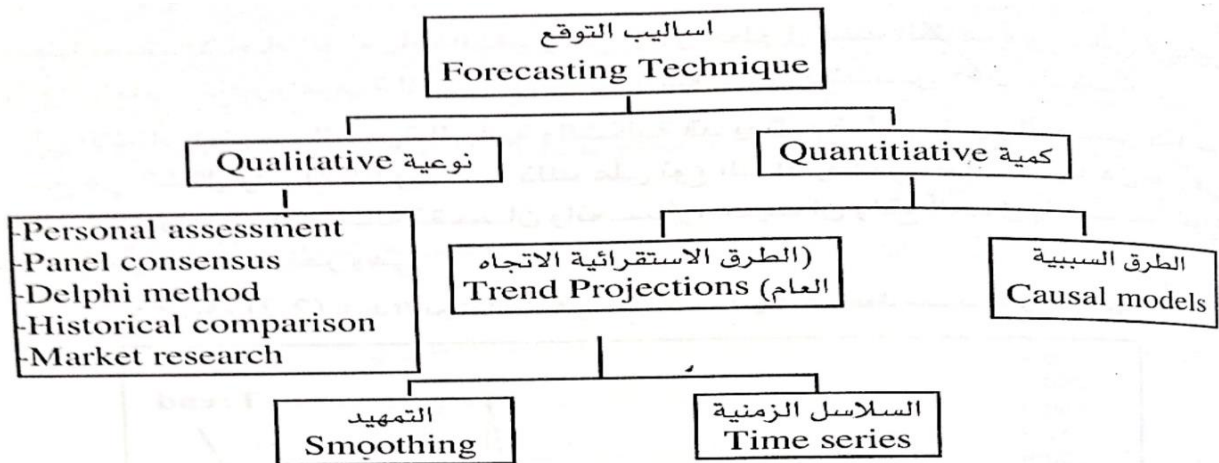
ويتطلب الأمر في عملية التحليل المذكورة استخدام اساليب احصائية مناسبة لدراسة التغيرات التي تحدث في الزمن من أجل استنباط المؤشرات اللازمة لدعم القرار التسويقي أو الانتاجي. ان الاساليب والمعادلات التي يتم اعتمادها في تحليل السلاسل الزمنية ترد ضمن يسمى بأساليب التوقع والتي تقسم الى نوعين كما هو واضح من الشكل رقم (1):

1- أساليب كمية Quantitative

2- أساليب نوعية Qualitative

حيث ترد السلاسل الزمنية في المجموعة الكمية ضمن الاساليب والأدوات التي تعتمد في مجال التوقع وبالتحديد ضمن الاتجاه العام Trend Projections كما هو واضح من الشكل المذكور.

شكل رقم (1): موقع السلاسل الزمنية في اساليب التوقع



من الشكل السابق يتضح ان هنالك اساليب اخرى بالاضافة الى السلاسل الزمنية الا ان الاهتمام هنا سوف ينصب على هذه الاخيرة باعتبارها الأهم في المقياس المدرس.

ومن اجل التعرف على الاساليب او الطرق التي تستخدم في هذه السلاسل الزمنية لا بد من التعرف على التغيرات المؤثرة في تحديد معالم السلسلة الزمنية وهي كما يلي:

1- تغيرات الاتجاه العام Secular Trend

2- التغيرات الموسمية Seasonal

3- التغيرات الدورية Cyclical

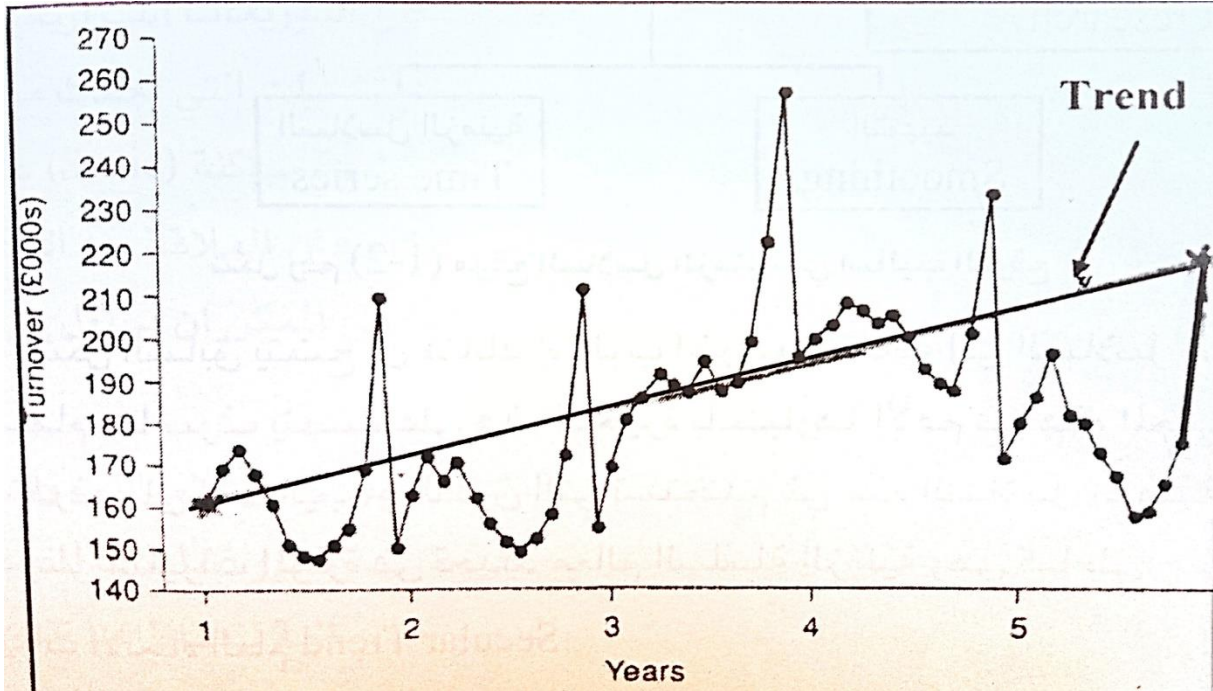
4- التغيرات الفجائية او العرضية Irregular

