

- 1) **[05 points]** Déterminer une base orthonormée de $\mathbb{R}_2[X]$ pour le produit scalaire défini par :

$$\forall p, q \in \mathbb{R}_2[X]: (p|q) = \int_{-3}^3 p(x)q(x)dx.$$

- 2) **[04 points]** Soient $A, B, C, A', B', C' \in \mathcal{E}$. Soient G le barycentre de point pondérés $(A, -1), (B, 1), (C, 1)$ et G' le barycentre de points pondérés $(A', -1), (B', 1), (C', 1)$. Montrer que :

$$-\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \mathbf{0}_E \Leftrightarrow G = G'.$$

- 3) **[03 points]** - Donner une définition d'un sous-espace affine de $\mathcal{E}$.

- Soit $\mathcal{F}$ un sous-espace affine de $\mathcal{E}$. Soient $A, B, C \in \mathcal{F}$ et D le point de $\mathcal{E}$ vérifiant $\overrightarrow{AC} = 12\overrightarrow{AB} + 7\overrightarrow{BD}$. Montrer que $D \in \mathcal{F}$.

- 4) **[02 points]** Les droites $D: \begin{cases} x = 2t + 1 \\ y = -3t - 1 \\ z = t + 1 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ et $D': \begin{cases} x = 3t' + 2 \\ y = -t' \\ z = t' + 1 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$ sont-ils du même plan ?

- 5) **[03 points]** Déterminer la nature et les caractéristiques de chacun des applications affines suivantes :

$$f: \begin{cases} x' = x + 1 \\ y' = y - 3 \\ z' = z - 5 \end{cases} \text{ et } g: \begin{cases} x' = -x + 1 \\ y' = -y + 6 \end{cases}$$

- 6) **[03 points]** Ecrire l'équation de l'image de la droite d'équation $2x - 3y = 1$ par la translation du vecteur $v \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.