وفيما يلي توضيح لهذه التغيرات

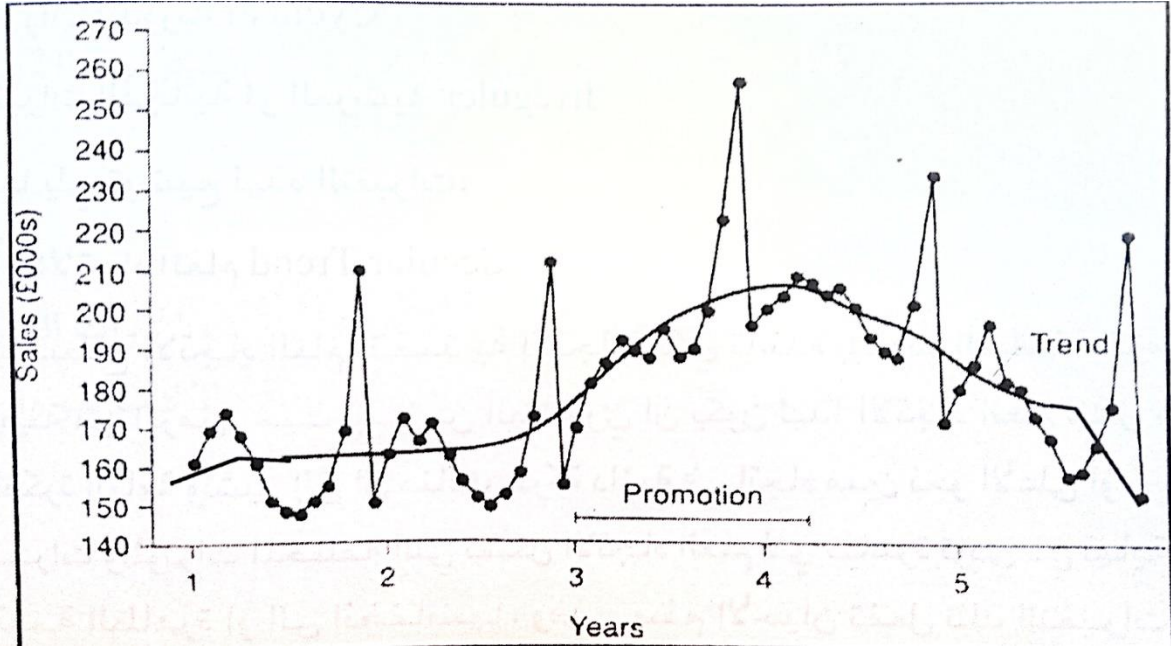
أولاً: الاتجاه العام Secular Trend

الاتجاه العام يشير إلى الاتجاه الذي تسلكه بيانات السلسلة الزمنية خلال فترة زمنية محددة. لا يكون شكل الاتجاه العام ثابتاً، ولكنه يظهر حركة دائمة نحو الأعلى أو الأسفل. التغيرات والمؤثرات المختلفة تشكل الاتجاه العام، مما يؤدي في النهاية إما إلى زيادة قيمة الظاهرة أو انخفاضها. عادةً، يحدث تأثير هذه التغيرات بشكل منتظم وبطيء، وقد يظهر تأثيره بعد فترة زمنية طويلة، مما يجعل الاتجاه العام تغييراً في المدى الطويل وغير عرضة للتغيرات الفجائية. من الناحية البيانية، يمكن تمثيل الاتجاه العام بخط مستقيم أو منحنى في الرسم البياني، ويعتمد ذلك على نوع الظاهرة المدروسة، سواء كانت في حالة نمو أو انحسار.

شكل رقم (2) خط الاتجاه العام في حالة كونه في هيئة خط مستقيم أو منحنى



خط الاتجاه العام في هيئة خط مستقيم



خط الاتجاه العام (Trend) في هيئة منحنى

حيث ان واقع الحال يكشف عن انواع مختلفة من هذه الظواهر وهي

1- ظواهر تعبر عن الاتجاه العام في حالة الزيادة، ومنها ما يلي:

أ- السلسلة الزمنية التي تعبر عن عدد الركاب الذين يستخدمون الطائرات.

ب- السلسلة الزمنية التي تعبر عن كمية او عدد الوحدات المنتجة من الأجهزة الخلوية في السنوات الأخيرة

ج- السلسلة الزمنية التي تعبر عن عدد السيارات الشخصية الصغيرة المنتجة في الدول الصناعية.

2- ظواهر تعبر عن الاتجاه العام في حالة النقصان ومنها ما يلي:

أ - سلسلة زمنية تمثل عدد أجهزة التلفاز الأبيض والأسود المنتجة .

ب- سلسلة زمنية تمثل عدد الكامرات العادية بالقياس الى الكامرات الرقمية.

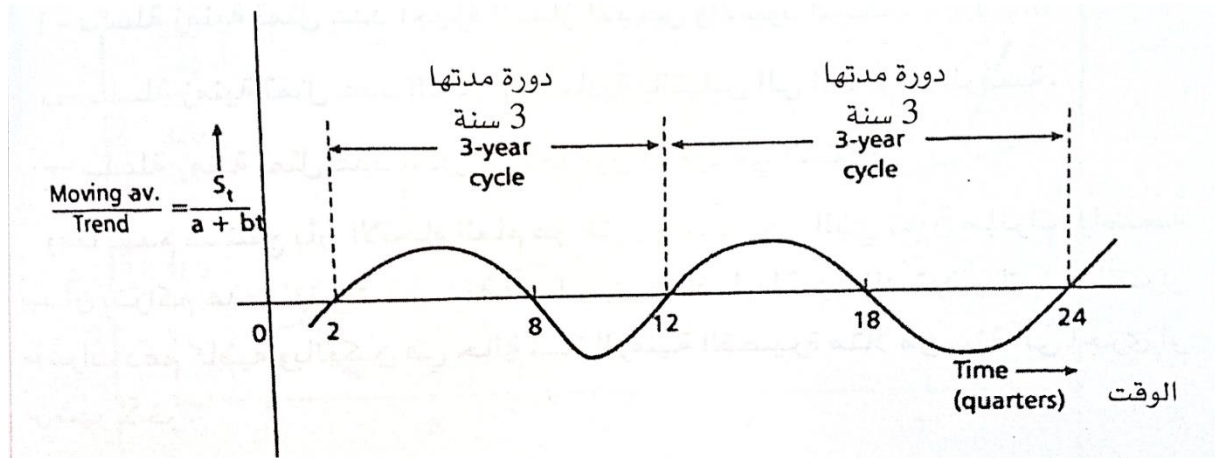
ج سلسلة زمنية تمثل عدد الذين يستخدمون الوقود في الاضاءة.

ومما تقدم نستنتج بأن الاتجاه العام هو التغير التدريجي الذي تكون مؤثراته واضحة بعد أن تتراكم هذه المؤثرات من سنة الى اخرى ولمدة طويلة.

ثانياً : التغيرات الموسمية Seasonal: الموسم يشير إلى الوحدات الزمنية التي تمتد لأقل من سنة، مثل ساعة، يوم، أسبوع، شهر، أو ربع سنة، حسب نوع الظاهرة. تتكرر تغيرات هذه الوحدات الزمنية بشكل مستمر، على سبيل المثال، درجة حرارة الجو تتبع دورة يومية حيث تتغير منخفضة في الصباح وتزداد تدريجياً حتى تصل إلى أعلى مستوى في منتصف النهار، ثم تعاود الانخفاض في نهاية اليوم وتبدأ الدورة من جديد في اليوم التالي. والتغيرات الموسمية قد تكون قوية في بعض المواسم وضعيفة في أخرى، وهذا يتوقف على الظروف المؤثرة في الظاهرة المعنية.

ثالثاً: التغيرات الدورية Cyclical: التغيرات الموسمية تحدث بشكل منتظم، ولكن على فترات متباعدة تمتد لأكثر من سنة، كما يوضح الشكل رقم (3) حيث تظهر فترة تغير تمتد لمدة 3 سنوات، وتكون قيم الظاهرة

فوق وتحت خط الأفق الزمني. مثال على ذلك هو ظهور حالات الكساد والرواج في الاقتصاد، حيث يتبع رواجًا حالة كساد، والعكس صحيح. يمكن أن تمتد هذه الحالات لعدة عقود وتعتمد على الظروف الداخلية والخارجية للمنظمة. يُشير إلى أن طول الدورة يعبر عن الفترة التي تمر قبل أن تعود الظاهرة إلى حالتها الطبيعية.



شكل رقم (3) مثال حول التغيرات الدورية لمدة 3 سنوات

رابعاً: التغيرات العرضية (الفجائية) Irregular

وهي التغيرات التي تحدث لأسباب عرضية أو طارئة وهي على نوعين كما يلي:

- 1- التغيرات التي تعتمد على عامل الصدفة البحتة وتسمى بالتغيرات العشوائية Random movements يصعب التنبؤ بها لأنها تكون تارة في اتجاه وتارة في اتجاه آخر بصورة عشوائية.
- 2- التغيرات التي تعتمد على عوامل فجائية طارئة وتكون قوية وتظهر من وقت لآخر كما هو الحال في الحروب والزلازل والأوبئة وغير ذلك.

إن الشكل رقم (4) يعبر عن التغيرات الأربعة الواردة ذكرها اعلاه حيث ان هذه التغيرات الأربعة يمكن التعامل معها رياضياً تمهيدا نحو تسخيرها في معالجة المشكلات التسويقية المختلفة وذلك كما يلي:

إذا كان لدينا ما يلي:

$$Y_t = \text{قيمة الظاهرة التسويقية}$$

$$T_t = \text{القيمة الاتجاهية}$$

$$S_t = \text{التأثير الموسمي}$$

$$C_t = \text{التأثير الدوري}$$

$$I_t = \text{التأثير العرضي}$$

فانه يمكن ان نضع هذه العناصر الأربعة في اطار اثنين من العلاقات الرياضية، وذلك كما يلي:

أولاً: حاصل جمع العناصر الأربعة وذلك كما يلي:

$$Y_t = T_t + S_t + C_t + I_t \quad \dots \dots \dots (1)$$

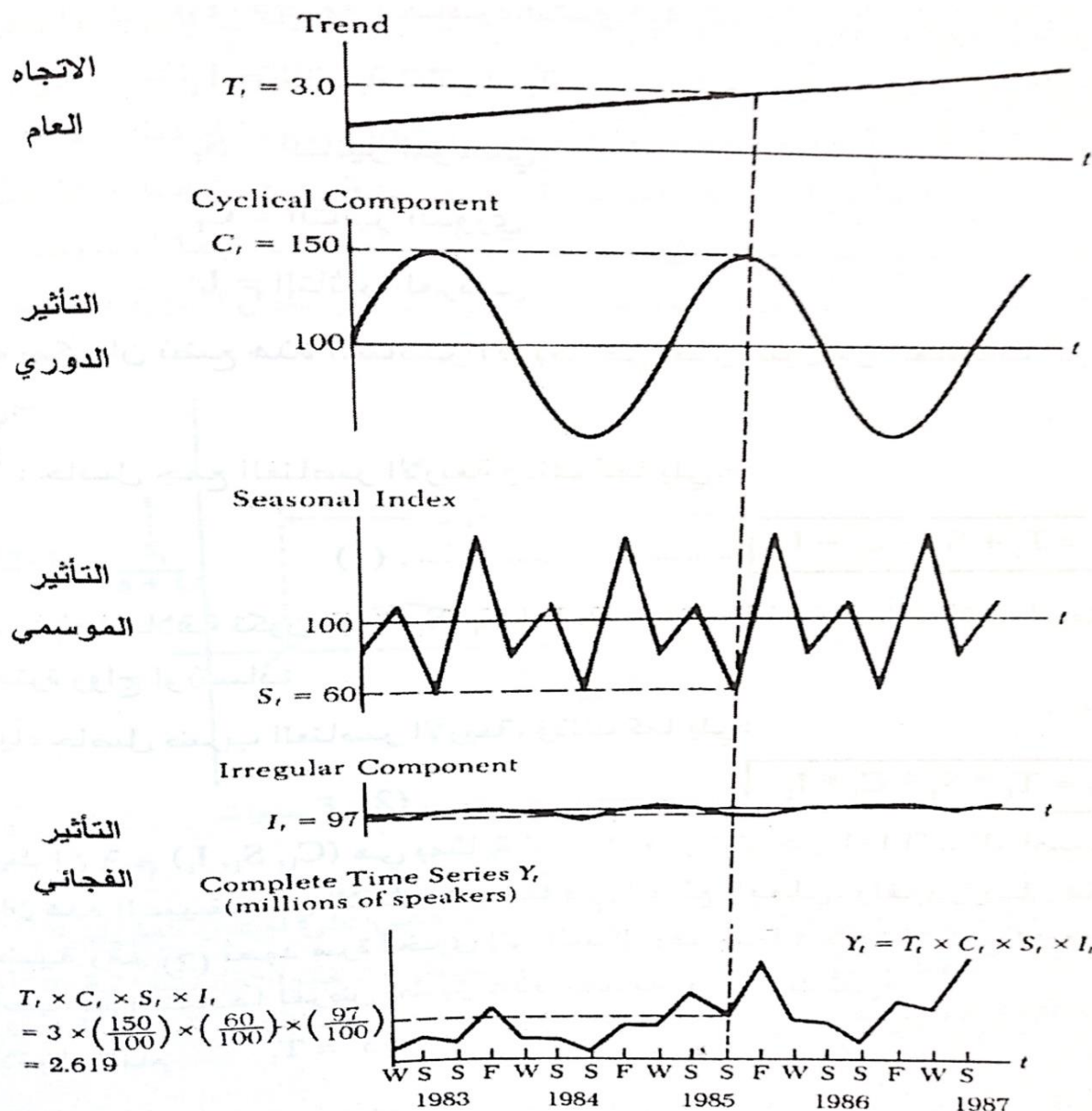
وفي هذه العلاقة تكون قيمة C_t, S_t إما موجبة او سالبة تبعاً للحقبة الزمنية من حيث كونها فترة رواج او كساد.

ثانياً: حاصل ضرب العناصر الأربعة، وذلك كما يلي:

$$Y_t = T_t * S_t * C_t * I_t$$

(2)

حيث ان قيم C_t, S_t, I_t هي بمثابة نسب التغير التي هي اما اكبر او اصغر من واحد. كما ان هذه الصيغة هي الاكثر شيوعاً في الواقع العملي. ولغرض بيان فكرة العلاقة الرياضية رقم (2) نعود مرة أخرى إلى الشكل رقم (4) حيث يتضح ان هنالك بيانات افتراضية تم اعتمادها لغرض تطبيق هذه الصيغة، والبيانات هي:



شكل رقم (4) اشكال التغيرات في السلاسل الزمنية مع مثال توضيحي

$$\frac{150}{100} = C_t \quad \text{التأثير الدوري}$$

$$\frac{60}{100} = S_t \quad \text{التأثير الموسمي}$$

$$\frac{97}{100} = I_t \quad \text{التأثير الفجائي}$$

وعليه فإن تطبيق الصيغة الواردة في الحالة الثانية نحصل على ما يلي:

$$\begin{aligned} Y_t &= T_t * S_t * C_t * I_t \\ &= \left(\frac{150}{100}\right) * \left(\frac{60}{100}\right) * \left(\frac{97}{100}\right) \\ &= 2.619 \end{aligned}$$

وقد تم التعبير عن ذلك بيانياً كما هو واضح في الشكل (4) المذكور. ومن الجدير بالذكر هنا أن الصيغة الرياضية أعلاه يمكن التعبير عنها بشكل آخر، حيث يلاحظ لو تم أخذ لوغاريتمات الطرفين، فإن هذه العلاقة تكون على النحو التالي

$$\text{Log } Y_t = \text{log } T_t + \text{log } S_t + \text{log } C_t + \text{log } I_t \dots\dots\dots (3)$$

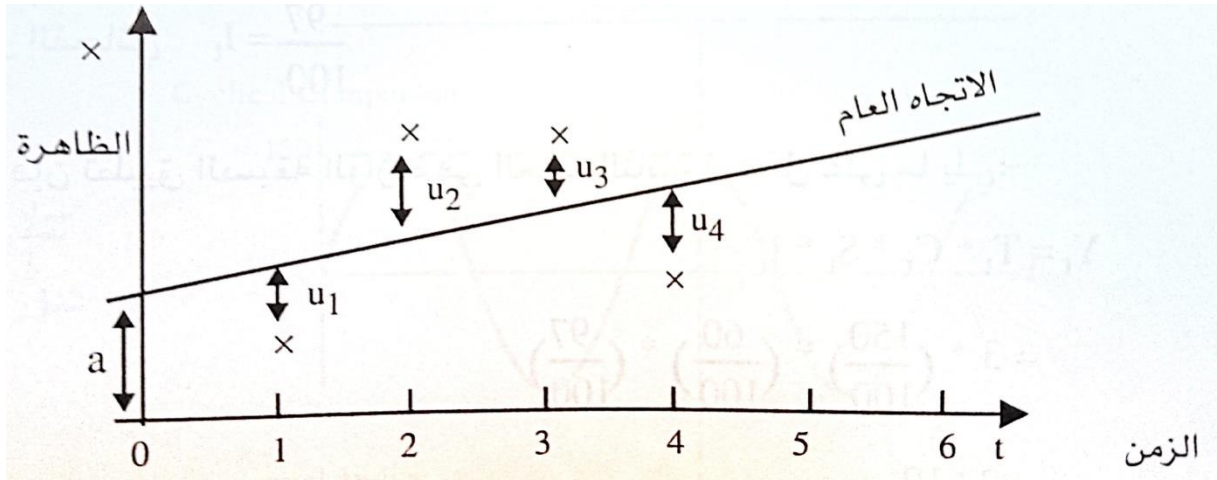
وهذه العلاقة تتفق مع الصيغة الأولى أعلاه (حاصل جمع) حيث يتم اعتماد لوغاريتمات الأعداد بدلا من قيمتها الأصلية. ومن الجدير بالذكر هنا أن اعتماد اي من الحالتين أعلاه في استنباط المؤشرات اللازمة لدعم القرار التسويقي لا يمثل مشكلة عند تحليل السلاسل الزمنية، حيث من الممكن استخدام أي منها للتوصل الى قيم او نسب التغيرات المختلفة علماً بأن العلاقة الرياضية في الحالة الأولى اسهل من الحالة الثانية رغم ان هذه الاخيرة الأكثر شيوعاً كما أسلفنا. وبالنظر لاهمية التغيرات من النوع الأول وهي الاتجاه العام لذلك سوف يتم التركيز عليها في الفقرة القادمة اما بالنسبة لبقية التغيرات الدوري الموسمي الفجائي). فإنها يمكن ان تدخل مع معادلة الاتجاه العام، حيث على سبيل المثال اذا كانت معادلة الاتجاه العام هي

$$y_t = a + bx_i \dots\dots\dots (4)$$

فان بالامكان ادخال تأثير التغيرات الموسمية Seasonal والدورية Cycles في معادلة الاتجاه العام المذكورة اعلاه من خلال الرمز u_t وتصبح كما يلي:

$$y_t = a + bx_i + u_t \dots\dots\dots (5)$$

حيث يلاحظ من الشكل رقم (5) ان في الفترة (1) كان هنالك u_2 وفي الفترة (2) كان هنالك u_2 وهكذا بالنسبة لبقية الفترات الزمنية.



شكل رقم (2) معادلة الاتجاه العام مع الأخذ بالتغيرات الدورية والموسمية

For the first time period, 2 for the second, 3 for the third... The regression equation will be:

$$y_t = a + bx_i + u_t$$

2.2 حساب قيمة وتأثير الاتجاه العام

يتم حساب تأثير الاتجاه العام في عملية التوقع بشكل عام طبقاً لطرق معينة اتفق عليها معظم المهتمين بمشاكل واساليب التوقع، ومن هذه الطرق هي

1. طريقة الرسم.
2. طريقة نصفي السلسلة.
3. طريقة المربعات الصغرى.
4. طريقة المتوسطات المتحركة.

وفيما يلي توضيح لكل واحدة من هذه الطرق (سنتناول فقط الطريقتين الأولتين)

1.2.2 طريقة الرسم Graphical Technique:

ان هذه الطريقة تعتمد على امكانية الشخص في دقة التعبير عن الظاهرة من خلال الرسم البياني، حيث يتم تحديد رمز معين لأحد الظواهر ورمز آخر للظاهرة الأخرى، فإذا كان لدينا:

X الظاهرة الأولى

Y الظاهرة الثانية

فإن في هذه الحالة يتم تمثيل الظاهرة الأولى على المحور الأفقي والظاهرة الثانية على المحور العمودي وتتم عملية تثبيت بيانات هذه الظواهر من خلال نقاط معينة تتحدد من تقاطع المساط العمودية والافقية على البيانات المثبتة على المحاور. ولتوضيح فكرة هذه الطريقة نأخذ المثال التالي:

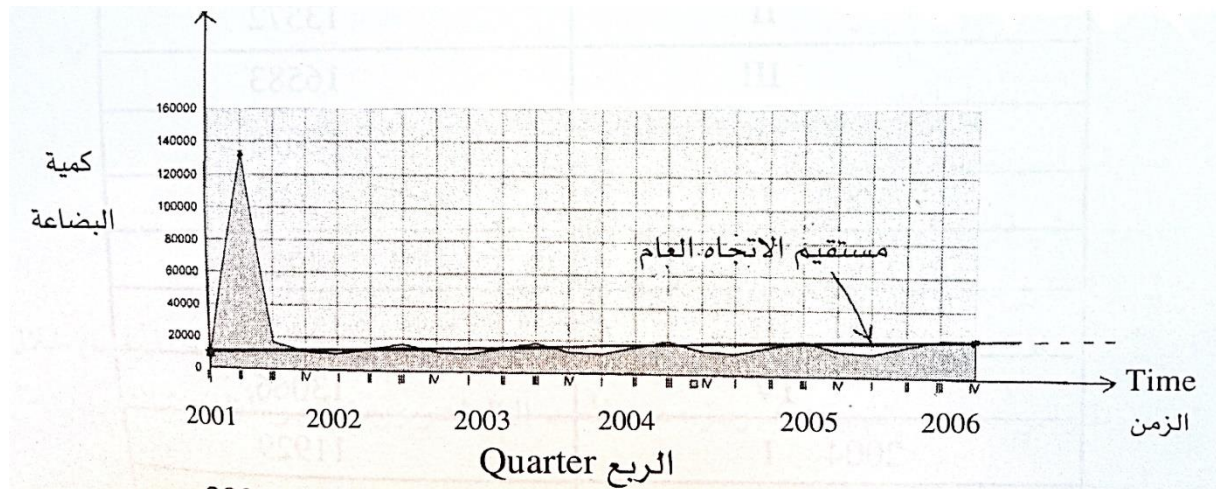
مثال رقم (1):

إحدى منظمات الأعمال الانتاجية بدأ انتاجها الفعلي في عام 2001 وأمتد لغاية نهاية الفصل الرابع في عام 2006 حيث تم تسويق كميات من السلع الاستهلاكية المختلفة خلال السلسلة الزمنية المذكورة. ترغب هذه المنظمة في معرفة خط الاتجاه العام لنشاطها الانتاجي باستخدام طريقة الرسم، علماً بأن البيانات المتوفرة عن هذه المشكلة هي كما يلي:

جدول رقم (2) تحديد الاتجاه العام بطريقة الرسم للفترة من سنة 2001 ولغاية سنة 2006

السنة	الربع	كمية البضاعة / طن
2001	I	9337
	II	13330
	III	16545
	IV	11278
2002	I	10262
	II	13572
	III	16583
	IV	12075
2003	I	11003
	II	14926
	III	18147
	IV	13066
2004	I	11929
	II	16323
	III	19949
	IV	14251
2005	I	13083
	II	14251
	III	13083
	IV	17249
2006	I	21137
	II	15110
	III	13665
	IV	18636

تتسم هذه الطريقة بالبساطة والوضوح، حيث يستطيع القائم بأعمال ادارة التسويق او الباحث في تحديد ملامح المستقبل القريب للظاهرة، وذلك كما هو واضح في الشكل رقم (6) حيث يتم مواصلة امتداد مستقيم الاتجاه العام ومن ثم انزال مسقط عمودي على كل من المحور الأفقي (الزمن) والمحور العمودي (كمية البضاعة لمعرفة حجم او كمية البضاعة في السنوات او في فصول السنوات القادمة. حيث على اساس المؤشرات التي يتم الحصول عليها عن حجم او كمية البضاعة المتوقعة يجري التنبؤ بحجم المبيعات وبالتالي على اساس ذلك يتم التخطيط لحجم الانتاج الواجب الأعداد له. ولم تعد هذه الطريقة مناسبة في ظل التطورات التي طرأت على البيئة التسويقية وكذلك على ما هو حاصل من مؤثرات خارجية وداخلية، لذلك يتم اللجوء الى اساليب اكثر تطوراً من هذه الطريقة.



شكل رقم (6) خط الاتجاه العام للفترة من سنة 2001 - 2006

2.2.2 طريقة نصفي السلسلة:

يتم استخدام هذه الطريقة لقياس وتحديد تأثير الاتجاه العام، وبالتالي توفير المؤشرات الكمية اللازمة لتخطيط الإنتاج والمبيعات والتسويق. يتم تقسيم السلسلة الزمنية إلى مجموعتين متساويتين من حيث عدد الظواهر، حيث تحتوي المجموعة الأولى على النصف الأول من السلسلة والمجموعة الثانية على النصف الثاني. إذا كانت السلسلة تتكون من عدد فردي من الظواهر، يتم إهمال الظاهرة الوسطى، ويتساوى عدد الظواهر في كل مجموعة. يتم حساب الوسط الحسابي لقيم المفردات في النصفين، ثم يحسب الاتجاه العام بواسطة المعادلة المناسبة. ويمكن ايضاح ذلك وفق الخطوات التالية:

1 - تقسم السلسلة الزمنية الى قسمين متساويين كما ذكرنا أعلاه.

2 - استخراج الوسط الحسابي لقيم الظاهرة للنصف الأول من السلسلة الزمنية \bar{M}_1 والوسط الحسابي لقيم الظاهرة للنصف الثاني من السلسلة الزمنية \bar{M}_2 وذلك وفقاً للعلاقات الرياضية التالية:

$$\bar{M}_1 = \frac{\sum y_1}{n_1} \text{ الوسط الحسابي للنصف الأول من السلسلة الأولى}$$

$$\bar{M}_2 = \frac{\sum y_2}{n_2} \text{ الوسط الحسابي للنصف الثاني في السلسلة الثانية}$$

حيث أن

Σy_1 مجموع قيم المشاهدات او المفردات للظاهرة للنصف الأول من السلسلة.

Σy_2 مجموع قيم المشاهدات او المفردات للظاهرة للنصف الثاني من السلسلة.

n_1 عدد مفردات النصف الأول.

n_2 - عدد مفردات النصف الثاني.

- ينبغي ان يقع الوسط الحسابي \bar{M}_1 في وسط النصف الأول من السلسلة، بينما يقع الوسط الحسابي \bar{M}_2 وسط النصف الثاني من السلسلة.

- يتم تثبيت قيم افتراضية لسنوات السلسلة الزمنية، ويطلق على هذه القيم رمز (X_i)

حيث يتحدد موقع اصل المعادلة ($X = 0$) في منتصف الفترة الزمنية إما للنصف الأول او للنصف الثاني من السلسلة الزمنية. أي أن الصف الوسطى من عمود القيم الافتراضية (X) الواقع بين مفردات النصف الأول من السلسلة او النصف الثاني من السلسلة يأخذ قيمة ($= 0$) ، وان الصفوف التي تسبق الصف الوسطي تأخذ قيمة سالبة ...-2-1- أما الصفوف التي تلي الصف الوسطي فإنها تأخذ قيمة موجبة (...3,2,1).

5- حساب معادلة الاتجاه العام، حيث ان الصيغة الرياضية لهذه المعادلة هي كالاتي: حيث أن :

$$Y_t = a + b X_i$$

Y_t ← قيمة معادلة الاتجاه العام

a ← مقدار ثابت لمعادلة الاتجاه العام، حيث ان قيمة هذا المقدار يتحدد على النحو التالي:

يكون الوسط الحسابي لقيم الظاهرة للنصف الأول من السلسلة مساوياً للمقدار a . أي أن: $a = \bar{M}_1$

وذلك في حالة تثبيت اصل المعادلة $X = 0$ في منتصف الفترة الزمنية للنصف الأول من السلسلة.

يكون الوسط الحسابي لقيم الظاهرة للنصف الثاني من السلسلة مساوياً للمقدار a ، أي أن: $a = \bar{M}_2$

وذلك في حالة تثبيت اصل المعادلة $X = 0$ في منتصف الفترة الزمنية للنصف الثاني من السلسلة.

b ← ميل (Slop) خط الاتجاه العام (الشكل رقم 7) حيث تتحدد قيمة الميل المذكور على اساس القيم

السابقة M_1, M_2 اللذان يتحدد موقعهما في منتصف الفترة الزمنية للنصف الأول من السلسلة الزمنية او

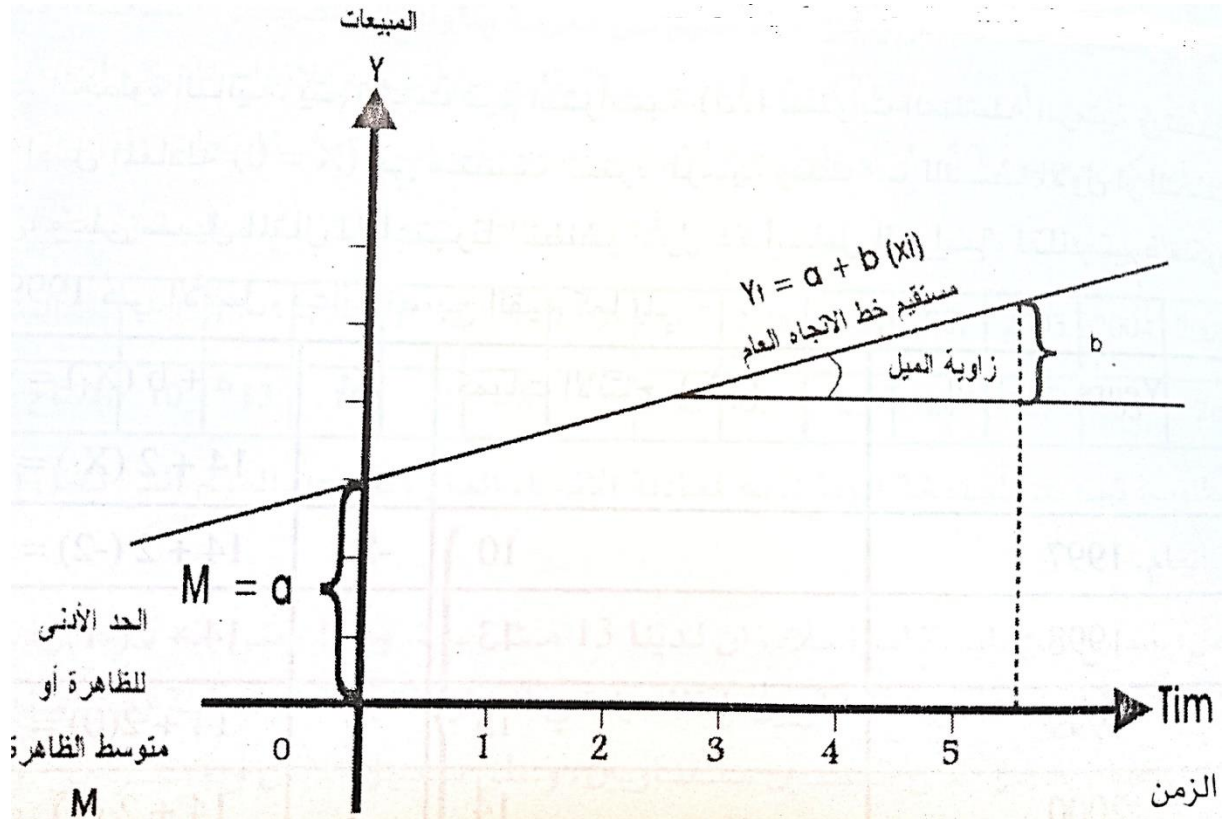
النصف الثاني من السلسلة الزمنية على التوالي، ويمكن حساب المقدار المذكور حسب العلاقة الرياضية

التالية:

$$b = \frac{M_2 - M_1}{n_1}$$

حيث أن :

b ← عدد السنوات لأحد نصفي السلسلة



شكل رقم (7) موقع مستقيم خط الاتجاه العام وكيفية تحديد a ، b

ان هذا الاسلوب الرياضي يعتبر افضل من الاسلوب السابق وذلك لكونه يعتمد على معادلات وعلاقات رياضية، ولتوضيح فكرة هذه الطريقة نأخذ أحد الأمثلة من الواقع العملي لاحدى منظمات الأعمال الانتاجية

3.2.2 طريقة المربعات الصغرى

من أجل تطبيق هذه الطريقة في تحديد الاتجاه العام لأي ظاهرة ممثلة بسلسلة زمنية يتطلب ذلك استخدام الرموز التالية:

X : المؤشر الزمني (يوم، اسبوع، شهر، سنة.... الخ).

Y : قيمة الظاهرة الفعلية

ان تطبيق هذه الطريقة يتطلب تحديد الشكل العام الانتشار (Scattering) للظاهرة وذلك من خلال رسم المنحنى للظاهرة. ومنه يتضح فيما اذا كان الاتجاه العام يأخذ شكل الخط المستقيم او المنحنى من الدرجة الثانية او الثالثة او اعلى من ذلك، حيث اذا كان الاتجاه العام في صيغة خط مستقيم فإن معادلته التي سبق توضيحها وهي:

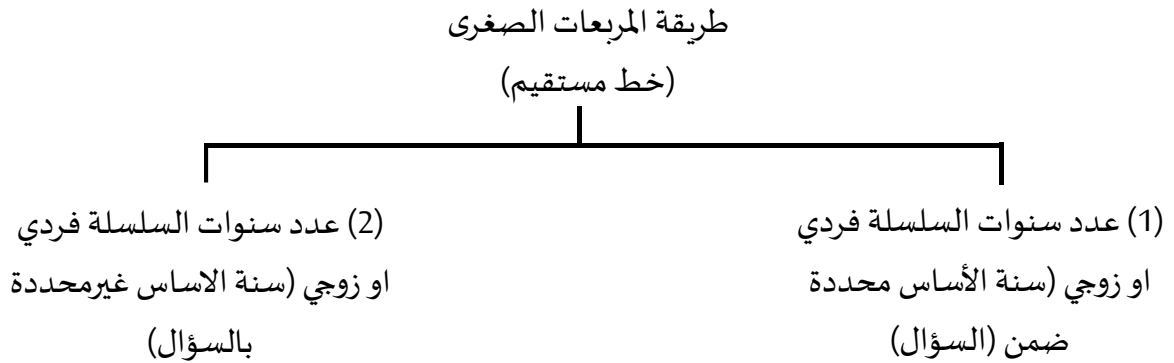
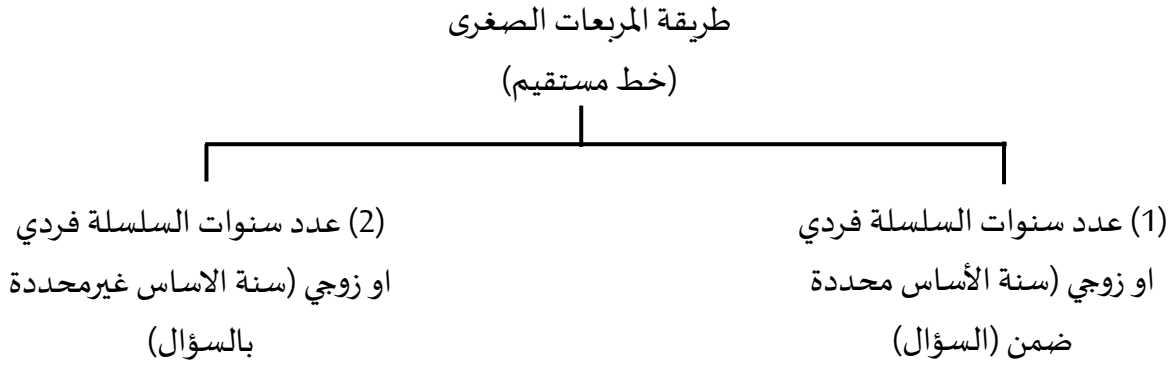
$$y_t = a + bx_i$$

حيث ان a ، b هي معالم المعادلة (Y_i) التي يتم حسابها في البداية وبعد ذلك يتم حساب القيم (X) وذلك لكافة سنوات السلسلة الزمنية.

وإذا كان الاتجاه العام في صيغة منحنى من الدرجة الثانية، فإن معادلة هذا المنحنى هي كما يلي:

$$y_t = a + bx_i + cx_i^2 \dots \dots \dots (6)$$

وفي هذه الحالة تكون a، b، c هي المعلمات المطلوب حسابها لكي يتم بعد ذلك إيجاد قيمة y_t لكافة سنوات السلسلة الزمنية وفيما يلي توضيح لكل حالة مما ورد اعلاه.
أولاً: معادلة الاتجاه العام تعبر عن خط مستقيم
وتقسم هذه الحالة الى نوعين كما هو واضح في الشكل التالي:



الحالة رقم (1):

إذا كان عدد سنوات السلسلة الزمنية فردياً او زوجياً وكانت سنة الاساس محددة ضمن السؤال وهي غير السنة الوسطى للسلسلة (اي السنة الأولى في السلسلة) عند ذلك يتم استخراج معادلة الاتجاه العام ($y_t = a + bx_i$) بعد أن يتم تحديد قيم من خلال حل المعادلتين التاليتين:

$$\sum y_i = na + b\sum x_i \dots \dots \dots (7)$$

$$\sum x_i y_i = a\sum x_i + b\sum (x_i)^2 \dots \dots \dots (8)$$

حيث ان $n =$ عدد السنوات في السلسلة الزمنية.

ملاحظة

ان القيم او المعاملات a، b يمكن الحصول عليها من خلال علاقات رياضية اخرى يتعلق الأمر بتحديد ميل معادلة خط الاتجاه العام Slope of the Best Fitting trend line وذلك كما هو واضح أدناه:

$$b = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2} \dots\dots\dots(9)$$

$$a = \bar{Y} - b\bar{x} \dots\dots\dots(10)$$

ومن هذه العلاقة نحصل على ما يلي:

$$a = \bar{Y} - b\bar{x} \dots\dots\dots(11)$$

حيث أن:

\bar{Y} = قيمة الاتجاه العام للظاهرة للفترة القادمة.

X = الفترة الزمنية

a = مقدار ثابت

b = درجة الميل (Slope of the best - fitting trend line)

n = عدد الفترات الزمنية (سنة، فصل (شهر)

لتوضيح فكرة استخدام هذه العلاقات الرياضيات أعلاه نأخذ المثال التالي:

الحالة رقم (2) :

إذا كان عدد سنوات السلسلة الزمنية فردياً او زوجياً ولم تحدد سنة الاساس ضمن السؤال فإن في هذه الحالة ينبغي اتباع الخطوات التالية:

1- اذا كان عدد المشاهدات المطلوب دراستها ذات عدد فردي، فإن هذه الحالة كما في طريقة نصفى لسلسلة تعتبر القيمة الوسطية مقابلة لموقع اصل المعادلة ($X_i = 0$).

2- اذا كان عدد المشاهدات المطلوب دراستها ذات عدد زوجي، وكما في حالة طريقة نصفى السلسلة تحدد سنتين وسطيتين حيث:

السنة الوسطى العليا 0.5 -

السنة الوسطية الدنيا 0.5 +

بعد الحصول على قيم (X_i) يتطلب الامر تحضير عمود اخر يتكون من حاصل ضرب كل قيمة من قيم (X_i) في (2) وبعد ان نحصل على قيم العمود الجديد يتم إهمال قيم (X_i) الأصلية. ويتم الحصول على قيم a , b وفق العلاقات الرياضية رقم (13) ورقم (14) التالية :

$$a = \frac{\sum Y_i}{n}$$

$$b = \frac{\sum Y_i X_i}{\sum X_i^2}$$

وفيما يلي امثلة توضح هذه الحالات:

ثانياً: معادلة الاتجاه العام التي تعبر عن منحنى (من الدرجة الثانية):

العلاقات الرياضية التي تستخدم في هذه الحالة هي كما يلي:

$$\sum Y = na + c\sum X_i^2 \dots\dots\dots(15)$$

$$\sum XY = b \sum X_i^2 \dots\dots\dots(16)$$

$$Ex^2 y = a \sum X_i^2 + c \sum X_i^4 \dots\dots\dots (17)$$

من المعادلة رقم (16) يتم الحصول على قيمة b وذلك كما يلي:

$$b = \frac{\sum XY}{\sum X_i^2}$$

وعند حل المعادلات رقم (15) والرقم (16) يتم الحصول على قيمة a و c .

المراجع:

1. بن لخضر محمد العربي " مدخل الأساليب الكمية في التسويق " دار النشر الجديد 2021
2. حاشي نوري، العقاب محمد، بن خليف طارق، الأساليب الكمية وتطبيقاتها في العلوم الاقتصادية: مسائل وتمارين محلولة، الجزائر : النشر الجامعي الجديد, 2022
3. حسين الطيف السامرائي، الأساليب الكمية في إتخاذ القرارات الإدارية، عمان : دار الهلال, 1997
4. راتول محمد، بحوث العمليات، الجزائر: ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية، 2006.
5. سهيلة عبد الله سعيد، الجديد في الأساليب الكمية وبحوث العمليات، عمان : دار الحامد, 2007
6. عبد الحميد عبد المجيد البلداوي، الأساليب الكمية التطبيقية في إدارة الأعمال، دار وائل للنشر و التوزيع، الأردن، 2008
7. محمود جاسم يوسف الصميدعي، يوسف ردينة عثمان، الأساليب الكمية في التسويق، عمان : دار المناهج, 2001
8. موفق أحمد مرزة ، أساسيات الأساليب الكمية في القرارات الإدارية، عمان : دار مجدلاوي للنشر و التوزيع, 2010
9. مؤيد الفضل، مدخل إلى الأساليب الكمية في التسويق: تطبيقات في منظمات الأعمال الإنتاجية والخدمية، عمان : دار المسيرة, 2008
10. النعيمي محمد، طعمة حسن، الإحصاء التطبيقي ، دار وائل للنشر والتوزيع، 2008
11. الهيتي، خالد عبد الرحيم مطر، الأساليب الكمية في الإدارة : مدخل القرارات الإدارية- عمان : دار الحامد, 2000
12. يحياوي مفيدة، التقنيات الكمية في ادارة الأعمال: محاضرات وتمارين، عمان : دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع, 2014